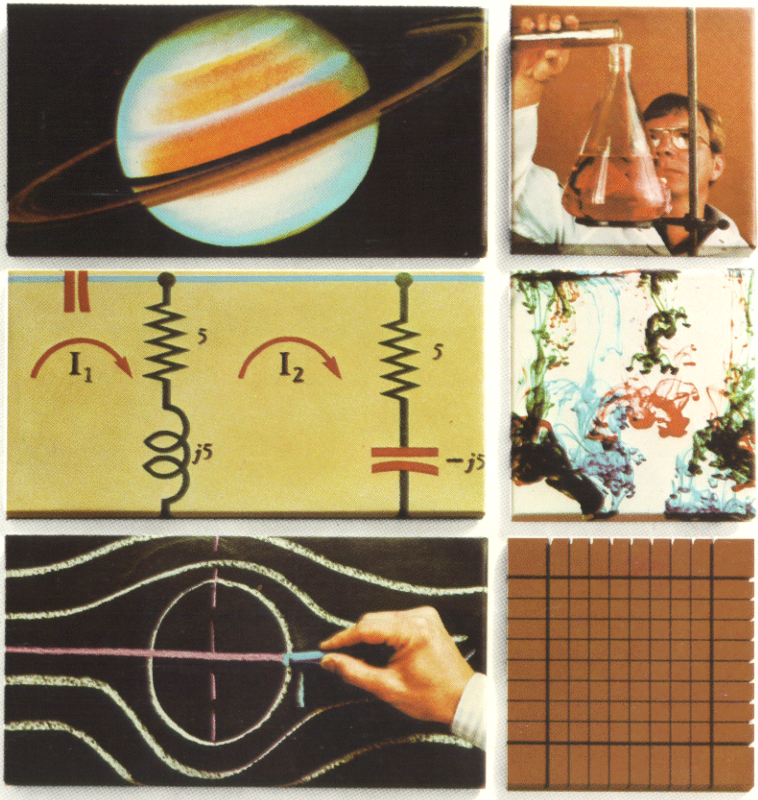
HEWLETT-PACKARD

HP-15C

MANUEL D'UTILISATION



NOTE

Les programmes de ce manuel sont fournis sans aucune garantie. La Société Hewlett-Packard n'assume donc aucune responsabilité quant aux conséquences directes ou non de l'utilisation de ces programmes.

HEWLETT PACKARD

HP-15C

Manuel d'utilisation

0015-90003

Printed in Canada

Préface

Que vous soyez un nouveau venu aux calculateurs Hewlett-Packard ou un utilisateur expérimenté, le HP-15C vous étonnera par sa puissance. En plus de la mémoire permanente et de la faible consommation, les technologies de pointe du HP-15C mettent à votre disposition:

- 448 octets de mémoire programme (un ou deux octets par instruction) et de puissantes possibilités de programmation dont les branchements conditionnels et inconditionnels, les sous-programmes, les indicateurs binaires et la mise au point à l'affichage.
- Quatre domaines mathématiques de haut niveau: calculs sur les nombres complexes, calculs sur les matrices, racines d'une équation et intégration numérique.
- Le stockage direct et indirect de données dans les registres (67 au maximum).
- Des piles longue durée.

Ce manuel présente les caractéristiques et les fonctions du HP-15C en ordre croissant de difficulté.

L'introduction, *Le HP-15C : une solution à vos problèmes,* vous donne un aperçu des possibilités du calculateur. La première partie, *Fonctions de base,* présente toutes les fonctions de base dont le HP-15C dispose. Chaque chapitre de la deuxième partie, *Programmation,* se compose de trois sections – description, exemples et informations complémentaires – de façon à s'adapter aux besoins d'utilisateurs de différents niveaux. Une troisième partie traite les quatre domaines mathématiques de haut niveau*.

Plusieurs annexes décrivent en détail certaines particularités et donnent des informations concernant la garantie et la maintenance.

L'index des fonctions et l'index de programmation, situés à la fin de ce manuel, constituent une référence rapide pour chaque fonction et renvoient aux pages du manuel traitant chaque sujet.

---

* Les parties I et II ne sont pas indispensables à l'étude de la troisième partie si vous connaissez déjà les calculateurs HP. Les fonctions [SOLVE] et [∫] demandent une connaissance de la programmation du HP-15C.

Vous pouvez aussi obtenir auprès de nos revendeurs agréés un manuel consacré aux fonctions mathématiques de haut niveau. Ce manuel fournit une description technique détaillée de ces fonctions et donne des exemples d'applications.

Table des matières

Page blanche

Le HP-15C : une solution à vos problèmes

L'acquisition d'un calculateur scientifique programmable HP-15C vous met en présence d'un puissant instrument de calcul que vous pouvez emporter partout. Sa mémoire permanente conserve indéfiniment les données et les instructions de programme que vous introduisez et, bien que très puissant, il ne demande pas d'expérience préalable en programmation.

Une des caractéristiques importantes de votre HP-15C est sa très faible consommation d'énergie qui permet l'emploi d'un boîtier compact et léger et élimine la nécessité d'un chargeur de batterie. La consommation est si faible qu'un jeu de piles dure de 6 à 12 mois en utilisation normale. De plus, un indicateur vous avertit à l'avance lorsque les piles faiblissent.

Le HP-15C vous aide aussi à économiser les piles en s'éteignant automatiquement après quelques minutes d'inactivité. Ne craignez pas de perdre des données, la mémoire permanente les conserve même lorsque l'affichage est éteint.

Pourquoi la touche [ENTER]

Votre calculateur Hewlett-Packard utilise une logique de calcul particulière, appelée logique polonaise inverse, représentée par la touche [ENTER]. Cette logique supprime le besoin de parenthèses dans les calculs et permet l'affichage de tous les résultats intermédiaires. La résolution des équations les plus compliquées devient ainsi simple, rapide et sûre.

Prenons en exemple les calculs arithmétiques : vous introduisez le premier nombre, appuyez sur [ENTER] pour séparer les deux nombres, introduisez le second et enfin appuyez sur la touche de l'opérateur.

---

* Si vous n'avez jamais utilisé de calculateur HP, vous pouvez remarquer que la plupart des touches ont trois labels. Pour utiliser la fonction principale (imprimée en blanc sur le dessus), appuyez simplement sur la touche. Pour les fonctions imprimées en bleu et en jaune, appuyez d'abord sur la touche bleue [g] ou jaune [f].

Commençons par allumer le calculateur en appuyant sur la touche [ON]. Si l'affichage n'est pas nul, appuyez sur [g] [←], le HP-15C affiche alors 0.0000. Si vous désirez un affichage conforme à la notation européenne (virgule comme séparateur décimal), éteignez votre calculateur et rallumez-le en maintenant la touche [•] enfoncée (cette caractéristique est décrite plus en détail au chapitre 5). Tous les exemples de ce manuel utilisant quatre décimales (sauf indication contraire), il peut être judicieux de leur faire correspondre l'affichage de votre calculateur ; si ce n'est pas déjà le cas, appuyez sur [f] [FIX] 4.

Solutions manuelles

Il n'est pas nécessaire d'effacer la mémoire du calculateur entre les problèmes. Si vous faites une faute lors de l'introduction d'un nombre, appuyez sur [←] et frappez le chiffre correct.

Pour résoudre	Appuyez sur	Affichage
9 − 6 = 3	9 [ENTER] 6 [−]	**3,0000**
9 X 6 = 54	9 [ENTER] 6 [×]	**54,0000**
9 ÷ 6 = 1,5	9 [ENTER] 6 [÷]	**1,5000**
9^6 = 531.441,0000	9 [ENTER] 6 [y^x]	**531.441,0000**

Remarquez que dans les quatre exemples :

- Les deux nombres sont présents dans le calculateur avant que vous appuyiez sur la touche de fonction.
- La touche [ENTER] ne sert que pour séparer deux nombres introduits consécutivement.
- L'exécution de l'opération a lieu dès que vous appuyez sur la touche et le résultat est immédiatement affiché.

Pour illustrer la similitude entre les solutions manuelles et programmées, prenons un exemple simple que vous pourrez résoudre premièrement au clavier puis à l'aide d'un programme.

Le temps mis par un objet pour tomber d'une hauteur h (si on ignore les frottements) est donné par la formule :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \ ,$$

où : t = temps en secondes
h = hauteur en mètres
g = constante de gravitation, 9,8 m/s^2

Exemple : Calculez le temps mis par une pierre tombant du haut de la tour Eiffel (300,51 mètres).

Appuyez sur	Affichage	
300,51 [ENTER]	**300,5100**	Entrez h.
2 [×]	**601,0200**	Calcule 2 h.
9,8 [÷]	**61,3286**	(2 h) / g.
[$\sqrt{x}$]	**7,8313**	Temps en secondes.

Solutions programmées

Supposons que vous vouliez calculer les temps de chutes pour différentes hauteurs. La façon la plus simple est d'écrire un programme qui prend la variable que vous introduisez et calcule automatiquement le résultat à partir de cette donnée.

Rédaction du programme. Le programme est similaire à la séquence de touches utilisée pour la résolution manuelle. Vous devez faire précéder cette séquence d'un label et la faire suivre d'un indicateur de fin de programme. Le programme est conçu pour accepter l'introduction des variables au clavier.

Chargement du programme. Vous pouvez enregistrer le programme correspondant au problème en appuyant sur les touches listées ci-dessous. Le calculateur enregistre les instructions dès leur introduction et affiche une série de codes dont l'interprétation sera décrite ultérieurement.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Place le HP-15C en mode programme (indicateur PRGM allumé).
f CLEAR PRGM	000–	Efface la mémoire programme.
f LBL A	001-42.21.11	Label "A" définit le début du programme.
2	002– 2	Séquence de touches identique à celle utilisée pour la solution manuelle.
×	003– 20	
9	004– 9	
·	005– 48	
8	006– 8	
÷	007– 10	
$\sqrt{x}$	008– 11	
g RTN	009– 43 32	La touche RTN définit la fin du programme.
g P/R	7,8313	Revient en mode calcul (l'indicateur PRGM disparaît).

Exécution du programme. Appuyez sur les touches suivantes pour exécuter le programme.

Appuyez sur	Affichage	
300.51	300,51	Hauteur de la tour Eiffel.
f A	7,8313	Temps de chute.
1050 f A	14,6385	Temps mis par une pierre pour tomber d'une hauteur de 1050 m.

Ce programme étant en mémoire, vous pouvez calculer rapidement les temps de chute pour de nombreuses hauteurs. Il suffit de frapper la hauteur au clavier et d'appuyer sur $\boxed{f}$ $\boxed{A}$. Calculez les temps de chute pour les hauteurs suivantes : 100 m, 2 m, 275 m et 2000 m.

Les réponses sont : 4,5175 s ; 0,6389 s ; 7,4915 s et 20,2031 s.

Ce programme était relativement facile. La deuxième partie de ce manuel vous présentera la programmation plus en détail. Passons maintenant à la première partie pour étudier les fonctions de base du HP-15C.

Première partie

HP-15C
Fonctions de base

Chapitre 1

Généralités

Mise sous/hors tension

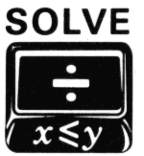
La touche ON met le HP-15C sous ou hors tension selon l'état antérieur. Le calculateur s'éteint automatiquement après quelques minutes d'inactivité de façon à économiser les piles.

Clavier

Fonctions primaire et secondaires

La plupart des touches de votre HP-15C possèdent une fonction primaire et deux secondaires. La fonction primaire est indiquée par la mnémonique imprimée sur la face horizontale de la touche. Les fonctions secondaires sont indiquées par les mnémoniques imprimées au-dessus de la touche et sur sa face inclinée.

- Pour exécuter la fonction primaire, il suffit d'appuyer sur la touche ; exemple : ÷
- Pour exécuter une fonction secondaire, appuyez sur la touche préfixe f ou g puis sur la touche de fonction ; exemple : f SOLVE ; g $x \leq y$.



Tout au long de ce manuel, nous suivrons certaines conventions en ce qui concerne les fonctions secondaires. Les références à la fonction elle-même apparaîtront sous la forme du nom de la fonction dans un cadre, telle que "la fonction MEM". Les références à l'utilisation de la fonction incluront la touche préfixe, telle que "appuyez sur g MEM". Les références aux quatre fonctions imprimées sur l'accolade CLEAR seront précédées du mot "CLEAR", telle que "la fonction CLEAR REG" ou "appuyez sur f CLEAR PRGM".

Remarque : Lorsque vous appuyez sur une touche préfixe, l'indicateur correspondant, [f] ou [g], apparaît à l'affichage jusqu'à ce que vous appuyiez sur une touche de fonction pour terminer la séquence.

```
0.0000
 f
```

Touche préfixe

On appelle préfixe toute touche qui doit en précéder une autre de façon à exécuter une fonction. Ces touches préfixe peuvent être suivies d'un nombre ou d'une autre touche. Les touches préfixe sont :

[CF]	[ENG]	[FIX]	[GSB]	[$\int_y^x$]	[MATRIX]	[SCI]	[STO]
[DIM]	[f]	[g]	[HYP]	[ISG]	[RCL]	[SF]	[TEST]
[DSE]	[F?]	[GTO]	[HYP^{-1}]	[LBL]	[RESULT]	[SOLVE]	[$x\gtrless$]

Si vous faites une faute lors de l'introduction d'un préfixe, il suffit d'appuyer sur [f] CLEAR [PREFIX] pour annuler l'erreur. La touche [PREFIX] permet en outre de connaître la mantisse du nombre affiché. Le calculateur affiche tous les chiffres du nombre pendant un court moment après la pression de la touche [PREFIX].

Changement de signe

La touche [CHS] permet de changer le signe (positif ou négatif) du nombre affiché. Pour introduire un nombre négatif, appuyez sur [CHS] après l'introduction des chiffres.

Introduction en notation scientifique

La touche [EEX] permet d'introduire un nombre sous la forme d'une mantisse suivie d'une puissance de dix. Frappez d'abord la mantisse du nombre puis appuyez sur [EEX] suivi des chiffres de l'exposant de dix. Pour un exposant de dix négatif, appuyez sur [CHS] juste après l'introduction des chiffres de l'exposant*. Exemple : introduisez la constante de Planck ($6{,}6262 \times 10^{-34}$ Joule-seconde) et multipliez-la par cinquante.

---

* Vous pouvez aussi appuyer sur la touche [CHS] juste après [EEX].

Appuyez sur	Affichage	
6,6262	6,6262	
[EEX]	6,6262 .00	Le 00 vous indique que vous devez introduire un exposant.
3	6,6262 03	
4	6,6262 34	$6{,}6262 \times 10^{34}$.
[CHS]	6,6262 −34	$6{,}6262 \times 10^{-34}$.
[ENTER]	6,6262 −34	Introduction du nombre.
50 [×]	3,3131 −32	Joule-seconde

Note : Les décimales qui occupent la zone de l'exposant disparaîtront de l'affichage lorsque vous appuierez sur [EEX] mais seront conservées dans la machine.

Pour éviter les affichages impossibles, le calculateur n'exécute pas la fonction [EEX] si le contenu de l'affichage comporte plus de sept chiffres à gauche de la virgule ou si la mantisse est inférieure à 0,000001. Pour introduire de tels nombres, vous devez utiliser un autre format. Exemple : $123456789{,}8 \times 10^{23}$ peut être introduit sous la forme $1234567{,}898 \times 10^{25}$ et $0{,}00000025 \times 10^{-15}$ sous la forme $2{,}5 \times 10^{-22}$.

Touches d'effacement

L'effacement pour le HP-15C consiste en fait dans le remplacement du nombre présent par zéro. Les opérations d'effacement du HP-15C sont :

Séquence d'effacement	Effet
[g] [CLx]	Efface l'affichage (registre X)
[←]	
en mode calcul :	Efface le dernier chiffre **ou** tout l'affichage.
en mode programme :	Supprime la ligne courante.
[f] CLEAR [Σ]	Efface les registres statistiques, l'affichage et la pile opérationnelle (voir chapitre 3).

Séquences d'effacement	Effet
f CLEAR PRGM	
En mode calcul	Positionne le pointeur en ligne 000.
En mode programme	Efface tous les programmes.
f CLEAR REG	Efface tous les registres de stockage.
f CLEAR PREFIX *	Efface tout préfixe d'une séquence partiellement introduite.
*Affiche aussi temporairement la mantisse.	

Effacement de l'affichage

Le HP-15C dispose de deux types d'effacement de l'affichage : CLx et ←.

En mode calcul :

- La touche CLx remplace le contenu de l'affichage par zéro.
- La touche ← supprime le dernier chiffre de l'affichage si l'introduction n'est pas terminée par ENTER ou une autre fonction. Vous pouvez alors frapper un nouveau chiffre pour remplacer celui qui a été effacé sans avoir à réintroduire tout le nombre. Si l'introduction a été terminée, la touche ← est équivalente à CLx.

Appuyez sur	Affichage	
12345	**12,345**	L'introduction n'est pas terminée.
←	**1,234**	N'efface que le dernier chiffre.
9	**12,349**	
√x	**111,1261**	Termine l'introduction.
←	**0,0000**	Remplace le nombre par zéro.

En mode programme :

- La fonction CLx est programmable ; elle est stockée en mémoire comme instruction de programme et ne supprime pas la ligne affichée.
- La fonction ← n'est pas programmable et peut donc servir à la mise au point de programme. Une pression de ← supprime la ligne de programme affichée.

Calculs

Fonctions monadiques

Une fonction monadique n'opère que sur un seul nombre, le contenu de l'affichage. Pour utiliser une fonction monadique, il suffit d'introduire un nombre à l'affichage et d'appuyer sur la touche de la fonction.

Appuyez sur	Affichage
45	**45**
[g] [LOG]	**1,6532**

Fonctions diadiques et touche [ENTER]

Une fonction diadique requiert la présence de deux nombres dans le calculateur *avant* l'exécution. Les opérateurs arithmétiques sont des fonctions diadiques.

Fin d'introduction de données. Lorsque vous voulez *introduire* deux nombres pour effectuer une opération, vous devez indiquer au calculateur *où finit le premier et où commence le second.* L'indicateur est la fonction [ENTER] que vous utilisez pour séparer deux nombres introduits consécutivement. Si par contre, l'un des deux nombres est le résultat d'un calcul précédent, vous ne devez pas utiliser la touche [ENTER]. Toutes les fonctions sauf les touches d'introduction numérique* *terminent une introduction.*

Remarquez que, quel que soit le nombre, le calculateur affiche toujours une virgule et des décimales (fonction du format d'affichage) lorsque vous terminez une introduction.

Calculs en chaîne. Dans les exemples suivants remarquez que :

- La touche [ENTER] ne sert que pour séparer des nombres introduits consécutivement.
- L'opérateur n'est introduit que lorsque les deux opérandes sont dans le calculateur.
- Le résultat de toute opération est immédiatement affiché et peut devenir lui-même un opérande. Les résultats intermédiaires sont automatiquement stockés et rappelés d'après le schéma premier-entré, dernier-sorti. Tout chiffre introduit juste après l'affichage d'un résultat est considéré par le calculateur comme un nouveau nombre.

---

* Touches de chiffres, [•], [CHS], [EEX] et [◄].

Exemple : calculez $(9 + 17 - 4) / 4$

Appuyez sur	**Affichage**	
9 [ENTER]	**9,0000**	Fin de l'introduction.
17 [+]	**26,0000**	$9 + 17$.
4 [−]	**22,0000**	$9 + 17 - 4$.
4 [÷]	**5,5000**	$(9 + 17 - 4) / 4$.

Tous les problèmes, même les plus compliqués, se résolvent de la même façon par le stockage et le rappel automatique des résultats intermédiaires. Pour les équations complexes, nous vous conseillons de commencer le calcul par les parenthèses les plus à l'intérieur, comme vous feriez pour un calcul à la main.

Exemple : calculez $(6 + 7) \times (9 - 3)$.

Appuyez sur	**Affichage**	
6 [ENTER]	**6,0000**	
7 [+]	**13,0000**	1^er^ résultat intermédiaire
9 [ENTER]	**9,0000**	
3 [−]	**6,0000**	2^e^ résultat intermédiaire
[×]	**78,0000**	Résultat final.

Résolvez les petits calculs suivants (à chaque fois que vous appuyez sur [ENTER] ou sur une touche de fonction, le calculateur conserve le nombre affiché pour l'opération suivante) :

$$(16 \times 38) - (13 \times 11) = 465{,}0000$$

$$4 \times (17 - 12) / (10 - 5) = 4{,}0000$$

$$23^2 - (13 \times 9) + 1/7 = 412{,}1429$$

$$\sqrt{[(5{,}4 \times 0{,}8) \div (12{,}5 - 0{,}7^2)]} = 0{,}5998$$

Chapitre 2

Fonctions numériques

Ce chapitre présente les fonctions numériques du HP-15C (à l'exclusion des fonctions statistiques). Chaque fonction est utilisée de la même façon au clavier ou dans un programme. Certaines de ces fonctions, telle que [ABS], sont essentiellement conçues pour les programmes.

Souvenez-vous que les fonctions numériques, comme toutes les autres, terminent automatiquement l'introduction d'un nombre. Vous ne devez donc pas faire suivre une fonction de [ENTER].

Variable Pi

La séquence [g] [π] affiche les dix premiers chiffres du nombre Pi (3,141592654) dans le registre X. Vous n'avez pas à séparer [π] des autres nombres par la touche [ENTER].

Fonctions d'altération des nombres

Le HP-15C possède cinq fonctions permettant de modifier le contenu de l'affichage.

Changement de signe. La touche [CHS] change le signe du nombre affiché ou de l'exposant de dix (cf. page 19).

Partie entière. La séquence [g] [INT] remplace le nombre affiché par le plus grand entier inférieur ou égal à ce nombre.

Partie fractionnaire. La séquence [f] [FRAC] remplace le nombre affiché par sa partie fractionnaire.

Arrondi. La séquence [g] [RND] arrondit la représentation interne à dix chiffres du nombre affiché au nombre de chiffres spécifié par le format [FIX], [SCI] ou [ENG] courant.

Valeur absolue. La séquence [g] [ABS] remplace le nombre affiché par sa valeur absolue.

Exemple	Affichage	
123,4567 [g] [INT]	123,0000	
[g] [LSTx] [CHS] [g] [INT]	−123,0000	Le changement de signe n'affecte pas les chiffres
[g] [LSTx] [f] [FRAC]	−0,4567	
1,23456789 [CHS]		
[g] [RND]	−1,2346	
[f] CLEAR [PREFIX]	1234600000	Affichage temporaire
(relâchée)	−1,2346	
[g] [ABS]	1,2346	

Fonctions monadiques

Les fonctions mathématiques monadiques du HP-15C n'agissent que sur le contenu de l'affichage.

Fonctions générales

Inverse. La touche [$1/x$] remplace le nombre affiché par son inverse.

Factorielle et fonction Gamma. La séquence [f] [$x!$] calcule la factorielle ou la valeur de la fonction Gamma du nombre affiché.

- Factorielle. Lorsqu'exécutée avec un entier non-négatif n ($0 \leqslant n \leqslant 69$) à l'affichage, [$x!$] calcule la factorielle de n.
- Fonction Gamma. La touche [$x!$] permet aussi de calculer la fonction Gamma, notée $\Gamma(x)$, utilisée dans certains problèmes de mathématiques supérieures et de statistiques. En fait le HP-15C calcule $\Gamma(x+1)$, donc pour calculer la valeur de la fonction Gamma d'un nombre, il vous faut soustraire 1 au nombre que vous introduisez avant d'appuyer sur [f] [$x!$]

Racine carrée. La touche [$\sqrt{x}$] remplace le nombre affiché par sa racine carrée.

Carré. La touche [x^2] remplace le nombre affiché par son carré.

Exemple	Affichage	
25 [$1/x$]	0,0400	
8 [f] [$x!$]	40.320,0000	Calcule 8 ! ou Γ (9).
3,9 [$\sqrt{x}$]	1,9748	
12,3 [g] [x^2]	151,2900	

Opérations trigonométriques

Unités d'angle. Les fonctions trigonométriques opèrent dans l'unité d'angle que vous choisissez. Le choix d'une unité d'angle ne convertit pas les nombres présents dans le calculateur, il indique simplement à celui-ci l'unité d'angle à utiliser (degré, radian ou grade).

- La séquence [g] [DEG] définit le mode degré. Il n'y a pas d'indicateur associé à l'affichage. Les degrés sont exprimés sous forme décimale et non pas avec des minutes et secondes.
- La séquence [g] [RAD] définit le mode radian. L'indicateur **RAD** apparaît à l'affichage. En mode Complexe, toutes les fonctions (sauf [→P] et [→R] supposent les valeurs d'angles en radians, quel que soit l'indicateur affiché.
- La séquence [g] [GRD] définit le mode grade. L'indicateur **GRAD** apparaît à l'affichage.

La mémoire permanente conserve toujours la dernière unité d'angle utilisée. Si, pour une raison quelconque, la mémoire est réinitialisée, le calculateur utilise par défaut le degré comme unité d'angle.

Fonctions trigonométriques

Touche	Fonction
[SIN]	sinus
[g] [SIN⁻¹]	arc sinus
[COS]	cosinus
[g] [COS⁻¹]	arc cosinus
[TAN]	tangente
[g] [TAN⁻¹]	arc tangente

Veillez à spécifier, si nécessaire, l'unité d'angle (degré, radian ou grade) avant d'exécuter une fonction trigonométrique.

Conversions d'heures et d'angles

Le HP-15C dispose de deux fonctions permettant les conversions d'heure et d'angle.

Heures, heures décimales H,h	⟷	Heures, minutes secondes fractions de secondes H,MMSSs
Degrés, degrés décimaux D,d	⟷	Degrés, minutes fractions de s D,MMSSs

Conversion en heures (ou degrés), minutes et secondes. La séquence `f` `→H.MS` convertit le nombre affiché de représentation décimale en heures (ou degrés), minutes et secondes.

Par exemple, appuyez sur `f` `→H.MS` pour convertir

$$\underbrace{1{,}2345}_{\text{heures}} \quad \text{en} \quad \underbrace{1}_{\text{heures}},\ \underbrace{14}_{\text{minutes}}\ \underbrace{04}_{\text{secondes}}$$

Appuyez sur `f` `PREFIX` pour afficher toutes les décimales de la valeur :

$$11404200\underbrace{00}_{\text{au cent millième de seconde}}$$

Conversion en heures (ou degrés) décimales. La séquence `g` `→H` convertit le nombre affiché d'heures (ou degrés), minutes et secondes en représentation décimale.

Conversions degrés-radians

Les fonctions `→DEG` et `→RAD` convertissent le nombre affiché de radians en degrés ou vice versa. Les valeurs en degrés sont exprimées en représentation décimale.

Exemple	Affichage	
40,5 `f` `→RAD`	**0,7069**	Radians.
`g` `→DEG`	**40,5000**	Degrés décimaux.

Fonctions logarithmiques

Logarithme népérien. La séquence [g] [LN] calcule le logarithme népérien (base e: 2,718281828) du nombre affiché.

Exponentielle népérienne. La touche [e^x] calcule l'exponentielle népérienne (base e) du nombre affiché.

Logarithme en base 10. La séquence [g] [LOG] calcule le logarithme en base dix du nombre affiché.

Exponentielle en base 10. La touche [10^x] calcule l'exponentielle en base 10 du nombre affiché, c'est-à-dire 10 à la puissance du nombre.

Exemple	Affichage	
45 [g] [LN]	**3,8067**	Log naturel de 45.
3,4012 [e^x]	**30,0001**	Exponentielle naturelle de 3,4012
12,4578 [g] [LOG]	**1,0954**	Log base 10 de 12,4578.
3,1354 [10^x]	**1.365,8405**	10 puissance 3,1354

Fonctions hyperboliques

Ces fonctions s'exécutent sur le contenu de X et affichent le résultat dans X.

Touche	Fonction
[f] [HYP] [SIN]	sinus hyperbolique (sinh)
[g] [HYP^{-1}] [SIN]	arc sinus hyperbolique (asinh)
[f] [HYP] [COS]	cosinus hyperbolique (cosh)
[g] [HYP^{-1}] [COS]	arc cosinus hyperbolique (acosh)
[f] [HYP] [TAN]	tangente hyperbolique (tgh)
[g] [HYP^{-1}] [TAN]	arc tangente hyperbolique (atgh)

Fonctions diadiques

Le HP-15C exécute les fonctions diadiques en utilisant deux valeurs introduites séquentiellement. Si vous introduisez les deux valeurs au clavier, vous devez les séparer par [ENTER] ou toute autre touche de fonction.

Dans une fonction diadique, la première valeur introduite est appelée y car le calculateur la place dans le registre Y et la seconde x car elle reste dans le registre X pour l'exécution.

Nous avons déjà décrit les opérateurs arithmétiques ([+], [−], [×] et [÷]), le présent chapitre ne traitera donc que des autres fonctions.

Fonction puissance

La touche [y^x] élève le contenu du registre Y à la puissance de celui de X.

Pour calculer	Appuyer sur	Affichage
$2^{1,4}$	2 [ENTER] 1,4 [y^x]	**2,6390**
$2^{-1,4}$	2 [ENTER] 1,4 [CHS] [y^x]	**0,3789**
$(-2)^3$	2 [CHS] [ENTER] 3 [y^x]	**−8,0000**
$\sqrt[3]{2}$ ou $2^{1/3}$	2 [ENTER] 3 [$1/x$] [y^x]	**1,2599**

Pourcentages

Les fonctions de pourcentage, [%] et [Δ%], préservent la valeur du nombre de base en plus du résultat du calcul. Ceci vous permet d'effectuer d'autres calculs sur le même nombre de base sans avoir à le réintroduire.

Pourcentage. La fonction [%] calcule x pourcent du contenu de Y.

Calculez par exemple 17,6 % de 875 F.

Appuyez sur	Affichage	
875 [ENTER]	**875,0000**	Nombre de base.
17,6 [g] [%]	**154,000**	Pourcentage.
[+]	**1029,0000**	Total

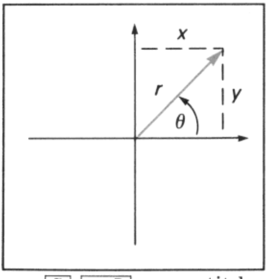
Différence en pourcent. La fonction [Δ%] calcule la *différence* en pourcent entre deux nombres. Le résultat exprime l'augmentation ou la diminution relative du second nombre par rapport au premier.

Supposons qu'un article qui coûtait 14,12 F l'an dernier en coûte maintenant 15,76 F. Quelle est l'augmentation relative du coût de cet article ?

Appuyez sur	Affichage	
14,12 [ENTER]	**14,1200**	Ancien prix.
15,76 [g] [Δ%]	**11,6147**	Augmentation en %

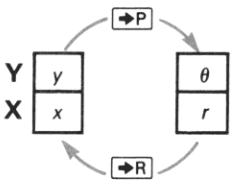
Conversions de coordonnées rectangulaires-polaires

Les fonctions [→P] et [→R] de votre HP-15C effectuent des conversions de systèmes de coordonnées polaires-rectangulaires. L'angle Θ est supposé être en degrés décimaux, radians ou grades selon l'unité choisie. Il est interprété selon la convention du cercle trigonométrique (voir ci-contre).



Conversion en système polaire. La séquence [g] [→P] convertit les contenus de X et de Y de coordonnées rectangulaires (abscisse x et ordonnée y) en coordonnées polaires (module r et argument Θ). Vous devez entrer d'abord l'ordonnée puis l'abscisse. Le calculateur affiche la valeur du module r et place celle de l'argument Θ dans Y. Vous pouvez rappeler cette valeur en appuyant sur [$x \gtrless y$]. La valeur de Θ se situe entre $-180°$ et $180°$.

Conversions en système rectangulaire. La séquence [g] [→R] convertit les contenus de X et de Y de coordonnées polaires (module r et argument Θ) en coordonnées rectangulaires (abscisse x et ordonnée y). Le calculateur affiche l'abscisse et place l'ordonnée dans le registre Y. Vous pouvez appuyer sur [$x \gtrless y$] pour afficher cette dernière.



Appuyer sur	Affichage	
[g] [DEG]		Mode DEG.
5 [ENTER]	**5,0000**	y
10	**10**	x
[g] [→P]	**11,1803**	r
[$x \gtrless y$]	**26,5651**	Θ
30 [ENTER]	**30,0000**	Θ
12	**12**	r
[f] [→R]	**10,3923**	x
[$x \gtrless y$]	**6,0000**	y

Chapitre 3

La pile opérationnelle, le registre LAST X et les registres de données

La pile opérationnelle

La logique de calcul HP est basée sur une logique mathématique connue sous le nom de “notation polonaise”, développée par le mathématicien polonais Jan Lukasiewicz (1878-1956). Contrairement à la notation algébrique conventionnelle qui place l’opérateur entre les variables, la notation polonaise le place avant les variables. Pour optimiser les performances de cette logique sur ses calculateurs, HP utilise une notation polonaise inverse dans laquelle l’opérateur apparaît après les variables.

Grâce à la pile opérationnelle et à la touche ENTER qui permettent au HP-15C de conserver et de réutiliser automatiquement les résultats intermédiaires, les calcus les plus complexes apparaissent fort simples.

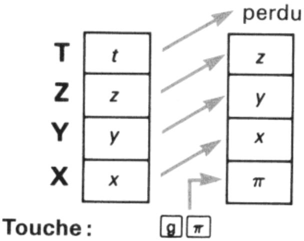
La pile opérationnelle

T	0.0000	
Z	0.0000	
Y	0.0000	
X	0.0000	Toujours affiché.

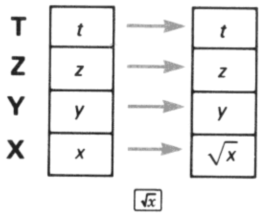
Lorsque le HP-15C est en mode calcul, le nombre affiché est toujours le contenu du registre X.

Tout nombre introduit et tout résultat de l'exécution d'une fonction numérique est automatiquement et immédiatement placé à l'affichage dans le registre X. A cette occasion et selon le type d'opération, les contenus des autres registres de la pile sont décalés vers le haut, vers le bas ou restent à leur place. Ces nombres obéissent à l'ordre dernier entré-premier sorti. Si par exemple, vous placez dans les registres de la pile les nombres comme indiqué ci-dessous, l'exécution ou l'introduction indiquée provoquera la modification apparaissant dans la colonne de droite.

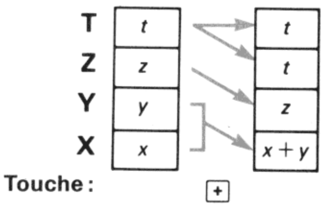
Décalage vers le haut



Pas de décalage



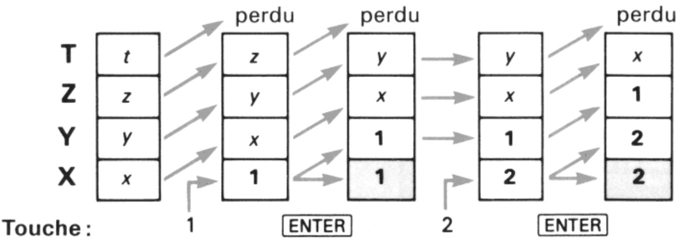
Décalage vers le bas

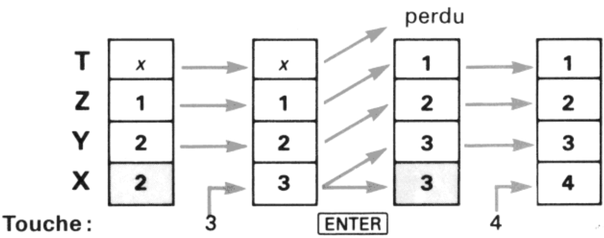


Remarquez que, lorsque la pile se décale vers le bas, le contenu de T descend en Z et reste en T permettant d'utiliser répétitivement ce nombre pour des calculs avec un facteur constant.

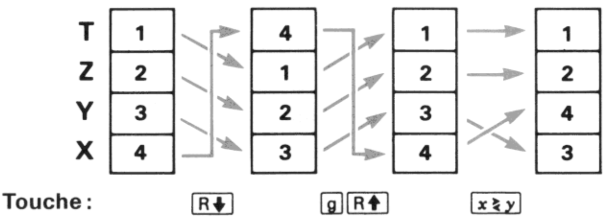
Fonctions de manipulation de la pile

La touche [ENTER] sépare deux nombres introduits consécutivement. Lorsque vous appuyez sur [ENTER], le calculateur décale les contenus de la pile vers le haut en copiant le contenu de X dans Y. Remplissez la pile avec les nombres 1, 2, 3 et 4, par exemple. Les parties ombrées indiquent que le contenu du registre sera remplacé lors de l'introduction ou du rappel du nombre suivant.





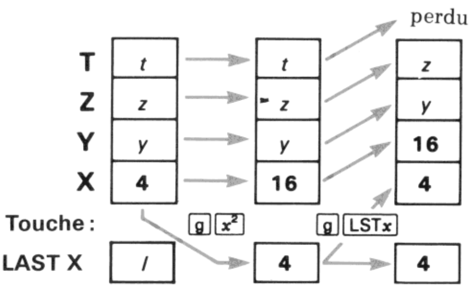
Les touches [R↓] et [R↑] effectuent une permutation circulaire des contenus des registres de la pile sans qu'aucune valeur soit perdue et la touche [$x \gtrless y$] permute les contenus des registres X et Y. Si la pile contient les nombres 1, 2, 3 et 4, les touches [R↓], [R↑] et [$x \gtrless y$] donnent les résultats suivants :



Registre LAST X et touche [LSTx]

Lors de chaque exécution d'une fonction numérique, le calculateur copie le contenu du registre X avant l'exécution dans un registre appelé LAST X (dernier x)*. La fonction [g] [LSTx] vous permet de recopier le contenu du registre LAST X dans le registre X.

Exemple :



La touche [LSTx] vous évite de ré-entrer les nombres que vous voulez réutiliser (voir le paragraphe sur les calculs avec constantes). Elle peut aussi vous aider à corriger des erreurs, telle que l'exécution d'une fonction au lieu d'une autre ou l'introduction d'une valeur erronée. Supposons qu'au cours d'un calcul vous vous trompiez de diviseur :

Appuyez sur	Affichage	
287 [ENTER]	**287,0000**	
12,9 [÷]	**22,2481**	Diviseur erroné.
[g] [LSTx]	**12,9000**	Rappel de LAST X le diviseur erroné avant l'exécution de [÷].

---

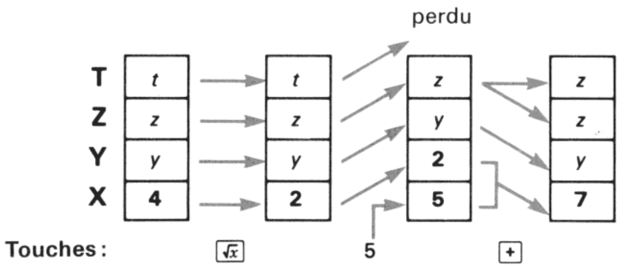
* Sauf avec les fonctions [$\bar{x}$], [s] ou [L.R.], qui n'utilisent pas le contenu de l'affichage mais effectuent des calculs sur les contenus des registres statiques (R_2 à R_7). Référez-vous à l'annexe B pour une liste complète des fonctions qui copient x dans LAST X.

Appuyez sur	Affichage	
[×]	**287,0000**	Fonction inverse de la précédente.
13,9 [÷]	**20,6475**	Réponse correcte.

Fonctions et pile opérationnelle

Lorsque vous voulez introduire deux nombres consécutivement, vous les séparez par [ENTER]. Cependant si le premier nombre est le résultat d'un calcul et se trouve donc déjà dans le registre X, vous ne devez pas utiliser [ENTER]. Pourquoi ? La plupart des fonctions du HP-15C provoquent deux actions :

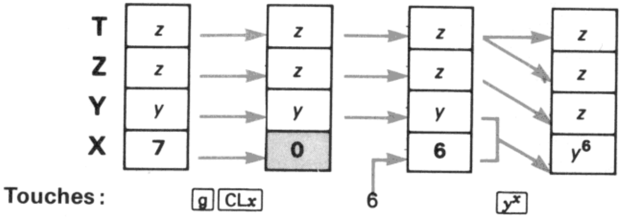
- La fonction spécifiée est exécutée.
- Les mouvements de la pile sont autorisés, c'est-à-dire que l'introduction d'un nouveau nombre fera automatiquement monter la pile.



A l'opposé, quatre fonctions, [ENTER], [CLx], [Σ+] et [Σ−] interdisent les mouvements de la pile*. Dans ce cas, si vous introduisez un nouveau nombre, celui-ci remplacera le contenu précédent de X sans modification du reste de la pile. L'illustration de l'instruction [ENTER] à la page 34

*La touche [←] interdit aussi les mouvements de la pile si l'introduction du nombre est terminée (dans ce cas elle agit comme [CLx]). Dans tous les autres cas, elle est neutre. Pour plus de détails sur la pile opérationnelle, consultez l'annexe B.

montre bien ce phénomène. Dans la plupart des applications, les effets discutés ci-avant viennent si naturellement que vous n'y penserez même pas.



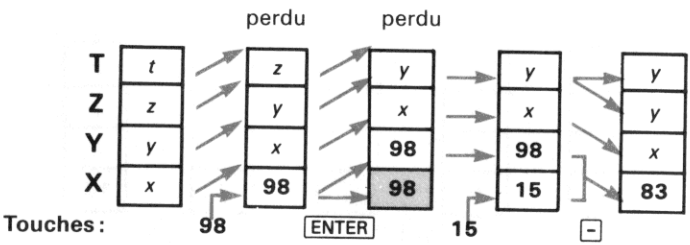
Ordre d'entrée et touche ENTER

Pour bien des fonctions, il est important que les nombres soient introduits dans le calculateur dans le bon ordre, c'est-à-dire celui que vous utiliseriez pour écrire l'opération sur une feuille. Exemple :

98 − 15	98 + 15	98 × 15	$\frac{98}{15}$

Le premier nombre doit donc être placé dans le registre Y et le second dans le registre X. Lors de l'exécution d'une fonction mathématique, la pile descend et le calculateur place le résultat dans le registre X.

Exemple de soustraction :



Pour une addition, multiplication ou division, vous utiliseriez le même positionnement des nombres dans la pile opérationnelle.

Calculs imbriqués

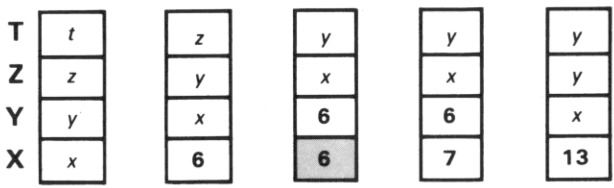
Les mouvements automatiques de la pile vous permettent d'effectuer des calculs imbriqués sans utiliser de parenthèses et sans devoir noter de résultats intermédiaires. Avec le HP-15C, il suffit de décomposer le calcul en une série d'opérations élémentaires sur deux nombres (ce que vous faites naturellement quand vous calculez à la main).

Presque tous les calculs imbriqués que vous rencontrerez pourront être résolus en utilisant uniquement les quatre registres de la pile. De même que pour résoudre un calcul à la main, il est judicieux de commencer par le jeu de parenthèses le plus à l'intérieur sinon il pourra être nécessaire de stocker un résultat intermédiaire dans un registre de données. Prenons par exemple le calcul suivant :

$$3\,[4 + 5\,(6 + 7)]$$

Appuyez sur	Affichage	
6 ENTER 7 +	**13,0000**	(6 + 7)
5 ×	**65,0000**	5 (6 + 7)
4 +	**69,0000**	[4 + 5 (6 + 7)]
3 ×	**207,0000**	3 [4 + 5 (6 + 7)]

L'illustration suivante montre les mouvements de la pile pour cet exemple. La pile descend automatiquement après chaque opération et monte pour chaque introduction d'un nouveau nombre.



Touche : 6 ENTER 7 +

T	y	y	y	y
Z	y	x	y	x
Y	x	13	x	65
X	13	5	65	4
Touche :		5	$\boxed{\times}$	4

T	y	y	y	y
Z	x	y	x	y
Y	65	x	69	x
X	4	69	3	207
Touche :		$\boxed{+}$	3	$\boxed{\times}$

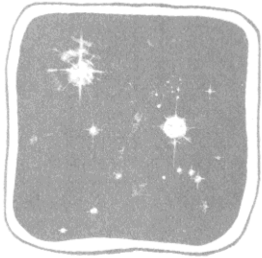
Arithmétique avec constante

Il y a trois façons d'effectuer des calculs arithmétiques avec constante dans la pile opérationnelle :

- Utiliser le registre LAST X.
- Charger la pile avec la constante et effacer le registre X pour chaque nouvelle valeur.
- Charger la pile avec la constante et effectuer l'opération sur le résultat de chaque calcul précédent.

LAST X. Cette méthode consiste à utiliser la constante de façon qu'elle soit toujours conservée par le registre LAST X. La fonction $\boxed{\text{LST}x}$ permettant ensuite de rappeler la constante à l'affichage.

Exemple : Parmi les étoiles les plus proches de la terre, Rigil Centaurus et Sirius se situent respectivement à 4,3 années-lumière et 8,7 années-lumière. Utilisez la vitesse de la lumière (3×10^8 m/s ou $9{,}5 \times 10^{15}$ mètres/an) pour calculer leur éloignement en mètres. Les diagrammes ne montrent qu'un seul chiffre après la virgule.



T	*t*	*z*	*y*	*y*
Z	*z*	*y*	*x*	*x*
Y	*y*	*x*	4.3	4.3
X	*x*	4.3	4.3	9.5 15
Touches :		4.3	ENTER	9.5 EEX 15
LAST X:	/	/	/	/

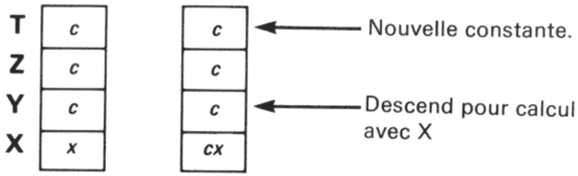
T	*y*	*y*	*y*	*x*
Z	*x*	*y*	*x*	4.1 16
Y	4.3	*x*	4.1 16	8.7
X	9.5 15	4.1 16	8.7	9.5 15
Touches :		×	8.7	g LST*x*
LAST X:	/	9.5 15	9.5 15	9.5 15

T	*x*	*x*
Z	4.1 16	*x*
Y	8.7	4.1 16
X	9.5 15	8.3 16
Touches :		×
LAST X:	9.5 15	9.5 15

Rigil Centaurus
$4{,}1 \times 10^{16}$ m

Sirius
$8{,}3 \times 10^{16}$ m

Chargement de la pile avec une constante. Le contenu du registre T étant recopié à chaque fois que la pile descend, ce nombre peut être utilisé comme constante dans des opérations arithmétiques.



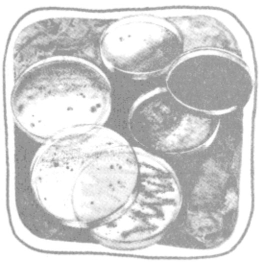
Touche : [×]

Remplissez la pile avec une constante en la frappant une fois au clavier et en appuyant trois fois sur [ENTER]. Introduisez ensuite la première valeur et effectuez l'opération. La pile va descendre, plaçant une copie de la constante dans le registre Y et une autre dans T.

Si la variable change, comme dans l'exemple avec les étoiles, veillez à effacer l'affichage avant d'entrer la nouvelle valeur. Ceci interdit les mouvements de la pile de façon que la nouvelle valeur remplace le résultat précédent sans faire monter la pile.

Si l'opération est du type cumulatif, c'est-à-dire si le même nombre sert de nouvel opérateur pour chaque opération, vous ne devez pas effacer l'affichage mais simplement répéter l'opération.

Exemple : Un bactériologiste étudie un certain micro-organisme dont la population croît de 15 % par jour (facteur de croissance égal à 1,15). S'il commence avec un échantillon de 1000 quelle sera la population à la fin de chaque journée pendant les quatre premiers jours ?



Appuyez sur	Affichage	
1.15	**1,15**	Facteur de croissance.
[ENTER] [ENTER]		
[ENTER]	**1,1500**	Remplissage de la pile.
1000	**1.000**	Population initiale.
[×]	**1.150,0000**	Fin du jour 1.

Appuyez sur	Affichage	
[×]	**1.322,5000**	Jour 2.
[×]	**1.520,8750**	Jour 3.
[×]	**1.749,0063**	Jour 4.

Opérations sur les registres de stockage

Les opérations de stockage et de rappel de données prennent place entre le registre X et les registres de données. A la première mise sous tension ou après une réinitialisation de la mémoire permanente, le HP-15C dispose de 21 registres de stockage de données directement accessibles : R_0 à R_9, $R_{.0}$ à $R_{.9}$ plus le registre index R_I (voir diagramme des registres à l'intérieur du dos de couverture de ce manuel). Cinq de ces registres (R_2 à R_7) sont en outre utilisés pour les calculs statistiques.

Le nombre de registres disponibles pour les données peut être augmenté ou diminué en utilisant la fonction [DIM]. Cette fonction est décrite en détail à l'annexe C. Les registres de plus faible numéro sont les derniers à être ré-alloués. *Il est donc judicieux de stocker vos données dans les registres disponibles de plus faibles numéros.*

Stockage et rappel de nombres

[STO] *(stockage)*. Lorsque suivie d'une adresse d'un registre de données (0 à 9 ou .0 à .9*), cette fonction copie le contenu du registre X affiché dans le registre de stockage identifié. La nouvelle valeur remplace le contenu précédent de ce registre.

[RCL] *(rappel)*. De la même façon, la touche [RCL] suivie d'une adresse d'un registre de stockage rappelle une *copie* du contenu de ce dernier à l'affichage ; le contenu du registre rappelé reste intact.

[x≷] *(X échange)*. Suivie de 0 à .9*, cette fonction *échange le contenu* du registre X avec celui du registre identifié. Cette fonction permet de connaître le contenu d'un registre sans modifier l'ordre des valeurs dans la pile.

---

*Toutes les opérations sur les registres de stockage peuvent être exécutées avec le registre index ([I] ou [(i)]), voir chapitre 10 et avec les matrices, voir chapitre 12.

Les opérations ci-dessus autorisent les mouvements de la pile. La valeur résultante dans le registre X peut donc être utilisée pour des calculs ultérieurs. Si vous spécifiez l'adresse d'un registre inexistant, le calculateur affiche **Error 3.**

Exemple : Un navigateur traverse l'Atlantique et utilise un HP-15C pour garder une trace de la distance parcourue. Chaque jour il rappelle le total précédent et y ajoute la distance parcourue ce jour.

Appuyez sur	Affichage	
75 [STO] 0	**75,0000**	Distance (en miles) parcourue le premier jour.

Une fois la distance enregistrée, il éteint son calculateur pour économiser les piles et le rallume le lendemain pour ajouter la nouvelle valeur.

[RCL] 0	**75,0000**	Rappelle le total précédent.
105 [+]	**180,0000**	Nouveau total.
[STO] 0	**180,0000**	Stocke le nouveau total.

Effacement des registres de stockage

La touche [f] CLEAR [REG] remplace le contenu de tous les registres par zéro (n'affecte ni les registres de la pile ni LAST X). Pour effacer un seul registre, il suffit d'y stocker zéro. La réinitialisation de la mémoire permanente efface aussi tous les registres, y compris la pile et le registre LAST X.

Opérations arithmétiques dans les registres

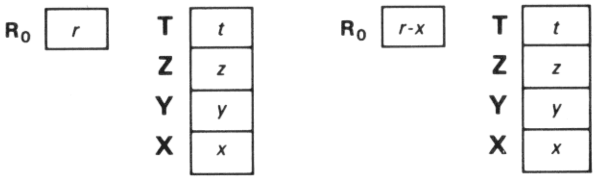
Opérations en stockage. Supposons que vous vouliez non seulement effectuer une opération entre le contenu d'un registre et celui de X mais aussi en stocker le résultat dans le même registre. Pour cela, il suffit de suivre la séquence ci-dessous :

1. Placez le deuxième opérande dans le registre X (le 1er étant dans le registre de données).
2. Appuyez sur [STO].

3. Appuyez sur $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$ ou $\boxed{\div}$.
4. Frappez l'adresse (0 à 9, .0 à .9, $\boxed{\text{I}}$ ou $\boxed{\text{(i)}}$) du registre.

Le nouveau contenu du registre de données est déterminé comme suit :

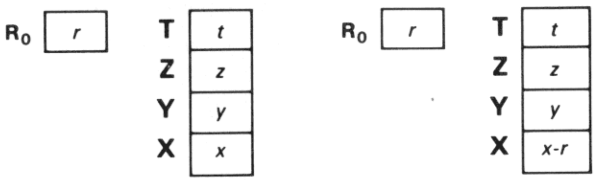
$$\text{Nouveau contenu} \quad = \quad \text{ancien contenu} \left\{\begin{matrix} + \\ - \\ \times \\ \div \end{matrix}\right\} \text{nombre affiché}$$



Touche : $\boxed{\text{STO}}\boxed{-}$0

Opérations en rappel. Les opérations arithmétiques en rappel vous permettent d'effectuer des calculs entre le contenu de X et celui d'un registre de données sans perturber le reste de la pile opérationnelle. La séquence de touches est identique à la précédente en remplaçant $\boxed{\text{STO}}$ par $\boxed{\text{RCL}}$.

$$\text{Nouvel affichage} \quad = \quad \text{ancien affichage} \left\{\begin{matrix} + \\ - \\ \times \\ \div \end{matrix}\right\} \text{contenu du registre}$$



Touche : $\boxed{\text{RCL}}\boxed{-}$0

Exemple : Le navigateur peut utiliser cette caractéristique pour additionner directement la distance parcourue dans le registre 0.

Appuyez sur	Affichage	
58 [STO] 0	**58,0000**	Distance totale le troisième jour.
24 [STO] [+] 0	**24,0000**	Distance le quatrième jour.
37 [STO] [+] 0	**37,0000**	Distance le cinquième jour.
850 [RCL] [−] 0	**731,0000**	Soustrait la distance parcourue de la distance totale à parcourir.
[RCL] 0	**119,0000**	Le contenu de R_0 est inchangé.

Dépassements supérieur et inférieur de capacité

Si une opération en stockage ou en rappel devait résulter dans un dépassement de capacité dans un registre de données, la valeur en dépassement serait remplacée par $\pm 9{,}999999999 \times 10^{99}$ et l'affichage (le registre X) se mettrait à clignoter. Pour effacer cette condition (arrêter le clignotement), appuyez sur [←] [ON] ou [g] [CF] 9.

Dans le cas d'un dépassement inférieur de capacité, le calculateur remplace le contenu du registre par zéro (l'affichage ne clignote pas). Les conditions de dépassement sont définies au chapitre 5.

Problèmes

1. Calculez la valeur de x dans l'équation suivante :

$$x = \sqrt{\frac{8.33\,(4-5.2) \div [(8.33-7.46)\,0.32]}{4.3\,(3.15-2.75)-(1.71)\,(2.01)}}$$

Réponse : 4,5728

Une des solutions possibles :

4 [ENTER] 5,2 [−] 8,33 [×] [g] [LSTx] 7,46 [−] 0,32 [×] [÷] 3,15 [ENTER] 2,75 [−] 4,3 [×] 1,71 [ENTER] 2,01 [×] [−] [÷] [$\sqrt{x}$]

2. Utilisez l'arithmétique avec constante pour calculer le solde d'un prêt de 1000 F à un taux périodique de 1 % après six paiements de 100 F.

   Procédure : Chargez la pile avec $(1 + i)$, où i = taux d'intérêt et introduisez le solde initial. Utilisez la formule suivante pour calculer le solde après chaque paiement.

   Nouveau solde ((Ancien solde) × $(1 + i)$) − Paiement

   La première partie de la séquence peut être :

   1,01 [ENTER] [ENTER] [ENTER] 1000

   Pour chaque paiement :

   [×] 100 [−]

   Solde au 6^{e} paiement : 446,32 F.

3. Stockez 100 dans R_5 puis :

   1. Divisez le contenu de R_5 par 25.
   2. Soustrayez 2 du contenu de R_5.
   3. Multipliez le contenu de R_5 par 0,75.
   4. Ajoutez 1,75 au contenu de R_5.
   5. Rappelez le contenu de R_5.

   Réponse : 3,2500.

Chapitre 4

Fonctions statistiques

Un mot au sujet des fonctions statistiques : leur utilisation suppose une bonne connaissance du fonctionnement de la pile opérationnelle (chapitre 3). L'ordre d'introduction des valeurs est primordial pour la plupart des fonctions statistiques.

Probabilités

Les valeurs introduites pour les calculs de probabilités doivent toutes être des *entiers non-négatifs* et vous devez entrer la valeur y avant x. De même que les opérateurs arithmétiques, ces fonctions font descendre les contenus des registres de la pile lorsqu'elles placent le résultat dans X.

Permutation. La séquence [f] [$P_{y,x}$] calcule le nombre d'*arrangements* possibles de x éléments parmi y (les différentes apparitions d'un même élément x sont comptées séparément, un élément ne peut pas apparaître plus d'une fois dans un arrangement). [$P_{y,x}$] utilise la formule suivante :

$$Py,\ x = \frac{y!}{(y-x)!}$$

Combinaison. La séquence [g] [$C_{y,x}$] calcule le nombre de combinaisons possibles de x éléments parmi y quel que soit l'ordre (aucun élément n'apparaît plus d'une fois dans une combinaison). [$C_{y,x}$] calcule les combinaisons par la formule suivante :

$$Cy,\ x = \frac{y!}{x!\,(y-x)!}$$

Exemples : Combien de possibilités y a-t-il d'accrocher au mur trois tableaux pris parmi cinq ?

Appuyez sur	Affichage	
5 [ENTER] 3	**3**	Trois *(x)* tableaux parmi cinq *(y)*.
[f] [$P_{y,x}$]	**60,0000**	Soixante arrangements possibles.

Combien de combinaisons de quatre cartes y a-t-il dans un jeu de 52 cartes ?

Appuyez sur	Affichage	
52 [ENTER] 4	**4**	Jeux de 4 cartes *(x)* parmi 52 *(y)*.
[g] [$C_{y,x}$]	**270.725,0000**	Nombre de mains possibles.

L'exécution de ces fonctions peut prendre plusieurs secondes (selon la grandeur des valeurs *x* et *y*). Le calculateur affichera le mot *running* pendant ce temps. La valeur maximum pour *x* et *y* est 9999999999.

Générateur de nombres pseudo-aléatoires

La séquence [f] [RAN#] génère un nombre pseudo-aléatoire (élément d'une série de nombres pseudo-aléatoires uniformément distribués) dans l'intervalle $0 \leqslant r < 1$*.

A la première mise sous tension ou après une réinitialisation de la mémoire permanente, le générateur de nombres aléatoires du HP-15C utilise zéro comme racine de la série. A chaque fois que vous générez un nombre aléatoire, ce dernier devient la racine pour le nombre suivant. Vous pouvez modifier vous-même la racine du générateur et ainsi répéter la même séquence de nombres aléatoires.

La séquence [STO] [f] [RAN#] stocke le contenu du registre X (nombre entre 0 et 1) comme racine du générateur. Si le contenu de X est hors de l'intervalle, le calculateur en prend la valeur absolue et en supprime la partie entière.

La séquence [RCL] [f] [RAN#] rappelle à l'affichage la valeur courante de la racine du générateur.

---

*Satisfait au test spectral de Knuth, (Seminumerical Algorithms), Vol. 2 1969).

Appuyez sur	Affichage	
.5764	0,5764	Stocke 0,5764 comme racine.
STO f RAN#	0,5764	(le f peut être omis).
f RAN#	0,3422	1er nombre.
f RAN#	0,2809	2e nombre.
←	0,0000	
RCL f RAN#	0,2809	Rappelle le dernier nombre généré qui est la nouvelle racine (le f peut être omis).

Sommations

Le HP-15C effectue des calculs statistiques sur une ou deux variables. Vous devez d'abord entrer les valeurs dans les registres X et Y. Lorsque vous appuyez sur la touche Σ+, le HP-15C calcule les différentes valeurs nécessaires et les stocke dans les registres de données R_2 à R_7. Ces registres sont par conséquent appelés *registres statistiques*.

Toutes les valeurs présentes dans les registres R_2 à R_7 à la suite de calculs précédents viendront s'ajouter aux valeurs introduites. Il est donc judicieux d'annuler le contenu de ces registres en appuyant sur f CLEAR Σ avant de commencer une sommation. Si vous avez modifié la répartition des registres de la mémoire et que les registres R_2 à R_7 n'existent plus, le calculateur affichera *Error 3* lorsque vous essaierez d'exécuter f CLEAR Σ, Σ+ ou Σ− (l'annexe C explique comment modifier la répartition des registres de la mémoire).

Pour les calculs sur une seule variable, entrez chaque point en frappant x suivi de Σ+.

Pour les calculs sur deux variables, entrez chaque paire comme suit :

1. Entrez y en premier.
2. Appuyez sur ENTER pour copier la valeur y dans le registre Y.
3. Entrez x à l'affichage (registre X).
4. Appuyez sur Σ+. Le calculateur affiche le nombre de points entrés. La valeur x est conservée dans le registre LAST X et y reste dans le registre Y. La fonction Σ+ interdit les mouvements de la pile.

Certains ensembles de données comprennent des valeurs x ou y qui s'écartent relativement peu d'une valeur moyenne. Pour rendre les calculs statistiques plus précis, on ne peut alors introduire dans le calculateur que les différences entre chaque valeur et un nombre se rapprochant de la moyenne de ces valeurs. Dans ce cas, ce nombre doit être ajouté au résultat du calcul de $\bar{x}$, $\hat{y}$ ou de l'ordonnée à l'origine de la droite de régression. Supposons, par exemple, que vous ayez pour x les valeurs 665999, 666000 et 666001. Vous allez entrer − 1, 0 et 1 et ajouter 666000 à la réponse.

Les valeurs calculées sont stockées comme suit :

Registre		**Contenus**
R_2	n	Nombre de points introduits (n apparaît aussi dans le registre X).
R_3	Σx	Somme des x.
R_4	Σx^2	Somme des carrés des x.
R_5	Σy	Somme des y.
R_6	Σy^2	Somme des carrés des y.
R_7	Σxy	Somme des produits xy.

Vous pouvez rappeler à l'affichage les valeurs calculées en appuyant sur [RCL] suivi du numéro du registre contenant la valeur voulue. Si vous appuyez sur [RCL] [Σ+], le calculateur copiera Σx et Σy des registres R_3 et R_5 respectivement dans les registres X et Y (cette séquence fait monter la pile deux fois si les mouvements sont autorisés, une seule fois s'ils ne le sont pas puis autorise les mouvements).

Exemple : Un agronome a développé une nouvelle variété de riz à haut rendement et a mesuré le rendement de la plante en fonction de la quantité d'engrais. Utilisez la fonction [Σ+] pour sommer les données ci-dessous et calculer les valeurs Σx, Σx^2, Σy, Σy^2 et Σxy pour la quantité d'azote *(x)* versus le rendement *(y)*.

X	AZOTE (kg par hectare), x	0,00	20,00	40,00	60,00	80,00
Y	RENDEMENT (tonnes par hectare), y	4,63	4,78	6,61	7,21	7,78

Appuyez sur	Affichage	
f CLEAR Σ	**0,0000**	Efface les registres statistiques (R_2 à R_7 et la pile).
f FIX 2	**0,00**	Format d'affichage.
4,63 ENTER	**4,63**	
0 Σ+	**1,00**	1^er^ point.
4.78 ENTER	**4,78**	
20 Σ+	**2,00**	2^e^ point.
6.61 ENTER	**6,61**	
40 Σ+	**3,00**	3^e^ point.
7.21 ENTER	**7,21**	
60 Σ+	**4,00**	4^e^ point.
7.78 ENTER	**7,78**	
80 Σ+	**5,00**	5^e^ point.
RCL 3	**200,00**	Somme des x (azote).
RCL 4	**12.000,00**	Somme des x^2.
RCL 5	**31,01**	Somme des y (rendement).
RCL 6	**200,49**	Somme des y^2.
RCL 7	**1.415,00**	Somme des produits xy.

Corrections des sommations

Au cas où vous faites une erreur dans l'introduction des données, la séquence [g] [Σ−] permet de corriger aisément les sommations. Même si seule, une des deux valeurs est erronée, vous devez ré-entrer les deux.

1. Réintroduisez la paire de données *incorrecte* dans X et Y.
2. Appuyez sur [g] [Σ−] pour supprimer ces données.
3. Introduisez les valeurs correctes pour x et y.
4. Appuyez sur [Σ+].

Si la paire de données à corriger est la dernière introduite et que vous avez déjà appuyé sur [Σ+], vous pouvez utiliser la séquence suivante pour supprimer cette paire : [g] [LSTx] [g] [Σ−]*.

Exemple : Après avoir introduit les données précédentes, le chercheur s'aperçoit d'une erreur. La deuxième valeur pour y est 5,78 et non pas 4,78. Corrigez les données.

Appuyez sur	Affichage	
4.78 [ENTER]	**4,78**	Paire incorrecte.
20 [g] [Σ−]	**4,00**	Suppression. n diminue.
5.78 [ENTER]	**5,78**	Nouvelle paire.
20 [Σ+]	**5,00**	n vaut de nouveau 5.

Conservez ces valeurs dans votre calculateur car nous les réutiliserons dans les prochains exemples.

* Bien que [Σ−] serve à supprimer les paires (x, y) erronées, cette séquence ne peut supprimer les arrondis qui ont pu avoir lieu lors des sommations dans les registres R_2 à R_7. Par conséquent, les résultats peuvent différer de ceux obtenus avec une introduction exempte d'erreur. La différence sera cependant infime, à moins que l'ordre de grandeur de la valeur erronée soit énorme comparé à la valeur correcte ; dans un tel cas, il est judicieux de recommencer les sommations à leur début.

Moyenne

La fonction $\boxed{\bar{x}}$ calcule la moyenne arithmétique des x et des y sommés dans les registres R_2 à R_4 respectivement. La formule utilisée pour le calcul est donnée en annexe A. Lorsque vous appuyez sur $\boxed{g}$ $\boxed{\bar{x}}$, les contenus de la pile montent d'un registre (deux fois si les mouvements sont autorisés et une seule fois s'ils ne le sont pas), la moyenne des x est copiée dans X et celle des y dans Y. Appuyez sur $\boxed{x \gtrless y}$ pour afficher la moyenne des y.

Exemple. A partir des données précédentes, calculez la moyenne d'engrais utilisé et la moyenne de rendement.

Appuyez sur	Affichage	
$\boxed{g}$ $\boxed{\bar{x}}$	**40,00**	Moyenne d'azote $\bar{x}$.
$\boxed{x \gtrless y}$	**6,40**	Moyenne de rendement $\bar{y}$.

Écart type

La séquence $\boxed{g}$ $\boxed{s}$ calcule l'*écart type* des données sommées. Les formules utilisées pour le calcul des écarts types s_x et s_y sont données en Annexe A.

Cette fonction donne une estimation de l'écart type de la population des données échantillonnées. Par conséquent, elle est appelée écart-type de l'*échantillon**. Lorsque vous appuyez sur $\boxed{g}$ $\boxed{s}$, les contenus de la pile montent (deux fois si les mouvements sont autorisés et une seule fois s'ils ne le sont pas), l'écart type des x est placé dans X et celui des y dans Y. Appuyez sur $\boxed{x \gtrless y}$ pour afficher s_y.

---

*Lorsque les données constituent non seulement un échantillon d'une population mais la population toute entière, l'écart type des données est appelé écart type vrai (noté σ). La formule de l'écart type vrai diffère d'un facteur $\sqrt{(n-1)/n}$ de celle utilisée pour la fonction $\boxed{s}$. La différence entre les valeurs est faible si n est grand et peut être ignorée dans la plupart des applications. Cependant si vous désirez connaître la valeur exacte de l'écart type vrai, il suffit à l'aide de la touche $\boxed{\Sigma+}$ d'ajouter la moyenne $\bar{x}$ aux données avant d'appuyer sur $\boxed{g}$ $\boxed{s}$. Dans ce cas, si vous désirez effectuer une correction, veillez à retirer la première valeur moyenne et à ajouter la nouvelle.

Exemple : Calculez l'écart type des données sommées auparavant.

Appuyez sur	Affichage	
$\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{s}}$	**31,62**	Écart type pour l'azote x.
$\boxed{x \gtrless y}$	**1,24**	Écart type pour le rendement y.

Régression linéaire

La régression linéaire est une méthode statistique permettant de trouver la droite la mieux ajustée à un ensemble de points et ainsi de déterminer une relation entre les variables. Après avoir sommé les données dans les registres R_2 à R_7 avec la fonction $\boxed{\Sigma+}$, vous pouvez calculer les coefficients de la droite

$$y = \mathrm{A}x + \mathrm{B}$$

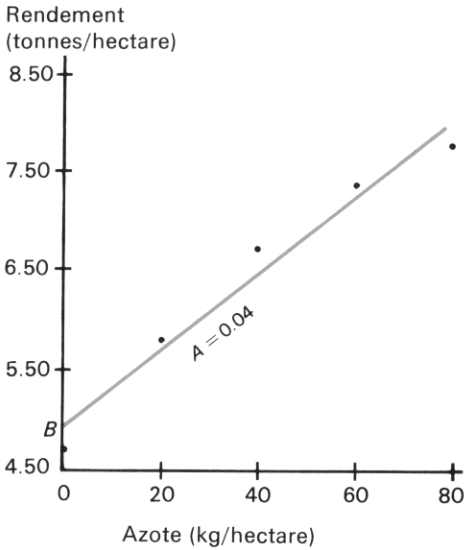
par la méthode des moindres carrés en appuyant sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{L.R.}}$. La fonction $\boxed{\text{L.R.}}$ fait monter les registres de la pile (deux fois si les mouvements sont autorisés et un seul sinon). Procédure :

1. Sommez les données statistiques à l'aide de la fonction $\boxed{\Sigma+}$.
2. Appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{L.R.}}$. Le calculateur affiche l'ordonnée à l'origine de la droite et en place la pente dans Y.
3. Appuyez sur $\boxed{x \gtrless y}$ pour afficher la pente de la droite.

T	t	y		y	
Z	z	x		x	
Y	y	A	pente	B	intercept
X	x	B	intercept	A	pente
Touche :		$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{L.R.}}$		$\boxed{x \gtrless y}$	

La pente et l'intercept (ou ordonnée à l'origine) de la droite des moindres carrés sont calculés à l'aide des équations indiquées en annexe A.

Exemple : Calculez la pente et l'intercept de la droite ajustée sur les données de l'exemple.



Appuyez sur	Affichage	
f L.R.	**4,86**	Intercept de la droite.
$x \gtrless y$	**0,04**	Pente de la droite.

Estimation linéaire et coefficient de corrélation

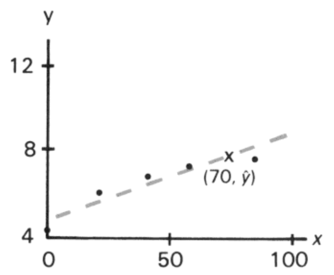
Lorsque vous exécutez la fonction $\hat{y}$,r, le calculateur affiche l'*estimation linéaire ($\hat{y}$)* dans le registre X et place le *coefficient de corrélation (r)* dans Y. Appuyez sur $x \gtrless y$ pour afficher r.

Estimation linéaire. A l'aide des données sommées, la fonction $\hat{y}$,r permet de calculer une valeur estimée appelée $\hat{y}$ pour toute valeur x introduite.

Coefficient de corrélation. La régression et l'estimation linéaire supposent que la relation entre les variables x et y peut être approchée par une fonction linéaire. Le coefficient de corrélation r détermine le degré d'ajustement des points à la droite calculée. Ce coefficient est compris entre +1 et −1. Pour $r = +1$, les données sont toutes parfaitement sur une droite de pente positive. Pour $r = -1$, elles sont toutes sur une droite de pente négative. Plus r s'éloigne de 1 et tend vers 0, moins l'ajustement est bon. Le calcul du coefficient de corrélation étant compris dans le calcul de l'estimation linéaire, il vous suffit d'appuyer sur [x≷y] après [f] [ŷ,r] pour savoir si la régression calculée est réaliste.

Remarquez que si vous ne spécifiez pas de valeur pour x, le HP-15C utilise le contenu précédent du registre X pour calculer y.

Exemple. Dans notre exemple, que se passerait-il si l'agronome utilisait 70 tonnes d'azote pour son champ de riz ? D'après les données précédentes, quel serait le rendement à l'hectare de son champ ?



Appuyez sur	Affichage	
70 [f] [ŷ,r]	**7,56**	Rendement pour 70 tonnes.
[x≷y]	**0,99**	La régression est réaliste.

(Remettez le calculateur en format FIX 4 pour le chapitre suivant).

Autres applications

Interpolation. L'interpolation linéaire de valeurs en tableau, telles que les tables thermodynamiques ou statistiques, peut être traitée très simplement avec un HP-15C grâce à la fonction [ŷ,r]. Tout simplement parce que l'interpolation est une forme d'estimation : on suppose que deux valeurs successives du tableau représentent deux points sur une ligne et que l'inconnue intermédiaire se trouve sur la même ligne.

Arithmétique vectorielle. Les fonctions de sommation peuvent servir à l'addition et la soustraction vectorielles. Les coordonnées polaires doivent préalablement être converties en leurs équivalents rectangulaires (Θ, ENTER, r, →R, Σ+). Les résultats sont rappelés des registres R_3 (Σx) et R_5 (Σy) en frappant RCL Σ+ puis convertis en coordonnées polaires si nécessaire.

Pour le second vecteur introduit, la dernière touche sera Σ+ ou Σ− selon qu'il s'agisse d'une addition ou d'une soustraction.

Chapitre 5

Affichage et mémoire permanente

Contrôle de l'affichage

Le HP-15C possède trois formats d'affichage, [FIX], [SCI] et [ENG] utilisant un paramètre (de 0 à 9) pour spécifier le nombre de chiffres après la virgule ou après le premier (notation ingénieur). La figure ci-dessous montre comment le calculateur affiche le nombre 123456 dans chacun des modes.

[f] [FIX]	**4 : 123.456,0000**	
[f] [SCI]	**4 : 1,2346**	**05**
[f] [ENG]	**4 : 123,46**	**03**

La mémoire permanente conserve le format d'affichage même lorsque le calculateur est éteint. Le format d'affichage n'est actif qu'une fois l'introduction terminée ; auparavant, tous les chiffres entrés sont affichés (10 au maximum).

Notation décimale fixe

La fonction [FIX] indique au calculateur qu'il doit afficher les nombres en mode décimal fixe sans exposant. Le calculateur passe cependant automatiquement en notation scientifique si le nombre est trop grand ou trop petit pour être représenté en notation [FIX] et revient à cette dernière dès que la grandeur du nombre affiché le permet. A la première mise sous tension ou après réinitialisation de la mémoire permanente, le calculateur est en notation [FIX] 4. La séquence de touches est [f] [FIX] *n* où *n* est compris entre 0 et 9.

Appuyez sur	Affichage	
123.4567895		
[ENTER]	**123,4567895**	Quatre chiffres après la
[f] [FIX] 4	**123,4568**	virgule (10 chiffres stockés).
[f] [FIX] 6	**123,456790**	
[f] [FIX] 4	**123,4568**	Affichage [FIX] 4 usuel.

Notation scientifique

La fonction [SCI] indique au calculateur d'afficher les nombres en notation scientifique. Pour choisir ou modifier cette notation, appuyez sur [f] [SCI] suivi d'un chiffre (de 0 à 9) spécifiant le nombre de décimales pour l'arrondi. Vous pouvez utiliser 7, 8 et 9 pour l'arrondi mais l'affichage ne peut montrer que six chiffres à la droite de la virgule en notation [SCI]*.

Si vous n'avez pas modifié le contenu de la pile :

Appuyez sur	Affichage		
[f] [SCI] 6	**1,234568**	**02**	Arrondi pour montrer 6 chiffres.
[f] [SCI] 8	**1,234567**	**02**	Arrondi à 8 chiffres mais affichage de 6.

Notation ingénieur

La notation ingénieur est similaire à la notation scientifique mais diffère par les deux points suivants :

- En notation ingénieur, le calculateur affiche toujours le premier chiffre significatif. Le nombre spécifié après [f] [ENG] indique le nombre de chiffres supplémentaires à afficher, l'arrondi ayant lieu sur le dernier.
- Tous les exposants de 10 sont des multiples de trois.

Appuyez sur	Affichage		
.012345	**0,012345**		
[f] [ENG] 1	**12,**	**−03**	Arrondi au premier chiffre suivant le premier.
[f] [ENG] 3	**12,35**	**−03**	
10 [×]	**123,5**	**−03**	La virgule bouge pour maintenir un exposant multiple de trois.
[f] [FIX] 4	**0,1235**		Format [FIX] 4 usuel.

* Les affichages pour [SCI] 7, 8 et 9 seront donc identiques sauf si le chiffre arrondi est un 9, lequel ajoutera une unité à la décimale immédiatement supérieure.

Affichage de la mantisse

Quel que soit le format d'affichage, le HP-15C conserve toujours une représentation interne du nombre avec une mantisse de 10 chiffres et un exposant de dix à deux chiffres. Par exemple, le calculateur utilise toujours le nombre Pi sous la forme 3,141592654 $\times 10^{00}$.

Lorsque vous désirez connaître les dix chiffres de la mantisse du contenu de X, appuyez sur [f] CLEAR [PREFIX] et maintenez la touche [PREFIX] enfoncée.

Appuyez sur	Affichage
[g] [π]	**3,1416**
[f] CLEAR [PREFIX] (maintenu)	**3141592654**

Erreur d'arrondi

Comme mentionné précédemment, le HP-15C conserve chaque valeur avec 10 chiffres. Il arrondit en outre le résultat final de chaque calcul au 10^{e} chiffre. De ce fait, et comme le calculateur ne peut donner qu'une approximation finie d'une fraction périodique ou continue telle que Pi ou 2/3 (0.666...), une petite erreur d'arrondi peut apparaître. Cette erreur s'accroît si le calcul est long mais reste généralement insignifiante. L'étude des effets de ces arrondis sur les calculs dépasse l'objet de ce manuel (consultez le manuel des *Fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C).*

Affichages particuliers

Indicateurs

L'affichage du HP-15C contient huit indicateurs associés à l'état du calculateur pour diverses opérations.

*	Piles faibles, page 62.
USER	Mode User, pages 79 et 144.
f et **g**	Préfixes pour fonctions secondaires, pages 18-19.
RAD et **GRAD**	Modes trigonométriques, page 26.
C	Mode complexe, page 121.
PRGM	Mode programme, page 66.

Marque décimale et groupage de chiffres

Le HP-15C vous permet de spécifier le séparateur décimal que vous voulez utiliser, c'est-à-dire un point décimal comme aux États-Unis ou une virgule, normalisée en Europe. Le calculateur utilisera automatiquement l'autre symbole pour séparer les groupes de trois chiffres dans la partie entière des grands nombres. Pour changer la convention de symbole, éteignez le calculateur puis maintenez la touche [•] enfoncée, rallumez le calculateur et relâchez la touche [•].

Appuyez sur	Affichage
12345.67	**12.345,67**
[ON]/[•]	**12,345.6700**
[ON]/[•]	**12.345,6700**

Messages d'erreur

Si vous tentez d'exécuter un calcul impossible, tel qu'une division par zéro, le calculateur affiche le mot **Error** suivi d'un chiffre. L'annexe A liste l'ensemble des messages d'erreur et leurs causes.

Pour effacer un message d'erreur, appuyez sur une touche quelconque du clavier et reprenez vos calculs.

Dépassement de capacité

Dépassement supérieur. Lorsque la valeur absolue du résultat d'un calcul dans un registre quelconque est supérieure à $9.999999999 \times 10^{99}$*, le calculateur place $\pm 9.999999999 \times 10^{99}$ dans le registre concerné et arme l'indicateur binaire 9. Ce dernier provoque le clignotement de l'affichage. Si le dépassement a lieu au cours d'un programme, l'exécution continue jusqu'à la fin du programme puis l'affichage clignote.

Vous pouvez mettre fin au clignotement et effacer l'indicateur 9 en appuyant sur [←], [ON] ou [g] [CF] 9.

Dépassement inférieur. Lorsque la valeur absolue du résultat d'un calcul est inférieur à $1.000000000 \times 10^{-99}$, le calculateur lui substitue zéro.

* Souvenez-vous que l'affichage ne montre pas les trois derniers chiffres de la mantisse.

Indicateur de charge des piles

Lorsque les piles deviennent faibles, le calculateur affiche un astérisque dans l'angle inférieur gauche de l'affichage. Vous avez néanmoins encore au moins 10 minutes si vous exécutez un programme et une heure si vous n'utilisez le HP-15C qu'au clavier. Consultez l'annexe F pour le remplacement des piles.

```
0.0000
*
```

Mémoire permanente

États

La mémoire permanente de votre HP-15C conserve les données suivantes même lorsque l'affichage est éteint :

- Toutes les données numériques stockées.
- Tous les programmes stockés.
- La position du pointeur de programme en mémoire.
- Les modes d'affichage et les notations.
- L'unité d'angle (Degrés, Radians ou Grades).
- Les retours de sous-programmes en attente.
- La position des indicateurs binaires (sauf l'indicateur 9 qui est effacé lorsque vous éteignez manuellement le calculateur).
- Le mode User.
- Le mode Complexe.

A la mise sous tension, le HP-15C est toujours en mode calcul, même s'il était en mode programme lors de l'extinction.

Le calculateur conserve la mémoire permanente un court instant si vous enlevez les piles et vous permet ainsi de remplacer ces dernières sans perdre d'informations (les données et programmes sont conservés plus longtemps que les états). Consultez l'annexe F pour le remplacement des piles.

Réinitialisation de la mémoire permanente

La procédure de réinitialisation de la mémoire (destruction de toutes les informations stockées) est la suivante :

1. Éteignez le calculateur.
2. Appuyez et maintenez la touche ON puis la touche −.
3. Relâchez la touche ON puis la touche − (séquence représentée conventionnellement par ON / −).

Lorsque vous effectuez une réinitialisation, le calculateur affiche **Pr Error**. Appuyez sur une touche quelconque pour effacer l'affichage.

> Nota : La mémoire permanente peut être incidemment réinitialisée si vous laissez tomber le calculateur, lui faites subir un mauvais traitement ou interrompez l'alimentation.

Deuxième partie

HP-15C Programmation

Chapitre 6

Bases de programmation

Les cinq chapitres suivants sont consacrés à la programmation. Chacun de ces chapitres traite tout d'abord le sujet d'une façon générale puis en donne des exemples et enfin décrit certaines particularités en détail. Cette organisation permet à chaque utilisateur de ne lire que la partie qui lui est nécessaire en fonction de ses connaissances.

La programmation

Création d'un programme

La programmation du HP-15C est une tâche aisée, reposant simplement sur l'enregistrement de séquences de touches utilisées lors du calcul manuel. Pour créer un programme à partir d'une séquence de touches, vous devez décider à quel moment les variables seront introduites et vous devez ensuite stocker la séquence enregistrée. Un programme peut prendre lui-même des décisions et effectuer des branchements, conditionnels ou non, mais tout cela doit lui être indiqué.

Au cours de ce chapitre, nous utiliserons comme exemple le programme de chute d'un objet commencé dans l'introduction.

Chargement d'un programme

Mode programme. La séquence [g] [P/R] place le calculateur en mode programme et allume l'indicateur **PRGM**. Les fonctions introduites au clavier sont alors stockées et non exécutées.

Appuyez sur	**Afffichage**	
[g] [P/R]	**000–**	Passe en mode programme ; affiche l'indicateur **PRGM** et la ligne (000).

Position en mémoire programme. La mémoire programme se compose de lignes et par conséquent la position du pointeur d'exécution s'exprime en numéro de ligne. La ligne 000 marque le début de la mémoire programme et vous ne pouvez pas y stocker d'instruction, de ce fait vos programmes commencent à la ligne 001.

Vous pouvez commencer un programme à une ligne quelconque (désignée *nnn*) de la mémoire mais il est plus simple de le commencer en début de mémoire. Au fur et à mesure de la rédaction d'un programme, toute ligne existant précédemment sera décalée vers le bas de la mémoire.

La séquence [GTO] [CHS] 000 (en mode programme ou calcul) place le pointeur de programme en ligne 000 sans enregistrer l'instruction [GTO].

En mode calcul, la séquence [f] CLEAR [PRGM] place aussi le pointeur sur la ligne 000 sans effacer le contenu de la mémoire.

En mode programme par contre, cette séquence ([f] CLEAR [PRGM]) place le pointeur en ligne 000 mais efface le contenu de la mémoire programme.

Début de programme. Tout programme doit commencer par un label que vous spécifiez par l'instruction [f] [LBL] suivie d'une lettre ([A] à [E]) ou d'un nombre (0 à 9 ou .0 à .9). L'utilisation de label vous permet de sélectionner et d'exécuter facilement un programme ou une routine parmi plusieurs.

Appuyez sur	**Affichage**	
[f] CLEAR [PRGM]	**000–**	Efface la mémoire et place le pointeur en ligne 000.
[f] [LBL] [A]	**001-42.21.11**	

Enregistrement d'un programme. Le calculateur enregistre en mémoire toute touche que vous utilisez*.

* Sauf les fonctions non-programmables listées en page 80.

Appuyez sur	**Affichage**	
2	**002– 2**	La valeur h est dans le registre X, les lignes 002 à 008 calculent : $\sqrt{\dfrac{2h}{9.8}}$
[×]	**003– 20**	
9	**004– 9**	
[·]	**005– 48**	
8	**006– 8**	
[÷]	**007– 10**	
[$\sqrt{x}$]	**008– 11**	

Fin de programme. Il y a trois façons de terminer un programme :

- La séquence [g] [RTN] renvoie le pointeur en 000 et arrête l'exécution.
- La touche [R/S] arrête un programme *sans* déplacer le pointeur.
- La fin de la mémoire programme contient en permanence une instruction [RTN].

Appuyez sur	**Affichage**	
[g] [RTN]	**009– 43 32**	Optionnel *si le programme est seul en mémoire.*

Arrêts intermédiaires

La séquence [f] [PSE] comme instruction de programme arrête *momentanément* un programme et affiche le contenu du registre X (utilisez plusieurs instructions [PSE] pour une pause plus longue).

L'instruction [R/S] arrête aussi le programme mais l'exécution ne reprend pas automatiquement comme avec l'instruction [PSE]. Vous devez appuyer à nouveau sur [R/S] pour relancer l'exécution.

Exécution d'un programme

Mode calcul. Après avoir introduit un programme en mémoire, vous devez appuyer sur [g] [P/R] pour revenir en mode calcul et l'exécuter.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul : pas d'indicateur. L'affichage montre l'ancien contenu.

La position du pointeur en mémoire ne change pas lorsque vous passez en mode calcul (si vous éteignez le calculateur alors qu'il est en mode programme, il se réveille néanmoins en mode calcul).

Pour exécuter un programme, appuyez sur [f] suivi d'une lettre ou sur [GSB] suivi d'une lettre ou d'un nombre. Cette séquence adresse le programme portant le label spécifié et en commence l'exécution. Le calculateur affiche le mot **running.**

Appuyez sur	Affichage	
300.51	**300,51**	Valeur de *h* dans le registre X.
[f] [A]	**7,8313**	Résultat de l'exécution du programme A (nombre de secondes mis par un objet pour tomber de 300,51 m).

Ré-exécution d'un programme. La touche [R/S] permet de ré-exécuter un programme arrêté par une instruction [R/S].

Mode USER. Le mode [USER] permet de réduire les pressions de touches nécessaires à l'exécution de programmes dont le label est une lettre. La séquence [f] [USER] inverse les fonctions primaire et préfixée par [f] pour les touches [A] à [E]. Vous pouvez alors lancer l'exécution d'un programme avec une seule pression de touche (éliminant ainsi [f] ou [GSB]).

Introduction de données

Tout programme doit prendre en considération comment et quand les données lui seront fournies. Cette introduction peut avoir lieu avant (mode calcul) ou pendant (mode programme) l'exécution.

1. **Introduction préalable.** Si une valeur de variable doit servir au tout début du programme, entrez-la dans le registre X avant de lancer l'exécution. Si elle ne doit servir que plus tard, vous pouvez la stocker dans un registre de données avec [STO] et la rappeler dans le programme par [RCL].

Nous avons déjà utilisé cette technique dans le programme précédent où la variable *h* était introduite avant l'exécution. Il n'est pas nécessaire d'utiliser l'instruction ENTER car l'exécution d'un programme termine toute introduction et autorise les mouvements de la pile.

La présence de la pile rend en outre possible l'introduction de plusieurs variables avant l'exécution. En prévoyant comment les contenus de la pile se déplaceront avec les calculs et en utilisant les instructions de manipulation (telle que $x \gtrless y$), il est possible d'écrire un programme utilisant les contenus des quatre registres X, Y, Z et T.

2. **Introduction directe.** Pour introduire une donnée pendant l'exécution d'un programme, vous devez placer une instruction R/S pour arrêter l'exécution à l'endroit adéquat. Vous pourrez ensuite introduire la donnée pendant l'arrêt et relancer l'exécution en appuyant sur R/S.

Ne programmez pas de variables car leurs valeurs peuvent changer à chaque exécution.

Mémoire programme

A la première mise sous tension ou après réinitialisation de la mémoire permanente, le HP-15C dispose de 322 octets de mémoire programme et de 21 registres de données. La plupart des instructions n'utilisent qu'un seul octet mais certaines en utilisent deux (voir annexe C). La répartition de la mémoire entre données et programmes peut être modifiée (voir annexe C). Les configurations extrêmes sont : 67 registres sans mémoire programme et 448 octets de programme avec seuls R_I, R_0 et R_1 restants.

Exemple

Une conserverie utilise trois types de boîtes pour ses produits et veut connaître la surface des bases, la surface totale et le volume pour chacune des boîtes. Les trois types de boîtes étant utilisés conjointement, la conserverie veut connaître en outre les surfaces et volume totaux.

Le programme permettant ce calcul utilise les formules suivantes :

surface de base = πr^2

volume = surface de base × hauteur = $\pi r^2 h$

surface totale = 2 × surface de base + surface côtés = $2\pi r^2 + 2\pi rh$

Rayon, r	Hauteur, h	Base	Volume	Surface totale
2,5 cm	8,0 cm	?	?	?
4,0	10,5	?	?	?
4,5	4,0	?	?	?
	TOTAUX	?	?	?

Méthode :

1. Entrez la valeur r et stockez-la pour des calculs ultérieurs. Calculez la surface d'une base (πr^2), stockez-la et ajoutez-la au contenu d'un registre pour la somme des bases.
2. Entrez h et calculez le volume ($\pi r^2 h$). Ajoutez cette valeur à un registre pour la somme des volumes.
3. Rappelez r. Divisez le volume par r et multipliez le tout par 2 pour obtenir la surface des côtés. Rappelez la surface de base, multipliez-la par 2 et ajoutez ce nombre à la surface des côtés. Sommez les surfaces totales dans un registre.

N'introduisez pas les valeurs des variables dans le programme mais tenez compte du fait qu'elles devront être introduites avant et/ou pendant l'exécution du programme.

Enregistrez le programme ci-dessous en mémoire pour résoudre le problème posé. Le calculateur affiche les numéros de lignes et le code des touches utilisées (explication à la fin de ce chapitre).

Appuyez sur	**Affichage**	
g P/R	**000–**	Mode programme (indicateur **PRGM**).
f CLEAR PRGM	**000–**	Efface la mémoire programme et place le pointeur en ligne 000.

Appuyez sur	Affichage	
[f] [LBL] [A]	001–42.21.11	Affecte au programme le label “A”.
[STO] 0	002– 44 0	Stocke le contenu de X dans R_0. r doit être dans X avant de lancer le programme.
[g] [x^2]	003– 43 11	Carré du contenu de X.
[g] [π]	004– 43 26	
[×]	005– 20	πr^2, surface de base.
[STO] 4	006– 44 4	Stocke la surface de base dans R_4.
[STO] [+] 1	007–44.40. 1	Somme des surfaces de base dans R_1.
[R/S]	008– 31	Arrêt pour afficher la surface de base et entrer h.
[×]	009– 20	Multiplie h par la surface de base pour le volume.
[f] [PSE]	010– 42 31	Pause pour afficher le volume.
[STO] [+] 2	011–44.40. 2	Somme des volumes dans R_2.
[RCL] 0	012– 45 0	Rappelle r.
[÷]	013– 10	Divise le volume par r.
2	014– 2	
[×]	015– 20	2 πrh, surface du côté.
[RCL] 4	016– 45 4	Rappelle la surface de base.
2	017– 2	Multiplie la surface de base par 2.
[×]	018– 20	(dessus et dessous de la boîte).
[+]	019– 40	Surface totale.
[STO] [+] 3	020–44.40. 3	Somme des surfaces totales dans R_3.
[g] [RTN]	021– 43 32	Fin du programme et retour en ligne 000.

Exécution du programme :

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul. Affichage du dernier calcul (plus d'indicateur **PRGM**).
[f] CLEAR [REG]		Efface *tous* les registres de stockage, n'affecte pas l'affichage.
2.5	**2,5000**	Entrez *r* pour la 1^{re} boîte et stockage dans R_0.
[f] [A] (ou : [GSB] [A])	**19,6350**	Programme "A". Surface de base de la 1^{re} boîte (**running** clignote pendant le calcul).
8	**8**	Entrez *h* pour la 1^{re} boîte puis [R/S].
[R/S]	**157,0796**	Volume de la 1^{re} boîte.
	164,9336	Surface totale de la 1^{re} boîte.
4	**4,0000**	Entrez *r* pour la 2^e boîte et stockage dans R_0.
[R/S]	**50,2655**	Surface de base de la 2^e boîte.
10.5	**10,5**	Entrez *h* pour la 2^e boîte.
[R/S]	**527,7876**	Volume de la 2^e boîte.
	364,4247	Surface totale de la 2^e boîte.
4.5	**4,5000**	Entrez *r* pour la 3^e boîte.
[R/S]	**63,6173**	Surface de base de la 3^e boîte.
4	**4**	Entrez *h* pour la 3^e boîte.
[R/S]	**254,4690**	Volume de la 3^e boîte.
	240,3318	Surface totale de la 3^e boîte.
[RCL] 1	**133,5177**	Somme des surfaces de base.
[RCL] 2	**939,3362**	Somme des volumes.
[RCL] 3	**769,6902**	Somme des surfaces totales.

Ce programme illustre les techniques de base de la programmation. Il montre en outre comment manipuler des données en mode calcul ou programme avec les instructions [ENTER], [STO] et [RCL], l'arithmétique directe dans les registres et les arrêts programmés.

Informations complémentaires

Instructions de programme

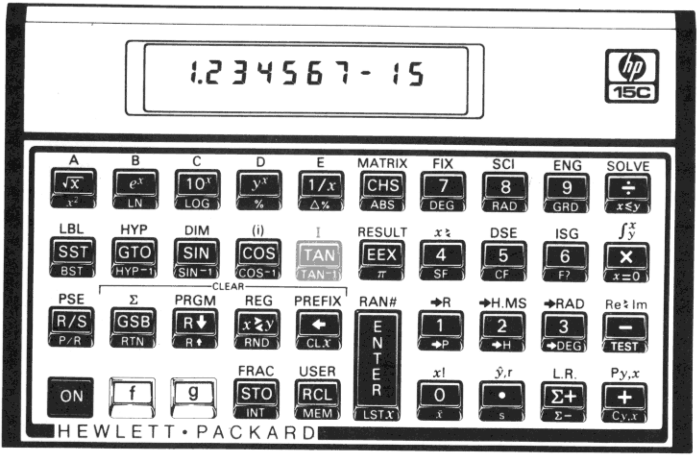
Le calculateur considère chaque chiffre, symbole numérique et touche de fonction comme une seule *instruction* et stocke celle-ci sur une *ligne* de programme. Une instruction peut comporter des préfixes (tels que [f], [STO], [GTO] et [LBL]), elle n'occupe toujours qu'une seule ligne. La plupart des instructions utilisent un seul *octet* de la mémoire programme ; certaines cependant en utilisent deux. Consultez l'annexe C pour plus d'informations.

Codage des instructions

Le HP-15C identifie chaque touche de son clavier – sauf les touches numériques 0 à 9 – par un code à deux chiffres correspondant à la position rang-colonne de la touche sur le clavier.

Instruction	Code	
[STO] [+] 1	**006 –44.40. 1**	6^{e} ligne de programme.
[f] [DSE] [I]	**XXX–42. 5.25**	[DSE] est représenté par le chiffre “5”.

Le premier chiffre d'un code identifie le rang (1 à 4 de bas en haut) et le second la colonne (1, 2, ..., 9 et 0 de gauche à droite). Exception : le code d'une touche numérique est simplement la valeur de la touche.



Code 25 : 2e rang, 5e colonne

Configuration mémoire

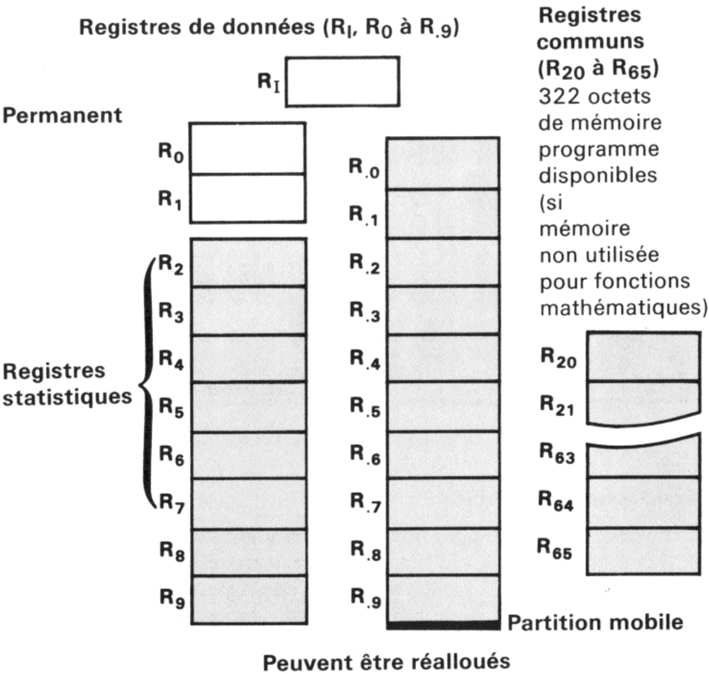
La connaissance de l'organisation de la mémoire n'est pas essentielle à l'utilisation du HP-15C, elle vous permet néanmoins d'utiliser plus efficacement la mémoire, particulièrement en programmation. La configuration et l'allocation de la mémoire sont décrites plus en détail dans l'annexe C.

Si lors d'un calcul vous obtenez **Error 10**, vous avez atteint les limites de la mémoire telle qu'elle est actuellement configurée et seule, une réallocation vous permettra d'adapter les possibilités de stockage du HP-15C à votre application.

La mémoire du HP-15C comprend 67 registres (R_0 à R_{65} plus le registre index I) à répartir entre les données et les programmes. La configuration initiale est la suivante :

- 46 registres pour les programmes et les fonctions mathématiques de haut niveau (SOLVE , $\int_y^x$, la pile de nombres complexes et MATRIX). Chaque registre comprend 7 octets. Cela signifie que l'on dispose de 322 octets de programmation (46×7) si aucune partie de la mémoire n'est allouée aux fonctions de mathématiques de haut niveau.
- 21 registres de stockage de données (R_0 à R_9, $R_{.0}$ à $R_{.9}$ et le registre index I).

Configuration mémoire initiale



Vous pouvez redimensionner la mémoire en indiquant au calculateur quel registre doit être le registre données de plus haut numéro ; tous les registres suivants sont alors réservés pour les programmes et les fonctions mathématiques de haut niveau.

Appuyez sur	Affichage	
65 [f] [DIM] [(i)]*	65,0000	Tous les registres sont alloués aux données ; aucun aux programmes.

*La non-utilisation de la touche [f] après une autre touche préfixe est appelée séquence abrégée (cf. page 78).

Appuyez sur	Affichage	
1 [f] [DIM] [(i)]	**1,0000**	R_1 et R_0 alloués aux données ; R_2 à R_{65} pour les programmes et fonctions mathématiques.
19 [f] [DIM] [(i)]	**19,0000**	Allocation d'origine : R_0 à R_{19} pour les données et R_{20} à R_{65} pour les programmes et les fonctions math*.
[RCL] [DIM] [(i)]	**19,0000**	Affiche le registre données de plus haut numéro.

Les fonctions [DIM] et [MEM] (configuration courante) sont décrites en détail dans l'annexe C.

Souvenez-vous que le calculateur affichera un message d'erreur si :

1. Vous essayez d'adresser un registre de numéro supérieur au plus haut numéro affecté aux données **(Error 3)**.
2. Vous avez déjà 322 octets de programme et essayez d'enregistrer plus de lignes (**Error 4**).
3. Vous essayez d'exécuter une fonction mathématique de haut niveau sans l'espace mémoire suffisant (**Error 10**).

Limites des programmes

Fin. Tous les programmes n'ont pas besoin de se terminer par une instruction [RTN] ou [R/S]. Si le programme est le dernier en mémoire, il y a déjà une instruction [RTN] permanente en fin de mémoire, vous n'avez donc pas à en mettre (ceci peut économiser une ligne de programme). D'autre part un programme peut se terminer par le transfert de l'exécution à une autre routine à l'aide d'un [GTO] (cf. chapitre 7).

Labels. Les labels d'un programme ou d'une routine définissent l'endroit où le calculateur doit commencer l'exécution. Après une instruction [LBL] ou [GSB], le calculateur cherche le label correspondant de haut en bas dans la mémoire programme à partir de la position du pointeur

---

*Pour l'allocation mémoire et l'adressage indirect, les registres $R_{.0}$ à $R_{.9}$ sont appelés R_{10} à R_{19}.

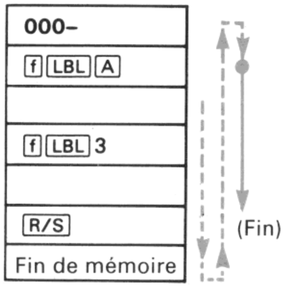
(la recherche boucle au début de la mémoire si le label ne se trouve pas entre la position du pointeur et la fin de la mémoire). L'exécution commence dès que le calculateur a trouvé le label.

Si le calculateur rencontre un label dans le cours de l'exécution d'un programme, il l'ignore ; vous pouvez donc étiqueter un sous-programme à l'intérieur d'un programme (voir chapitre 9).

Le calculateur effectuant toujours la recherche des labels dans la même direction, il est possible (bien que non conseillé) d'utiliser deux fois le même label. L'exécution reprendra au premier label rencontré.

Si une instruction [f] [A] commence la recherche de “A” ici,

elle continue vers le bas de la mémoire, boucle à la ligne 000 et s'arrête sur le label “A”. L'exécution reprend alors et continue (en ignorant les autres labels jusqu'à une instruction d'arrêt).



Arrêts de programme inattendus

Pression de touche. Toute pression de touche arrête un programme en cours d'exécution. Le calculateur ne s'arrête pas au milieu d'une opération mais finit l'instruction en cours.

Arrêts pour erreur. Lorsque le calculateur rencontre une opération génératrice d'erreur, il s'arrête et affiche un message d'erreur.

Vous pouvez connaître l'emplacement et le code de la fonction ayant provoqué l'erreur en appuyant sur une touche quelconque pour supprimer le message d'erreur et en plaçant le calculateur en mode programme. Si, lors de l'arrêt, l'affichage clignote, un dépassement de capacité existe (cf. page 61). Appuyez sur [←], [ON] ou [g] [CF] 9 pour arrêter le clignotement.

Séquences abrégées

Lorsque le préfixe f d'une fonction suit un autre préfixe dans une même séquence, vous pouvez l'omettre utilisant ainsi une *séquence abrégée* (voir liste des préfixes en page 19).

Exemple : la séquence f LBL f A devient f LBL A, f DIM f (i) devient f DIM (i) et f STO f RAN# devient f STO RAN#. La suppression de la touche f n'est pas ambiguë car dans tous les cas concernés, la fonction préfixée par f est la seule possible. Les codes de ces instructions ne comportent pas le f supplémentaire, même si vous le frappez.

Mode USER

Le mode USER limite les pressions de touche lors de l'appel de programmes pour exécution. La séquence f USER échange les fonctions primaire et préfixée par f des touches A à E :

f	A	B	C	D	E
primaire	$\sqrt{x}$	e^x	10^x	y^x	$1/x$
g	x^2	LN	LOG	%	Δ%

En mode USER le calculateur affiche l'indicateur USER. Appuyez à nouveau sur f USER pour revenir en mode normal.

Expressions polynomiales et méthode de Horner

Certaines expressions, dont les polynômes, utilisent plusieurs fois la même variable pour le calcul de la solution. L'expression :

$$f(x) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$$

utilise quatre fois la variable x. Un programme permettant de résoudre une telle équation pourrait rappeler plusieurs fois la variable x d'un registre de stockage. Cependant, vous pouvez raccourcir le programme en chargeant la valeur de la variable dans les registres de la pile opérationnelle (voir calcul avec constante page 41).

La méthode de Horner s'avère très pratique pour adapter l'expression en vue de réduire la longueur et la durée du calcul. Cette méthode est particulièrement efficace avec les fonctions SOLVE et $\int_y^x$ d'exécution parfois longue.

La méthode de Horner adapte le polynôme An x^n + An−1 x^{n-1} + ... + A1 x + A0 pour éliminer les exposants supérieurs à 1.

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$$
$$(Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)\,x + E$$

$$((Ax^2 + Bx + C)\,x + D)\,x + E$$
$$((Ax + B)\,x + C)\,x + D)\,x + E$$

Exemple : Écrivez un programme, le polynôme $5x^4 + 2x^3$ sous la forme $(((5x + 2)\,x)\,x)\,x$, puis évaluez ce dernier pour $x = 7$.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Si le pointeur est en ligne 000.
f LBL B	001–42.21.12	
5	002– 5	
×	003– 20	5 (x).
2	004– 2	
+	005– 40	$5x + 2$
×	006– 20	$(5x + 2)x$
×	007– 20	$(5x + 2)x^2$.
×	008– 20	$5x^4 + 2x^3$.
g RTN	009– 43 32	
g P/R		Retour en mode calcul. Affiche le contenu précédent du registre X.
7 ENTER ENTER ENTER	7,0000	Charge la pile (registres X, Y, Z et T) avec 7.
f B	12.691,0000	

Fonctions non-programmables

En mode programme, presque toutes les fonctions au clavier peuvent être enregistrées comme instructions en mémoire programme, *sauf* les fonctions listées ci-dessous.

f CLEAR PREFIX	g BST	SST
f CLEAR PRGM	g MEM	←
f (i)	g P/R	ON / ·
f USER	GTO CHS *nnn*	ON / −

Problèmes

1. Un village installe une nouvelle sirène d'incendie. Le niveau sonore à la porte du bâtiment, à 3,2 m de la sirène, est de 138 décibels. Écrivez un programme calculant le niveau sonore à diverses distances.

   Utilisez l'équation $L = L_0 - 20 \log (r/r_0)$ où :

   L_0 est le niveau sonore connu (138 dB) en un point près de la source.

   r_0 est la distance de ce point à la source (3,2 m).

   L est le niveau sonore inconnu en un 2^e point.

   r est la distance du second point à la source.

   Quel est le niveau sonore à trois kilomètres de la source ?

   Un des caculs possibles est :

   [g] [P/R] [f] [LBL] [C] 3.2 [÷] [g] [LOG]
   20 [×] [CHS] 138 [+] [g] [RTN] [g] [P/R]

   Cette solution utilise 15 lignes de programme et 15 octets de mémoire. Une solution plus générale utiliserait le rappel des valeurs de L_0 et r_0 de registres de stockage.

   (Solution : pour r = 3 km, L = 78,5606 dB).

2. Un agronome étudie la culture des tomates et sait qu'une grosse tomate pèse environ 200 grammes et que l'eau représente 94 % de ce poids. Il cherche la possibilité d'obtenir un pourcentage d'eau inférieur. Écrivez un programme calculant la différence en pour cent entre les pourcentages d'eau d'une tomate donnée et d'une tomate moyenne.

   Quelle est la différence en pourcentage pour une tomate de 230 g contenant 205 g d'eau ?

   Un des calculs possibles est :

   [f] [LBL] [D] .94 [ENTER] [R/S] (poids d'eau de la tomate) [ENTER] [R/S] (poids de la tomate) [÷] [g] [Δ%] [g] [RTN].

   Cette solution utilise 11 lignes de programme et 11 octets de mémoire.

   (Solution : pour la tomate de 230 g, la différence est − 5,1804 %).

Chapitre 7

Mise au point de programme

Bien souvent, vous aurez besoin de modifier un programme déjà enregistré, soit pour le perfectionner soit pour corriger une erreur. Le HP-15C dispose d'un certain nombre de caractéristiques facilitant ces mises au point.

Opérations de mise au point

Toute modification d'un programme requiert au moins deux étapes : le positionnement du pointeur sur la ligne à modifier et la suppression et/ou remplacement.

Positionnement à une ligne de programme

L'instruction [GTO]. La séquence [GTO] [CHS] *nnn*, en mode calcul ou programme, place le pointeur sur la ligne de numéro *nnn*. Cette séquence n'est pas programmable, elle sert à adresser *manuellement* une certaine ligne de programme. Le numéro de ligne doit être un nombre de trois chiffres entre 000 et 448.

L'instruction [SST]. La touche [SST] avance le pointeur d'une ligne dans la mémoire. Cette fonction n'est pas programmable.

En mode programme [SST] avance le pointeur d'une ligne et affiche l'instruction. Celle-ci n'est pas exécutée. Si vous maintenez la touche [SST] enfoncée, le calculateur balaye les lignes de la mémoire.

En mode calcul [SST] affiche le contenu de la ligne courante tant que vous maintenez la touche enfoncée, lorsque vous relâchez la touche, le calculateur exécute l'instruction et avance le pointeur d'une ligne.

L'instruction [BST]. La touche [BST] *recule* le pointeur d'une ligne. Cette fonction n'est pas programmable et les instructions balayées ne sont jamais exécutées (même en mode calcul). Si vous maintenez la touche enfoncée, le pointeur balaye les lignes à rebours.

Suppression de lignes de programme

La touche [←] (en mode programme) supprime l'instruction de la ligne sur laquelle se trouve le pointeur. Les instructions suivantes montent d'une ligne pour combler le vide. En mode calcul, la touche [←] n'affecte pas la mémoire programme mais efface l'affichage (voir page 21).

Insertion de lignes de programme

Pour insérer une nouvelle instruction dans un programme, il suffit de placer le pointeur sur la ligne précédant le point d'insertion. Toute instruction entrée doit être ajoutée suivant la ligne en cours d'affichage. Pour modifier une instruction, vous pouvez simplement la supprimer et frapper l'instruction corrigée.

Exemples

Revenons à l'exemple de la page 71 au chapitre 6 et modifions-le. Nous supposons que le programme est stocké à partir de la ligne 001.

Suppressions. Si vous ne voulez pas le calcul des sommes, vous pouvez supprimer les additions dans les registres (lignes 007, 011 et 020).

Changements. Pour éliminer l'arrêt du programme pour l'introduction de la hauteur *h*, remplacez l'instruction [R/S] par [RCL] 1 (du fait des suppressions ci-dessus R_1 est inutilisé) et stockez *h* dans R_1 avant l'exécution du programme. Vous pouvez aussi remplacer [STO] 4 (ligne 006) par [STO] 2 et [RCL] 4 (ancienne ligne 016) par [RCL] 2 car les registres R_2 et R_3 ne sont plus utilisés.

Le processus de mise au point est illustré ci-après.

Version originale

006–STO 4	change
007–STO + 1	supprime
008–R/S	change
009–×	
010–f PSE	
011–STO + 2	supprime
012–RCL 0	
013–÷	
014–2	
015–×	
016–RCL 4	change
017–2	
018–×	
019–+	
020–STO + 3	supprime
021–g RTN	

Version modifiée

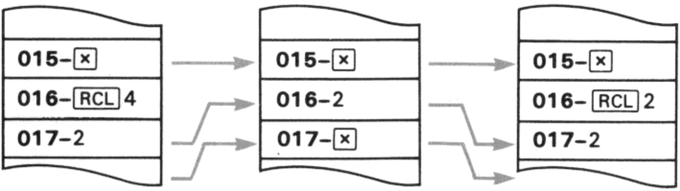
006–STO 2	nouveau
007–RCL 1	nouveau
008–×	
009–f PSE	
010–RCL 0	
011–÷	
012–2	
013–×	
014–RCL 2	nouveau
015–2	
016–×	
017–+	
018–g RTN	

Chaque suppression change les numéros des lignes suivantes. Si vous commencez les modifications au début du programme, vous perdez la numérotation d'origine comme référence. Il est donc judicieux de commencer par la fin et de remonter vers le début.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	**000–**	Mode programme (on suppose le pointeur en ligne 000).
GTO CHS 020 (ou SST)	**020–44.40. 3**	Place le pointeur en ligne 020 (instruction STO + 3).

Appuyez sur	Affichage	
[←]	019– 40	Ligne 020 supprimée.
[g] [BST] (maintenu)	016– 45 4	Ligne suivante à modifier ligne 016 : [RCL] 4.
[←]	015– 20	Ligne 016 supprimée.
[RCL] 2	016– 45 2	Ajoute [RCL] 2 en ligne 016.
[GTO] [CHS] 011 (ou [BST] maintenu)	011–44.40. 2	Va en ligne 011 ([STO] [+] 2).
[←]	010– 42 31	Ligne 011 supprimée.
[g] [BST]	008– 31	Va en ligne 008 ([R/S]).
[←]	007–44.40. 1	[R/S] supprimé.
[RCL] 1	008– 45 1	Nouvelle instruction.
[g] [BST]	007–44.40. 1	
[←]	006– 44 4	Ligne 007 supprimée ([STO] [+] 1).
[←]	005– 20	Ligne 006 supprimée ([STO] 4).
[STO] 2	006– 44 2	Ajoute [STO] 2 en ligne 006.

Le remplacement d'une ligne se passe de la façon suivante :



Informations complémentaires

Opérations pas-à-pas

Exécution pas-à-pas. Si vous voulez vérifier le contenu de la mémoire ou l'emplacement d'une instruction, vous pouvez déplacer le pointeur pas-à-pas en mode programme. De même, si un programme donne des résultats erronés sans que vous sachiez exactement d'où vient l'erreur, vous pouvez vérifier le programme en l'exécutant pas-à-pas à l'aide de la touche [SST] en *mode calcul*.

Appuyez sur	**Affichage**	
[g] [P/R]		Mode calcul.
[f] CLEAR [REG]		Efface les registres de stockage.
[GTO] [A]		Place le pointeur en 1re ligne du programme "A".
8 [STO] 1	**8,0000**	Stocke la hauteur d'une boîte.
2.5	**2,5**	Entre le rayon.
[SST] (maintenu)	**001–42.21.11**	Code de la ligne 001 (label).
(relâché)	**2,5000**	Résultat de l'exécution de la ligne 001.
[SST]	**002– 44 0** **2,5000**	[STO] 0.
[SST]	**003– 43 11** **6,2500**	[g] [x^2].
[SST]	**004– 43 26** **3,1416**	[g] [π].
[SST]	**005– 20** **19,6350**	[×]. Surface de base d'une boîte.

Bouclage. Lorsque le pointeur arrive en fin de mémoire occupée, la touche [SST] fait boucler le pointeur en ligne 000. En mode calcul, [SST] exécute toute instruction présente sur la dernière ligne (telle que [RTN], [GTO] ou [GSB].)

Position de ligne

Lorsque le calculateur "s'endort", il conserve la position du pointeur. Vous n'aurez donc qu'à le remettre en mode programme pour retrouver l'endroit où vous vous êtes arrêté. Quel que soit le mode dans lequel le calculateur se trouve lorsqu'il s'endort, il sera toujours en mode calcul au réveil.

Insertions et suppressions

Après une insertion, le calculateur affiche la nouvelle instruction et après une suppression, il affiche la ligne précédant celle supprimée.

Si la mémoire programme est pleine et que vous essayez d'enregistrer une nouvelle instruction, le calculateur ne l'accepte pas et affiche **Error 4**.

Initialisation de l'état du calculateur

Le contenu des registres de stockage et les états du calculateur affectent un programme si celui-ci utilise ces registres ou dépend de ces états (dans certains cas, ceci peut entraîner des résultats erronés). Il est par conséquent judicieux d'effacer les registres et de définir les états requis avant d'exécuter un programme ou même d'incorporer ces informations dans le programme lui-même. Un programme contenant une séquence d'initialisation utilise plus de lignes mais est plus fiable.

Fonctions d'initialisation : [f] CLEAR [Σ], [f] CLEAR [PRGM], [f] CLEAR [REG], [g] [DEG], [g] [RAD], [g] [GRD], [g] [SF] et [g] [CF].

Problèmes

Il est conseillé de ne pas utiliser plusieurs fois le même label (ce qui ne saurait être trop difficile avec les 25 labels du HP-15C). Pour éviter d'utiliser un label déjà en mémoire, vous pouvez effacer la mémoire programme.

1. Le programme suivant calcule la valeur acquise par des placements suivant la formule : $FV = PV(1 + i)^n$, où PV est la valeur initiale du capital, FV sa valeur acquise, n le nombre de périodes et i le taux d'intérêt. En supposant que PV soit placé dans le registre Y et n dans le registre X, le programme suivant calcule la valeur acquise pour un taux d'intérêt annuel de 7,5 % ($i = 0,075$).

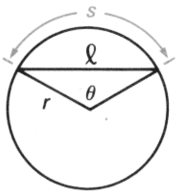
Appuyez sur	Octets		
f LBL . 1	2		Code : 001–42.21., 1
f FIX 2	2		Code : 002–42. 7. 2
1	1		
.	1		
0	1	}	Intérêt
7	1		
5	1		
$x \gtrless y$	1		
$y\pi$	1		$(1 + i)^n$
×	1		$PV(1 + i)^n$
g RTN	1		

Chargez en mémoire le programme et calculez la valeur acquise de 1000 F dans 5 ans et de 2300 F dans 4 ans. Vous devez utiliser GSB pour exécuter un programme ayant un label numérique. (Solutions : 1435,63 F ; 3071,58 F).

Modifiez le programme en faisant varier le taux d'intérêt de 7,5 % à 8 % par an. Avec le nouveau programme, calculez la valeur acquise de 500 F dans 4 ans et de 2000 dans 10 ans. (Solution : 680,24 F et 4317,85 F).

2. Écrivez un programme calculant la longueur d'une corde l sous-tendue par un angle Θ (en degrés) sur un cercle de rayon r en utilisant l'équation suivante :

$$l = 2\,r \sin \frac{\Theta}{2}$$



Calculez l pour $\Theta = 30^\circ$ et $r = 25$.

(Solution : 12.9410. Séquence possible : f LBL A g DEG f FIX 4 2 × $x \gtrless y$ 2 ÷ SIN × g RTN). (On suppose Θ dans Y et r dans X au début du programme).

Effectuez les modifications nécessaires pour calculer et afficher la longueur s de l'arc intercepté par Θ selon l'équation : $s = r \times \Theta$ où Θ est en radians puis complétez le tableau ci-dessous :

Θ	r	l	s
45°	50	?	?
90°	100	?	?
270°	100	?	?

Solution : 38,2683 et 39,2699 ; 141,4214 et 157,0796 ; 141,4214 et 471,2389.

Séquence possible : [f] [LBL] [A] [g] [DEG] [f] [FIX] 4 [STO] 0 2 [×] [x≷y] [STO] 1 2 [÷] [SIN] [×] [f] [PSE] [f] [PSE] [RCL] 0 [RCL] 1 [f] [→ RAD] [×] [g] [RTN].

Chapitre 8

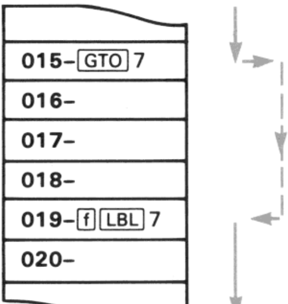
Branchements et contrôles de programmes

Bien que les instructions de programme soient normalement exécutées séquentiellement, il est parfois désirable de transférer l'exécution à un endroit du programme autre que la ligne suivante. Ce *branchement* dans le HP-15C peut être *simple* ou dépendre d'une condition. Le branchement à une ligne précédente permet d'exécuter plusieurs fois une partie de programme en créant une *boucle*.

Branchements

Branchements simples

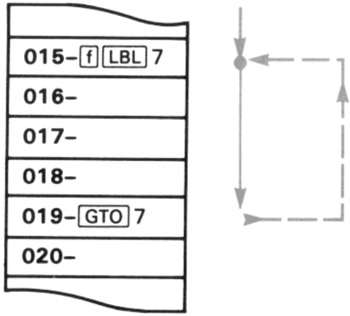
L'instruction GTO. L'instruction GTO permet d'effectuer la forme la plus simple de branchement, le branchement inconditionnel. Dans un programme en cours d'exécution, GTO transfère l'exécution au programme ou à la routine identifiée (pas à un numéro de ligne).



Après un GTO, le calculateur cherche le label spécifié de haut en bas dans la mémoire en commençant à la position instantanée du pointeur. Si le label ne se trouve pas entre la position du pointeur et la fin du programme, le calculateur reprend la recherche à la ligne 000 ; il relance l'exécution dès qu'il trouve le label spécifié.

Boucle. Lorsqu'une instruction GTO identifie un label situé sur une ligne de numéro inférieur, la séquence d'instruction entre le label et le

GTO sera exécutée répétitivement et peut-être indéfiniment. La sortie de la boucle peut être contrôlée par un branchement conditionnel, une instruction R/S (écrite dans la boucle) ou simplement par une pression de touche (qui arrête le programme).



Branchements conditionnels

Pour modifier l'ordre d'exécution des instructions d'un programme, vous pouvez aussi utiliser les *branchements conditionnels*, test vrai/faux comparant le contenu du registre X avec zéro ou avec celui du registre Y. Le HP-15C dispose de 12 tests différents, deux directement accessibles au clavier et les autres par la séquence g TEST n*.

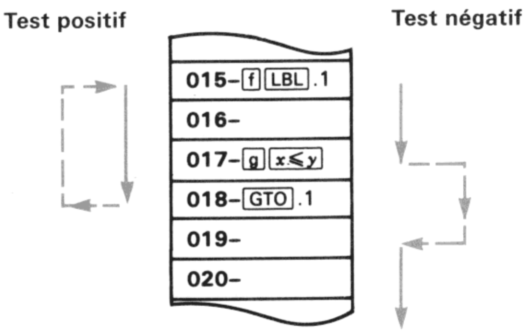
1. Direct : g $x \leq y$ et g $x=0$.
2. Indirect : g TEST n.

n	Test	n	Test
0	$x \neq 0$	5	$x = y$
1	$x > 0$	6	$x \neq y$
2	$x < 0$	7	$x > y$
3	$x \geqslant 0$	8	$x < y$
4	$x \leqslant 0$	9	$x \geqslant y$

* Quatre des tests conditionnels peuvent aussi être utilisés avec des nombres complexes (voir chapitre 11, page 132).

Après un test, l'exécution se poursuit à la ligne suivante si le résultat du test est vrai et saute une ligne avant de poursuivre si le résultat est faux. Dans la plupart des cas, on place une instruction [GTO] juste après le test, le transformant en *branchement conditionnel*, c'est-à-dire que le branchement n'aura lieu que si le test est positif.

Exécution après un test



Indicateurs binaires

Les indicateurs binaires constituent une autre forme de test conditionnel, dépendant d'un état. Un indicateur peut prendre deux états, armé (= vrai) et désarmé (= faux). L'exécution suit les mêmes règles qu'après un test conditionnel.

Le HP-15C possède huit indicateurs "utilisateur", numérotés de 0 à 7 et deux indicateurs prédéfinis : 8 (mode complexe) et 9 (dépassement de capacité) – Ces derniers sont étudiés plus loin dans ce chapitre. Tous les indicateurs peuvent être armés, effacés et testés comme suit :

- [g] [SF] *n* pour *armer* l'indicateur *n* (0-9),
- [g] [CF] *n* pour *effacer* l'indicateur *n* et
- [g] [F?] *n* pour *tester* l'indicateur *n*.

Un indicateur armé le reste jusqu'à effacement par une instruction [CF] *n* ou réinitialisation de la mémoire permanente.

Exemples

Branchements et boucles

Un laboratoire de radiobiologie veut prédire la diminution de radioactivité d'une quantité test de radioisotope ^{131}I. Écrivez un programme calculant la radioactivité à intervalle de trois jours jusqu'à une certaine limite. La formule permettant de calculer la quantité N, de radioisotope après t jours est :

$$N_t = N_0 \, (2^{-t/k}),$$

où k = 8 jours (demi-durée de vie de ^{131}I) et N_0 la quantité initiale.

Le programme suivant utilise une boucle pour calculer le nombre de millicuries d'isotope restant théoriquement à intervalle de trois jours. Un test est inclus pour mettre fin au programme lorsque la radioactivité a atteint une certaine limite.

Le programme suppose t_1, le premier jour de la mesure, stocké dans R_0, N_0, la quantité initiale d'isotope, dans R_1 et la valeur limite de radioactivité dans R_2.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Mode programme.
f CLEAR PRGM	000–	Optionnel.
f LBL A	001–42.21.11	
RCL 0	002– 45 0	Rappelle t courant qui change pour chaque boucle.
f PSE	003– 42 31	Pause pour afficher t.
8	004– 8	k.
÷	005– 10	
CHS	006– 16	$-t/k$.
2	007– 2	
$x \gtrless y$	008– 34	
y^x	009– 14	$2^{-t/k}$.

Appuyez sur	Affichage	
RCL × 1	010–45.20. 1	Rappel et multiplication avec le contenu de R_1 (N_0), donnant N_t mci de ^{131}I après t jours.
f PSE	011– 42 31	Pause pour afficher N_t.
RCL 2	012– 45 2	Rappelle la limite dans X.
g TEST 9	013–43.30. 9	$x \geqslant y$? Teste si la limite (dans X) égale ou dépasse N_t (dans Y).
g RTN	014– 43 32	Si oui, fin du programme.
3	015– 3	Si non, le programme continue.
STO + 0	016–44.40. 0	Ajoute 3 jours dans R_0.
GTO A	017– 22 11	Va en "A" et reprend la boucle avec la nouvelle valeur de t.

Remarquez que sans les lignes 012 à 014, la boucle ne se terminerait que par l'extinction de la machine ou la frappe d'une touche au clavier.

Exécutez le programme avec les données suivantes : $t_1 = 2$ jours, $N_0 = 100$ mci et valeur limite = $N_0/2$ (50 mci).

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
2 STO 0	2,0000	t_1.
100 STO 1	100,0000	N_0.
50 STO 2	50,0000	Valeur limite de N_t.
f A	2,0000	t_1.
	84,0896	N_1.
	5,0000	t_2.
	64,8420	N_2.
	8,0000	t_3.
	50,0000	N_3.
	50,0000	Limite de N_t, fin du programme.

Indicateurs binaires

Les remboursements de prêts peuvent être calculés de deux façons : avec paiements en début de période ou en fin de période. Si vous écrivez un programme pour calculer la valeur actuelle d'un prêt étant donné le taux d'intérêt et le montant des paiements périodiques, vous pouvez utiliser un indicateur binaire pour spécifier le type de remboursement. Le HP-15C calculera des paiements pour début ou fin de période selon l'état de l'indicateur.

Supposons que vous voulez placer sur un compte rapportant 6 % l'an (0,5 % par mois), la somme nécessaire pour financer les études de votre fille pour les quatre ans à venir. Vous estimez le coût à 18.000 F par an soit 1500 F par mois. Combien devez-vous déposer aujourd'hui sur ce compte pour ce financement ?

La formule est :

$$PV = -\,PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right](1+i)$$

pour des retraits en début de période et :

$$PV = -\,PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

pour des retraits en fin de période.

PV est le montant à déposer sur le compte.

PMT est le montant des retraits périodiques du compte.

i est le taux d'intérêt périodique (mensuel dans notre exemple).

n est le nombre de périodes de composition (mois).

Le programme suivant permet le calcul pour les deux modes, il suppose *PMT* dans Z, *n* dans Y et *i* dans X.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	000–	Mode programme.
[f] [LBL] [B]	001–42.21.12	"B" pour retraits en début de période.
[g] [CF] 0	002–43. 5. 0	Efface l'indicateur 0.
[GTO] 1	003– 22 1	Va en routine principale.
[f] [LBL] [E]	004–42.21.15	"E" pour retraits en fin de période.
[g] [SF] 0	005–43. 4. 0	Arme l'indicateur 0.
[f] [LBL] 1	006–42.21. 1	Routine principale.
[STO] 1	007– 44 1	Stocke i (du registre X).
1	008– 1	
[+]	009– 40	$(1 + i)$.
[$x \gtrless y$]	010– 34	Place n dans X ; $(1 + i)$ dans Y.
[CHS]	011– 16	$-n$.
[y^x]	012– 14	$(1 + i)^{-n}$.
[CHS]	013– 16	$-(1 + i)^{-n}$.
1	014– 1	
[+]	015– 40	$1 - (1 + i)^{-n}$.
[RCL] [÷] 1	016–45.10. 1	Rappel et division par R_1 (i) pour obtenir : $[1 - (1 + i)^{-n}]/i$.
[×]	017– 20	Multiplie par PMT.
[g] [F?] 0	018–43. 6. 0	Teste l'indicateur 0.
[g] [RTN]	019– 43 32	Fin du calcul si indicateur 0 armé.
[RCL] 1	020– 45 1	Rappelle i.
1	021– 1	
[+]	022– 40	$(1 + i)$.
[×]	023– 20	Multiplie par le terme final.
[g] [RTN]	024– 43 32	Fin de calcul si indicateur 0 effacé.

Exécutez maintenant le programme pour calculer le montant à placer sur un compte dont vous voulez retirer 1500 F par mois pendant 4 ans. Entrez le taux d'intérêt périodique sous forme fractionnaire (0,005 par mois). Calculez d'abord le montant si les retraits sont effectués en début de mois puis le montant pour des retraits en fin de mois.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
1500 ENTER	**1500,0000**	Retrait périodique.
48 ENTER	**48,0000**	Nombre de périodes.
.005	**0,0050**	Taux mensuel.
f B	**64.189,8291**	Montant nécessaire pour des retraits en début de période.
(Réintroduisez les données dans la pile)		
f E	**63.870,4767**	Montant nécessaire pour des retraits en fin de période. (La différence entre cette valeur et le coût des études (72.000 F) représente les intérêts acquis sur le compte.

Informations complémentaires

Instruction GTO

Contrairement à la séquence non-programmable GTO CHS *nnn*, la séquence programmable GTO *label* ne peut pas servir à effectuer un branchement à un numéro de ligne mais uniquement à un label (ligne contenant une instruction f LBL *label*)*. L'exécution reprend au nouveau label et ne revient pas à la routine d'origine sauf par une autre instruction GTO.

* Il est possible d'effectuer un branchement à un numéro de ligne sous contrôle de programme par l'adressage indirect (cf. chapitre 10).

L'instruction GTO *label* peut aussi servir en mode calcul pour placer le pointeur sur un label sans exécution.

Boucles

Les boucles sont un cas particulier des branchements, utilisant l'instruction GTO pour exécuter plusieurs fois la même séquence. Les boucles peuvent continuer indéfiniment ou se terminer en fonction d'une condition. Vous pouvez inclure dans une boucle, un compteur qui conservera la trace du nombre de passages, la valeur de ce compteur pouvant servir pour le test de sortie de la boucle (exemple page 112).

Branchement conditionnel

Le branchement conditionnel a plusieurs applications : le contrôle de boucle comme présenté ci-avant. Un test conditionnel peut surveiller la valeur d'une des variables de la boucle et décider de la sortie. Ce type de branchement permet aussi de choisir une option de calcul. Considérons le cas d'un représentant commercial dont le pourcentage de commission dépend du montant de la vente. Écrivez un programme qui prend un montant de vente, le compare à une valeur test et calcule la commission en fonction du résultat de ce test.

Test. Un test conditionnel prend le contenu du registre X (x) et le compare soit à zéro (tel que $x=0$) soit au contenu du registre Y (y) (tel que $x \leq y$).

Tests avec des nombres complexes. Vous pouvez utiliser quatre des tests avec les nombres complexes et les matrices : $x=0$, TEST 0 ($x \neq 0$), TEST 5 ($x = y$) et TEST 6 ($x \neq y$). Consultez les chapitres 11 et 12 pour plus d'informations.

Indicateurs binaires

De la même façon qu'un test conditionnel, un indicateur binaire peut décider d'une option de calcul. Généralement on arme ou désarme un indicateur en choisissant un point de départ (label) différent dans le programme pour les deux options (voir l'exemple de la page 95). De cette façon, un programme peut accepter deux modes d'introduction différents, tels que degrés et radians, et effectuer le calcul correct pour le mode choisi. Vous pouvez par exemple armer l'indicateur pour faire la conversion et l'effacer s'il ne doit pas y avoir de conversion.

Supposons que vous ayez une équation demandant l'introduction de température en degrés Kelvin et que vos données puissent parfois être en degrés Celsius. Vous pouvez utiliser un indicateur pour permettre l'introduction de données dans les deux modes.

f LBL C	Programme "C" pour degrés Celsius.
g CF 7	Annule l'indicateur 7.
GTO 1	
f LBL D	Programme "D" pour degrés Kelvin.
g SF 7	Arme l'indicateur 7.
f LBL 1	
g F? 7	Teste l'indicateur 7 (valeur en °C ou °K).
GTO 2	Si armé, le pointeur va directement au label 2.
2	Si effacé (entrée en °C), ajoute 273 au contenu.
7	du registre X (°K = °C + 273).
3	
+	
f LBL 2	Routine commune aux deux modes.
•	
•	
•	

Les indicateurs prédéfinis : 8 et 9

Indicateur 8. L'indicateur 8 armé place le calculateur en mode calcul sur nombres complexes (voir chapitre 11) et affiche l'indicateur **C**. Quelle que soit la méthode utilisée pour placer le calculateur en mode complexe, l'indicateur 8 est toujours armé lorsque ce mode est actif. Pour sortir du mode complexe, effacez l'indicateur 8 (voir CF page 92).

Indicateur 9. Le calculateur arme l'indicateur 9 dès qu'un dépassement de capacité a lieu (voir page 61). Cet indicateur fait clignoter l'affichage (si un programme est en cours d'exécution, le clignotement ne commence qu'à la fin du programme).

Effacement de l'indicateur 9 :

- Appuyez sur [g] [CF] 9 (procédure normale d'effacement).
- Appuyez sur [←]. Ceci efface l'indicateur et arrête le clignotement mais n'efface pas l'affichage.
- Éteignez et rallumez le calculateur (l'indicateur n'est pas effacé si le calculateur s'éteint lui-même).

Si vous armez l'indicateur 9 manuellement, l'affichage clignote, qu'il y ait ou non dépassement de capacité. Un programme continuera sans interruption, vous pouvez donc utiliser cet indicateur comme signal visuel d'une condition particulière.

Chapitre 9

Sous-programmes

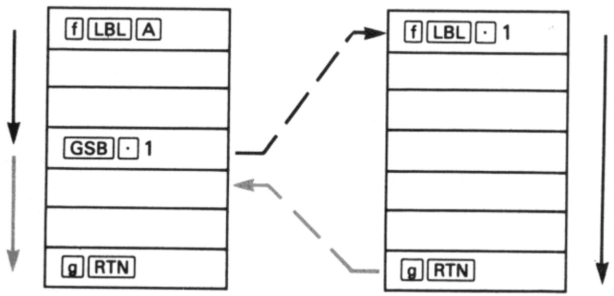
Les programmes contiennent souvent des séquences d'instructions qui doivent être exécutées plusieurs fois. Il est donc souvent judicieux de transformer ces séquences en sous-programmes et d'économiser ainsi la mémoire.

Sous-programmes

Branchement et retour d'un sous-programme

L'instruction [GSB] (branchement à un sous-programme) est exécutée de la même façon que [GTO] mais en plus, elle établit une condition de *retour en attente*, [GSB] *label*, comme [GTO] *label**transfère l'exécution à la ligne portant le label correspondant ([A] à [E], 0 à 9 ou .0 à .9). L'exécution reprend alors jusqu'à la première instruction [RTN] rencontrée ; à ce moment, le calculateur renvoie le pointeur à l'instruction suivant immédiatement celle ayant provoqué le branchement et l'exécution continue à ce point.

Exécution de sous-programme



FIN
Transfert à la ligne 000 et arrêt.

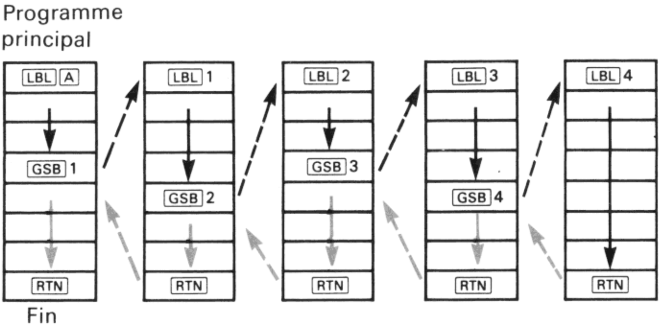
RETOUR
Transfert à l'instruction *suivant* le [GSB] [·] 1.

---

* Une instruction [GSB] ou [GTO] suivie d'un label alpha est une séquence abrégée (il n'est pas nécessaire d'appuyer sur [f], voir page 78.

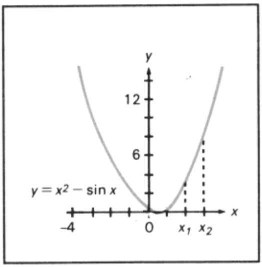
Limites aux sous-programmes

Un sous-programme peut en appeler un autre et cette imbrication de sous-programmes n'est limitée que par le nombre d'adresses de retour RTN que peut conserver le HP-15C à un instant donné –7–.



Exemples

Exemple : Rédigez un programme calculant la pente moyenne entre x_1 et x_2 sur la courbe ci-contre dont l'équation est $y = x^2 - \sin x$ où x est en radians.



Solution : la pente moyenne est donnée par la formule :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ ou } \frac{(x_2^2 - \sin x_2) - (x_1^2 - \sin x_1)}{x_2 - x_1}$$

Remarquez que la résolution demande deux fois le calcul de l'expression $x^2 - \sin x$ (pour x_1 et pour x_2). De ce fait, vous pouvez inclure un sous-programme utilisable pour les deux valeurs et qui économisera des lignes de programme.

Le programme suivant suppose x_1 dans le registre Y et x_2 dans le registre X.

PROGRAMME PRINCIPAL

g P/R	(Non programmable).
f CLEAR PRGM	
000–	
001– f LBL 9	Début du programme principal.
002– g RAD	Mode radians.
003– STO 0	Stocke x_2 dans R_0.
004– $x \gtrless y$	Place x_1 dans X et x_2 dans Y.
005– STO – 0	$(x_2 - x_1)$ dans R_0.
006– GSB .3	Branchement au sous-programme .3 avec x_1.
	Retour du sous-programme .3.
007– CHS	$-y_1$.
008– $x \gtrless y$	Place x_2 dans le registre X.
009– GSB .3	Branchement au sous-programme .3 avec x_2.
	Retour du sous-programme .3.
010– +	$y_2 - y_1$.
011– RCL ÷ 0	Rappelle $x_2 - x_1$ du R_0 et calcule $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$.
012– g RTN	Fin du programme, retour en 000.
Sous programme	
013– f LBL .3	Début du sous-programme .3.
014– g x^2	x^2.
015– g LSTx	Rappelle x.
016– SIN	sin x.
017– –	$x^2 - \sin x = y$.
018– g RTN	Retour au programme principal.

Calculez la pente moyenne pour les valeurs suivantes de x_1 et de x_2 : 0,52 et 1,25 ; –1 et 1 ; 0,81 et 0,98. Veillez à utiliser GSB 9 au lieu de f 9 lors de l'adressage d'une routine ayant un label numérique.

Solutions : 1,1507 ; – 0,8415 ; 1,1652.

Exemple : Bouclage. Le sous-programme suivant ".4" calcule la valeur de l'expression $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2}$ dans le cadre d'un programme plus important. Le sous-programme appelle un autre sous-programme, imbriqué, ".5", pour effectuer les élévations au carré.

Exécutez le programme après avoir placé les variables x, y, z et t dans les registres X, Y, Z et T.

Appuyez sur

f LBL .4		Sous-programme principal.
g x^2		x^2.
GSB .5		Calcule y^2 et $x^2 + y^2$.
GSB .5	1	Calcule z^2 et $x^2 + y^2 + z^2$.
GSB .5	2	Calcule t^2 et $x^2 + y^2 + z^2 + t^2$.
$\sqrt{x}$	3	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2}$
g RTN		Fin de sous-programme principal ; retour au programme.
f LBL .5		Début de sous-programme imbriqué.
$x \gtrless y$		
g x^2		Calcul un carré et l'ajoute à la somme.
+		
g RTN		Fin de sous-programme imbriqué, retour au sous-programme principal.

Si vous exécutez ce sous-programme (et le sous-programme imbriqué) seul, avec $x = 4{,}3$; $y = 7{,}9$; $z = 1{,}3$ et $t = 8$, le résultat obtenu en appuyant sur GSB .4 est 12,1074.

Informations complémentaires

Retour de sous-programme

La condition *attente de retour* signifie que la première instruction RTN suivant une instruction GSB renvoie l'exécution à la ligne suivant le GSB. De ce fait un sous-programme peut être réutilisé en plusieurs endroits d'un programme, l'exécution retournera toujours à la ligne suivant le GSB ayant provoqué l'exécution du sous-programme. La seule différence entre les branchements GSB et GTO est la nature du transfert d'exécution *après* un RTN.

Sous-programmes imbriqués

Le calculateur ne peut pas traiter plus de sept niveaux d'imbrication. Il affiche **Error 5** s'il rencontre une instruction GSB au huitième niveau. Remarquez qu'il n'y a pas d'autres limitations que la taille de la mémoire au nombre de sous-programmes non imbriqués ou de jeux de sous-programmes imbriqués.

Chapitre 10

Registre index et contrôle de boucle

Le registre index (R_I) est un des outils de programmation les plus puissants de votre HP-15C. En plus du simple stockage des données, le registre I peut aussi servir pour :

- Comptage et contrôle de boucles.
- Adressage indirect de registres de stockage, y compris ceux au-delà de $R_{.9}$.
- Branchements indirects à des lignes et des labels de programme.
- Contrôle indirect du format d'affichage.
- Contrôle indirect des indicateurs binaires.

Les touches [I] et [(i)]

Stockage direct ou indirect

Vous pouvez utiliser le contenu du registre I pour une opération directe avec [I] ou indirecte avec [(i)]*. Il est important de bien différencier ces deux emplois :

[I]	[(i)]
La fonction [I] opère directement sur le contenu du registre index.	La fonction [(i)] utilise la valeur absolue de la partie entière du contenu du registre index pour adresser un autre registre de stockage. Adressage indirect.

* Remarquez que les fonctions de matrice et de nombres complexes utilisent aussi les touches [I] et [(i)] mais ce, dans un autre but. Consultez les chapitres 11 et 12 pour ces usages.

Contrôle indirect de programme avec le registre index

La touche [I] donne accès à toutes les formes de contrôle indirect de programme autres que l'adressage indirect de registre (branchements, contrôle du format d'affichage et contrôle des indicateurs).

Contrôle de boucle

Le comptage et le contrôle de boucle sur le HP-15C peut être effectué à l'aide d'un registre quelconque (R_0 à R_9, $R_{.0}$ à $R_{.9}$ ou [I]). Le contrôle de boucle peut en outre être effectué *indirectement* avec la touche [(i)].

Utilisation des opérations indirectes

Il n'est pas toujours nécessaire de faire précéder les touches [I] et [(i)] du préfixe [f], lorsqu'elles s'intègrent à des séquences abrégées (voir page 78).

Stockage et rappel dans le registre index

Direct. [STO] [I] et [RCL] [I]. Les transferts de données entre les registres X et I s'opèrent de la même façon qu'avec les autres registres.

Indirect. [STO] [(i)] et [RCL] [(i)]. Ces deux séquences opèrent sur le contenu du registre de stockage dont le numéro (0 à 65) est dans le registre index. Voir tableau ci-dessous.

Adressage indirect

Si R_I contient :	[(i)] adresse :	[GTO] [I] ou [GSB] [I] branche à :*
± 0	R_0	[f] [LBL] 0
⋮	⋮	⋮
9	R_9	[f] [LBL] 9
10	$R_{.0}$	" " [·] 0
11	$R_{.1}$	" " [·] 1
⋮	⋮	⋮
19	$R_{.9}$	[f] [LBL] [·] 9
20	R_{20}	" " [A]

* Pour $R_I \geqslant 0$ seulement.

Adressage indirect

Si R_I contient :	**[(i)] adresse :**	**[GTO] [I] ou [GSB] [I] branche à :***
21	R_{21}	[f] [LBL] [B]
22	R_{22}	" " [C]
23	R_{23}	" " [D]
24	R_{24}	" " [E]
⋮	⋮	–
65	R_{65}	–
* Pour $R_I \geqslant 0$ seulement.		

Arithmétique avec le registre index

Direct. [STO] ou [RCL] { [+], [−], [×], ou [÷] } [I]. L'arithmétique en stockage ou rappel dans le registre I opère de la même façon qu'avec les autres registres de données (voir page 43).

Indirect. [STO] ou [RCL] { [+], [−], [×], ou [÷] } [(i)]. Ces séquences provoquent l'exécution de l'opération indiquée entre le registre X et le registre de données dont le numéro (0 à 65) est dans R_I (voir tableau précédent).

Échange avec le registre X

Direct. [f] [$x\gtrless$] [I] échange les contenus des registres X et I.

Indirect. [f] [$x\gtrless$] [(i)] échange le contenu du registre X avec celui du registre de données dont le numéro (0 à 65) est dans R_I (voir tableau précédent).

Branchement indirect avec [I]

La touche [I] – mais non la touche [(i)] – permet d'effectuer des branchements *indirects* [GTO] [I] et des appels de sous-programmes indirects [GSB] [I]. Le calculateur n'utilise que la partie entière du contenu de R_I. La touche [(i)] ne sert que pour l'*adressage* indirect de registres de données.

A un label. Si le contenu de R_I est *positif,* [GTO] [I] et [GSB] [I] transfèrent l'exécution au *label* correspondant au contenu de R_I (voir tableau précédent).

Par exemple, si R_I contient le nombre 20,00500, une instruction [GTO] [I] transfère l'exécution à l'instruction [f] [LBL] [A] suivante. Voir diagramme page 107.

A un numéro de ligne. Si le contenu de R_I est *négatif,* [GTO] [I] et [GSB] [I] transfèrent l'exécution à la *ligne* identifiée par ce nombre. Le calculateur utilise la valeur absolue de la partie entière du contenu de R_I.

Par exemple, si R_I contient le nombre − 20,00500, l'instruction [GTO] [I] transfère l'exécution à la ligne 020.

Contrôle indirect des indicateurs binaires

Les séquences [SF] [I], [CF] [I], [F?] [I] arment, désarment et testent l'indicateur (0 à 9) spécifié par la valeur absolue de la partie entière du contenu de R_I.

Contrôle indirect du format d'affichage

Les séquences [f] [FIX] [I], [f] [SCI] [I], et [f] [ENG] [I] contrôlent le format d'affichage de la façon usuelle (voir pages 58 et 59) utilisant la partie entière du contenu de R_I (entre 0 et 9)*.

Contrôle de boucle avec compteurs : [ISG] et [DSE]

Les fonctions [ISG] (incrément et saut si plus grand) et [DSE] (décrément et saut inférieur ou égal) contrôlent l'exécution de boucle à l'aide du contenu d'un registre (nombre de contrôle). L'exécution (saut de ligne ou non) dépend de la valeur de ce nombre.

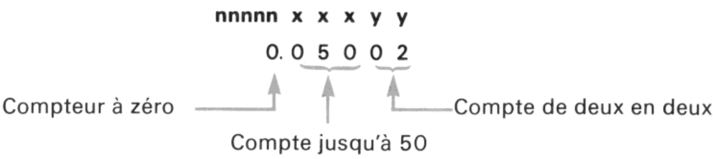
La séquence est [f] $\left\{ \text{[ISG] ou [DSE]} \right\}$ adresse (adresse = [I], [(i)], 0 à 9, .0 à .9).

Le nombre de contrôle a le format suivant :

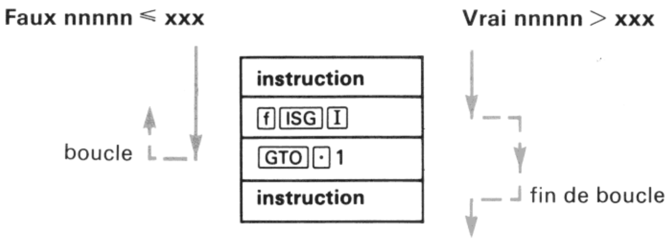
	±nnnnn	valeur instantanée du compteur
nnnnn.xxxyy, où	**xxx**	valeur test
	yy	valeur d'incrément ou décrément

* Sauf lors de l'utilisation de [∫ʸₓ] (chapitre 14).

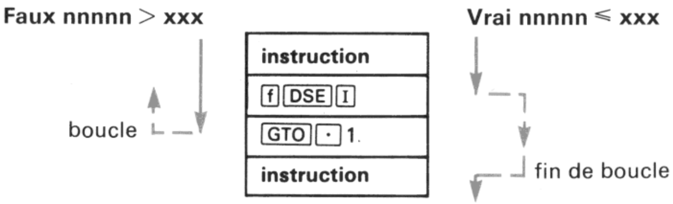
Par exemple, 0,05002 comme nombre de contrôle représente :



Opérations ISG **et** DSE. A chaque fois qu'un programme rencontre ISG ou DSE, il incrémente ou décrémente **nnnnn** (partie entière du nombre de contrôle) de la quantité **yy.** Il compare ensuite **nnnnn** à **xxx** (valeur test) et saute une ligne si la valeur du compteur (**nnnnn**) est supérieure (ISG) ou inférieure ou égale (DSE) à la valeur test (**xxx).** Pour ces fonctions, contrairement aux autres tests conditionnels, le calculateur saute une ligne si le test est positif.



Soit **nnnnn,xxxyy** le contenu de R_I, la fonction ISG I incrémente **nnnnn** de la quantité **yy**, compare la nouvelle valeur du compteur à **xxx** (valeur test) et saute une ligne si **nnnnn** est supérieur à **xxx** (vous pouvez ainsi sortir d'une boucle).



Soit **nnnnn,xxxyy** le contenu de R_I, la fonction DSE I décrémente **nnnnn** de la quantité **yy,** compare la nouvelle valeur du compteur à **xxx** (valeur test) et saute une ligne si **nnnnn** est inférieur ou égal à **xxx.** Le nombre de contrôle subit les transformations suivantes :

Itérations

Opération	0	1	2	3	4
ISG	0,00602	2,00602	4,00602	6,00602	8,00602 (saute ligne suivante)
DSE	6,00002	4,00002	2,00002	0,00002 (saute ligne suivante)	

Exemples

Opérations sur les registres

Stockage et rappel

Appuyez sur	Affichage	
f CLEAR REG		Efface tous les registres.
12.3456	**12.3456**	
STO I	**12,3456**	Stocke le nombre dans R_I.
7 $\sqrt{x}$	**2,6458**	
STO (i)	**2,6458**	Stocke dans $R_{.2}$ par adressage indirect ($R_I = 12{,}3456 > R_{.2}$).
RCL I	**12,3456**	Rappelle le contenu de R_I.

Appuyez sur	Affichage	
RCL (i)	**2,6458**	Rappelle indirectement $R_{.2}$.
f x≷ .2	**2,6458**	Vérification : le contenu de $R_{.2}$ rappelé directement est le même.

Échange avec le registre X

Appuyez sur	Affichage	
f x≷ I	**12,3456**	Échange les contenus de X et R_I.
RCL I	**2,6458**	Contenu actuel de R_I.
f x≷ (i)	**0,0000**	Échange indirect des contenus de X et R_2 ($R_I = 2{,}6458 > R_2$).
RCL (i)	**2,6458**	L'ancien contenu de X est dans R_2.
f x≷ 2	**2,6458**	Vérification : adressage direct de R_2.

Arithmétique dans les registres

Appuyez sur	Affichage	
10 STO + I	**10,0000**	Ajoute 10 dans R_I.
RCL I	**12,6458**	Nouveau contenu de R_I.
g π STO ÷ (i)	**3,1416**	Divise le contenu de $R_{.2}$ ($R_I = 12.6458$) par π.
RCL (i)	**0,8422**	Nouveau contenu de $R_{.2}$.
f x≷ .2	**0,8422**	Vérification : adressage direct de $R_{.2}$.

Contrôle de boucle avec DSE

Vous souvenez-vous du programme du chapitre 8 utilisant une boucle pour calculer une diminution de radioactivité ? (voir page 93). Ce programme utilise un test conditionnel ($x \geq y$?) pour sortir de la boucle lorsque le résultat dépasse 50. Nous connaissons maintenant une autre méthode pour contrôler l'exécution de la boucle : par l'intermédiaire d'un compteur dans une fonction ISG ou DSE.

Nous allons donc ré-écrire le programme pour mettre en pratique cette méthode et nous limiterons l'exécution de la boucle à trois itérations plutôt qu'à une valeur du résultat. Cet exemple utilise DSE avec le nombre de contrôle dans R_2.

$$R_2 : \underbrace{3}_{\text{Valeur initiale du compteur}},\ \underbrace{000}_{\text{Valeur test}}\ \underbrace{01}_{\text{Valeur de l'incrément}}$$

En supposant que le programme initial est encore en mémoire, faites les modifications ci-dessous. Le compteur de boucle se trouve dans R_2 et l'adresse où le pointeur doit se rendre pour chaque nouvelle exécution de la boucle se trouve dans R_I.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	**000–**	Mode programme.
GTO CHS 013	**013–43.30. 9**	Positionnement dans la mémoire.
← ←	**011– 42 31**	Supprime les lignes 013 et 012.
f DSE 2	**012–42. 5. 2**	Ajoute la fonction de contrôle (compteur dans R_2).
GTO I	**013– 22 25**	Branchement pour nouvelle exécution de la boucle (015).

Dans ce programme, lorsque le compteur (stocké dans R_2) atteint zéro, le pointeur saute la ligne 013 et exécute l'instruction RTN de la ligne 014, mettant ainsi fin au programme. Si la valeur du compteur n'a pas encore atteint zéro, l'exécution continue en ligne 013 qui provoque le branchement en ligne 015 pour une nouvelle exécution de la boucle.

Pour exécuter le programme, placez t_1 (jour 1) dans R_0, N_0 (quantité initiale) dans R_1, le compteur dans R_2 et 015 (le numéro de ligne de branchement) dans R_I.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
2 STO 0	**2,0000**	t_1.
100 STO 1	**100,0000**	N_0.
3.00001 STO 2	**3,0000**	Compteur de boucle (cette instruction pourrait être programmée).

Appuyez sur	Affichage	
15 [CHS] [STO] [I]	**–15,0000**	Branchement.
[f] [A]	**2,0000**	Exécution : compteur = 3.
	84,0896	
	5,0000	Compteur = 2.
	64,8420	
	8,0000	Compteur = 1.
	50,0000	
	90,0000	Compteur = 0 ; fin du programme

Contrôle du format d'affichage

Le programme suivant affiche successivement différents formats [FIX]. Une boucle contenant une instruction [DSE] change automatiquement le nombre de chiffres après la virgule.

Appuyez sur	
[g] [P/R]	
[f] CLEAR [PRGM]	
[f] [LBL] [B]	
9	**nnnnn** = 9. Par défaut **xxx** = 0 et **yy** = 1 (**yy** doit être > 0).
[STO] [I]	
[f] [LBL] 0	
[f] [FIX] [I]	
[RCL] [I]	
[f] [PSE]	Affiche valeur actuelle de **nnnnn.**
[f] [DSE] [I]	Décrémente le compteur et le teste. Saute une ligne si **nnnnn** ⩽ **xxx.**
[GTO] 0	Continue la boucle si **nnnnn** > **xxx.**
[g] [TEST] 1 [GTO] 0	Teste si le contenu de X est > 0. La boucle continue lorsque **nnnnn** atteint 0 mais l'affichage est toujours 1,0.
[g] [RTN]	

Exécution pour afficher tous les formats FIX possibles sur le HP-15C.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul.
[f] [B]	9,000000000	
	8,00000000	
	7,0000000	
	6,000000	
	5,00000	
	4,0000	
	3,000	
	2,00	
	1,0	
	0,	Affichage pour [f] [PSE].
	0,	Affichage à la fin du programme.

Informations complémentaires

Contenu du registre index

Trois méthodes permettent d'accéder au contenu du registre index :

- [I] comme toute autre adresse de registre. Le contenu de R_1 peut être manipulé comme celui d'un registre de données : stockage, rappel, échange, opérations arithmétiques, etc.
- [I] comme nombre de contrôle. Utilise la valeur absolue de la partie entière du contenu de R_I pour contrôler indirectement les branchements, les indicateurs et les formats d'affichage. Pour le contrôle de boucle, le calculateur utilise séparément les parties entière et fractionnaire du contenu de R_I*.
- [(i)] pour adresser le contenu d'un autre registre de données. [(i)] utilise le système d'adressage indirect illustré dans les tableaux des pages 107 et 108. Le contenu du registre adressé par [(i)] peut servir de nombre de contrôle de boucle comme décrit précédemment.

* Ceci s'applique aussi à la valeur de tout registre de données utilisé pour le contrôle indirect de boucle.

ISG et DSE

Le nombre de contrôle de boucle doit répondre à certaines spécifications. La partie entière peut avoir au plus cinq chiffres (**nnnnn**) et vaut zéro par défaut.

La partie fractionnaire se compose de deux groupes de chiffres. Les trois premiers chiffres (**xxx**) constituent la valeur test (zéro par défaut). La valeur test cinq, par exemple, doit apparaître comme 005. Lors de l'exécution de ISG ou DSE, le calculateur compare **nnnnn** à **xxx.**

Les deux chiffres suivants de la partie fractionnaire (**yy**) constituent l'incrément ou décrément de l'opération. Cette valeur ne peut pas être *nulle, elle vaut par défaut* **01.** A chaque exécution de l'instruction ISG ou DSE, le calculateur ajoute ou retire **yy** de **nnnnn. yy** et **xxx** sont des valeurs fixes, seul **nnnnn** change lors de l'exécution.

Contrôle indirect de l'affichage

Le registre index vous permet de contrôler le format d'affichage à partir d'un programme. Cette caractéristique s'avère particulièrement utile pour la fonction $\int_y^x$, pour laquelle vous pouvez spécifier la précision en stipulant le nombre de chiffres à afficher après la virgule (voir chapitre 14 du manuel HP-15C des fonctions mathématiques de haut niveau).

Vous devez néanmoins tenir compte de certaines limitations. Une fonction de mise au format n'altère que l'affichage, le calculateur conserve toujours le nombre en notation scientifique avec une mantisse de 10 chiffres et un exposant de dix à deux chiffres.

La partie entière du contenu de R_I indique le nombre de chiffres après la virgule. Toute valeur inférieure à zéro est interprétée comme nulle (pas de décimale en format FIX) et pour toute valeur supérieure à 9, le calculateur affiche 9 chiffres après la virgule en format FIX*.

* Remarquez que dans les formats SCI et ENG, le calculateur ne peut afficher qu'une mantisse de sept chiffres avec un exposant de dix à deux chiffres. Une valeur entre 6 et 9 affectera cependant la décimale sur laquelle l'arrondi aura lieu (voir chapitre 5).

Exception : dans le cas de la fonction $\boxed{\int_y^x}$, le nombre spécifiant le format d'affichage dans R_I peut être compris entre −6 et 9 (voir Annexe E). Une valeur inférieure à zéro n'affecte que la précision et non l'affichage.

Page blanche

Troisième partie

HP-15C
Fonctions mathématiques de haut niveau

Chapitre 11

Calculs avec des nombres complexes

Le HP-15C vous permet d'effectuer des calculs sur des nombres complexes de la forme

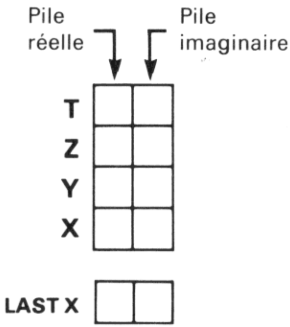
$$a + ib$$

où a est la partie réelle du nombre complexe,
b est la partie imaginaire du nombre complexe et
$i = \sqrt{-1}$.

L'intérêt des calculs sur les nombres complexes avec votre HP-15C est que, une fois les nombres introduits, les opérations sont exécutées de la même façon qu'avec des nombres réels.

La pile et le mode complexes

Les calculs sur les nombres complexes utilisent une "pile complexe" constituée de *deux* piles parallèles de quatre registres et de deux registres LAST X. Une pile, appelée *réelle,* contient les parties réelles des nombres complexes (c'est la pile utilisée pour les calculs ordinaires). L'autre pile, appelée *imaginaire,* contient les parties imaginaires des nombres complexes.



Création de la pile complexe

Lorsque vous placez le calculateur en mode complexe, il convertit automatiquement cinq registres de données en une pile pour la partie imaginaire des nombres complexes (voir annexe C). Cette pile n'existe pas en dehors du mode complexe.

Le mode complexe est activé :

- automatiquement, lors de l'exécution de [f] [I] ou [f] [Re≷Im], ou
- en armant l'indicateur binaire 8.

Lorsque vous activez le mode complexe, le calculateur affiche l'indicateur **C** ; ceci vous avertit que l'indicateur 8 est armé et le mode complexe actif. En mode complexe, *le nombre affiché est la partie* **réelle** *du nombre complexe "X".*

> **Nota :** En mode complexe, le HP-15C exécute *toutes* les fonctions trigonométriques en **radians.** L'indicateur **RAD, GRAD** ou rien (pour les degrés) à l'affichage ne concerne que les fonctions [→R] et [→P] comme expliqué plus loin dans ce chapitre.

Sortie du mode complexe

Le mode complexe utilisant cinq registres de données pour la pile des imaginaires, il est judicieux de désactiver ce mode dès lors que vous ne travaillez qu'avec des nombres réels, de façon à libérer ces cinq registres pour le stockage ou les programmes.

Désarmez l'indicateur 8 ([g] [CF] 8) pour sortir du mode complexe, le calculateur supprime l'indicateur **C** de l'affichage.

Le mode complexe est aussi automatiquement désactivé lorsque vous réinitialisez la mémoire permanente (cf page 63). Dans ce cas, toutes les données stockées dans le calculateur sont perdues.

Introduction des nombres complexes dans la pile

Introduction de nombres complexes

Pour introduire un nombre complexe dans le calculateur :

1. Introduisez la partie réelle à l'affichage.
2. Appuyez sur [ENTER].
3. Introduisez la partie imaginaire à l'affichage.
4. Appuyez sur [f] [I]. (Si le calculateur n'est pas déjà en mode complexe cette séquence crée une pile imaginaire et affiche l'indicateur C.)

Exemple : Additionnez les nombres complexes $2 + 3i$ et $4 + 5i$ (voir diagramme de la pile complexe plus loin).

Appuyez sur	Affichage	
2 [ENTER]	**2,0000**	Introduit la partie réelle du 1er nombre complexe dans le registre Y.
3	**3**	Introduit la partie imaginaire du 1er nombre complexe dans le registre X.
[f] [I]	**2,0000**	Crée la pile des imaginaires, place 3 dans le registre X imaginaire et place le 2 dans le registre X réel.
4 [ENTER]	**4,0000**	Introduit la partie réelle du 2e nombre dans le registre Y.
5	**5**	Introduit la partie imaginaire du 2e nombre dans le registre X.
[f] [I]	**4,0000**	Copie 5 dans le registre X imaginaire, copie 4 dans le registre X réel et fait descendre la pile.
[+]	**6,0000**	Partie réelle de la somme.
[f] [(i)] (maintenue)	**8,0000**	Affiche la partie imaginaire de la somme tant que [(i)] est maintenue.
(relâchée)	**6,0000**	

Les mouvements et modifications des piles réelle et imaginaire sont illustrés ci-après (on suppose que les piles contiennent les résultats des calculs précédents). Remarquez que la pile imaginaire, à droite de la pile réelle, n'est créée que lorsque vous appuyez sur [f] [I].

Notez que les parties ombrées de la pile indiquent les registres dont le contenu sera remplacé lors de l'entrée suivante et que la pile imaginaire est dessinée en pointillés jusqu'au moment où elle est créée.

	Re	Im		Re	Im		Re	Im		Re	Im		Re	Im
T	9			8			7			7			7	0
Z	8			7			6			6			7	0
Y	7			6			2			2			6	0
X	6			2			2			3			2	3
Touches :			2			ENTER			3			f I		

L'exécution de f I fait descendre les contenus des registres de la pile, duplique le contenu de T et copie le contenu du registre X réel dans le registre X imaginaire.

Lors de l'introduction du second nombre complexe, la pile subit les transformations suivantes :

	Re	Im		Re	Im		Re	Im		Re	Im
T	7	0		7	0		6	0		6	0
Z	7	0		6	0		2	3		2	3
Y	6	0		2	3		4	0		4	0
X	2	3		4	0		4	0		5	0
Touches :			4			ENTER			5		

	Re	Im		Re	Im		Re	Im
T	6	0		6	0		6	0
Z	2	3		6	0		6	0
Y	4	0		2	3		6	0
X	5	0		4	5		6	8
Touches :			f I			+		

Une seconde méthode d'introduction des nombres complexes consiste à entrer la partie imaginaire en premier puis à appuyer sur Re≷Im et ←. Cette méthode est illustrée un peu plus loin dans le paragraphe Introduction des nombres complexes avec ←.

Mouvements de la pile en mode complexe

Les mouvements de la pile imaginaire sont identiques à ceux de la pile réelle. *Les mêmes fonctions autorisent et interdisent les mouvements (ou sont neutres) pour les piles réelle et imaginaire en mode complexe ou normal* (voir mouvements de la pile au chapitre 3 et en annexe B).

En outre, *toute fonction non neutre sauf* [←] *et* [CLx] *fait monter dans Y le contenu du registre X imaginaire lors de l'introduction d'un nombre* (le contenu de X imaginaire est alors zéro). Les diagrammes précédents illustrent ce mouvement. Du fait de cette caractéristique, les calculs sur des nombres complexes utilisent la même séquence que les calculs hors du mode complexe*.

Manipulation des piles réelle et imaginaire

Échange de X réel et X imaginaire. La séquence [f] [Re≷Im] échange les contenus des registres X réel et imaginaire. *Elle n'affecte pas* le reste des deux piles. Une *seconde pression de la séquence* remet les nombres dans leur état initial.

La touche [Re≶Im] active le mode complexe s'il ne l'est pas déjà.

Affichage temporaire de X imaginaire. La séquence [f] [(i)] affiche la partie imaginaire du contenu de X tant que vous maintenez la touche [(i)] enfoncée *(sans échanger les contenus des registres X réels et X imaginaire)*. Lorsque vous relâchez [(i)], le calculateur revient à l'affichage initial.

Changement de signe

En mode complexe, la touche [CHS] affecte uniquement le contenu du registre X réel. Ceci vous permet de changer le signe d'une partie du nombre (réelle ou imaginaire) sans affecter l'autre. Pour introduire un nombre complexe dont la partie imaginaire est négative, vous devez en changer le signe lorsque la partie imaginaire est encore dans le registre X réel.

Si vous voulez changer les signes des deux parties d'un nombre complexe *déjà introduit*, vous ne devez pas appuyez simplement sur [CHS] mais :

---

* Sauf pour les fonctions [→P] et [→R] comme expliqué en page 133.

- Multipliez le nombre par −1.
- Si vous ne voulez pas perturber le reste de la pile, appuyez sur [CHS] [f] [Re⪌Im] [CHS] [f] [Re⪌Im].

Pour changer le signe d'une seule partie du nombre complexe :

- Appuyez sur [CHS] pour changer le signe de la partie réelle.
- Appuyez sur [f] [Re⪌Im] [CHS] [f] [Re⪌Im] pour changer le signe de la partie imaginaire uniquement.

Effacement d'un nombre complexe

Vous ne pouvez effacer qu'une partie d'un nombre complexe à la fois mais vous pouvez ensuite ré-écrire sur les deux parties car les touches [←] et [CL*x*] interdisent les mouvements des piles.

Effacement du registre X réel. La touche [←] (ou [g] [CL*x*]) en mode complexe efface le contenu du registre X réel mais pas celui du registre X imaginaire.

Exemple : Remplacez $6+8i$ par $7+8i$ et soustrayez ce nombre du résultat précédent (utilisez [f] [Re⪌Im] ou [f] [(i)] pour afficher temporairement le registre X imaginaire.

	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
T	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
Z	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*	*a*	*b*
Y	6	0	6	0	6	0	*c*	*d*
X	6	8	0	8	7	8	−1	−8
Touches :			[←]		7		[−] (ou autre opérateur)	

Comme l'effacement interdit les mouvements de la pile, le nombre que vous introduisez remplace la valeur effacée. Si vous voulez remplacer la partie réelle par zéro, appuyez sur [ENTER] après l'effacement pour terminer l'introduction (sinon le prochain nombre introduit serait écrit par dessus le zéro). La partie imaginaire reste inchangée et vous pouvez poursuivre les calculs avec une fonction quelconque.

Effacement du registre X imaginaire. Pour effacer le contenu du registre X imaginaire, vous devez exécuter la séquence suivante : [f] [Re≷Im] [←] [f] [Re≷Im]. Si vous voulez remplacer le contenu du registre X imaginaire par une nouvelle valeur, vous pouvez introduire cette dernière juste avant d'appuyer pour la deuxième fois sur [f] [Re≷Im].

Exemple : Remplacez $-1-8i$ par $-1+5i$.

	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
T	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
Z	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*
Y	*e*	*f*	*e*	*f*	*e*	*f*	*e*	*f*	*e*	*f*
X	−1	−8	−8	−1	0	−1	5	−1	−1	5

Touches : [Re≷Im] [←] 5 [Re≷Im]

(Vous pouvez poursuivre par une opération quelconque.)

Effacement des deux parties d'un nombre complexe. Pour effacer ou remplacer les parties réelle *et* imaginaire du contenu de X, appuyez simplement sur [←] pour interdire les mouvements de la pile et entrez le nouveau nombre (entrez deux zéros pour un effacement).

Par contre, lorsque le nouveau nombre est un réel (y compris $0+0i$), vous pouvez effacer (ou remplacer) plus rapidement l'ancien nombre complexe en appuyant sur [R↓] suivi de zéro (ou du nouveau nombre réel qui le remplace).

Exemple : Remplacez $-1+5i$ par $4+7i$.

	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
T	*a*	*b*	*a*	*b*	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*
Z	*c*	*d*	*c*	*d*	*e*	*f*	*e*	*f*	*c*	*d*
Y	*e*	*f*	*e*	*f*	4	5	4	5	*e*	*f*
X	−1	5	0	5	4	5	7	0	4	7

Touches : [←] 4 [ENTER] 7 [f] [I]

(Vous pouvez poursuivre par une fonction quelconque.)

Introduction de nombres complexes avec [←]. Les fonctions [←] et [CLx] associées à [Re≷Im] fournissent une autre méthode d'introduction (et d'effacement) des nombres complexes grâce à laquelle vous pouvez entrer un nombre dans le registre X sans affecter le reste de la pile (parce que [←] et [CLx] interdisent les mouvements de la pile). [Re≷Im] active le mode complexe si ce n'est pas déjà fait.

Exemple : Entrez $9 + 8i$ sans modifier les registres Y, Z et T et calculez son carré.

Appuyez sur	**Affichage**	
([←])	(0,0000)	Invalide le mouvement de la pile à l'introduction du chiffre 8 (opération suivante). N'appuyez pas sur cette touche si vous voulez garder le contenu du registre X (en perdant le contenu du registre T).
8	8	Introduit d'abord la partie imaginaire.
[f] [Re≷Im]	7,0000	Affiche la partie réelle et active le mode complexe.
[←]	0,0000	Interdit les mouvements de la pile (ne monte pas après [Re≷Im]).
9	9	Introduit la partie réelle (introduction non terminée).
[g] [x^2]	17,0000	Partie réelle du carré.
[f] [(i)] (maintenue)	144,0000	Affiche momentanément la partie imaginaire du carré.
(relâchée)	17,0000	Partie réelle (introduction terminée).

	Re	Im		Re	Im		Re	Im		Re	Im
T	*a*	*b*		*a*	*b*		*a*	*b*		*a*	*b*
Z	*c*	*d*		*c*	*d*		*c*	*d*		*c*	*d*
Y	*e*	*f*		*e*	*f*		*e*	*f*		*e*	*f*
X	4	7		0	7		8	7		7	8
Touches :			[←]			8			[f] [Re≷Im]		

	Re	Im	Re	Im	Re	Im	Re	Im
T	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
Z	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*	*c*	*d*
Y	*e*	*f*	*e*	*f*	*e*	*f*	*e*	*f*
X	7	8	0	8	9	8	17	144
Touches :			[←]		9		[g] [x^2]	

Introduction d'un nombre purement réel

Si vous devez introduire un nombre purement réel en mode complexe, frappez simplement ce nombre au clavier (ou rappelez-le) comme si le calculateur n'était pas en mode complexe. Le calculateur place automatiquement zéro dans le registre X imaginaire (à condition que l'opération précédente ne soit pas [←] ni [CLx], voir page 124).

Les mouvements des piles durant cette introduction sont illustrés ci-dessous (on suppose que l'opération précédente n'était ni [←] ni [CLx] et que la pile contient les résultats de l'exemple ci-dessus).

	Re	Im	Re	Im	Re	Im
T	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
Z	*c*	*d*	*e*	*f*	17	144
Y	*e*	*f*	17	144	4	0
X	17	144	4	0	4	0
Touches :			4		([ENTER] suppose qu'un autre nombre doit être entré).	

Introduction d'un nombre purement imaginaire

L'introduction d'un nombre purement imaginaire est presqu'aussi simple que la précédente : frappez ou rappelez le nombre imaginaire et appuyez sur [f] [Re≷Im].

Exemple : Introduisez $0 + 10i$ dans le registre X imaginaire (on suppose que la dernière fonction exécutée n'était ni [←] ni [CLx]).

Appuyez sur	Affichage	
10	**10**	Introduit 10 dans le registre X réel et 0 dans le registre X imaginaire.
[f] [Re≷Im]	**0,0000**	Échange les contenus des registres X réel et imaginaire. Le calculateur affiche zéro pour la partie réelle du nombre (ce qui correspond à un nombre purement imaginaire).

Les mouvements des piles durant cette opération sont illustrés ci-dessous (on suppose que la pile contient les résultats des exemples précédents).

	Re	Im	Re	Im	Re	Im
T	*e*	*f*	*e*	*f*	*e*	*f*
Z	17	144	17	144	17	144
Y	4	0	4	0	4	0
X	4	0	10	0	0	10
Touches :			10		[f] [Re≷Im] (Continuez par l'opération de votre choix).	

Souvenez-vous que [f] [Re≷Im] échange simplement les contenus des *registres X* réel et imaginaire et *non pas* ceux des autres registres de la pile.

Stockage et rappel de nombres complexes

Les fonctions [STO] et [RCL] agissent sur le *registre X réel uniquement ;* vous devez par conséquent stocker et rappeler la partie imaginaire séparément. La séquence de touches nécessaire peut être introduite en tant que partie d'un programme et exécutée automatiquement*.

Pour stocker $a + ib$ des registres complexes X dans les registres R_1 et R_2, vous pouvez utiliser la séquence suivante :

[STO] 1 [f] [Re≷Im] [STO] 2

Vous pouvez faire suivre cette séquence de [f] [Re≷Im] pour remettre la pile dans son état initial.
Pour rappeler $a + ib$ des registres R_1et R_2 dans la pile complexe, vous pouvez utiliser la séquence suivante :

[RCL] 1 [RCL] 2 [f] [I]

Si vous ne voulez pas perturber les autres registres de la pile, vous pouvez utiliser la séquence suivante :

[RCL] 2 [f] [Re≷Im] [←] [RCL] 1.

(En mode programme, utilisez [g] [CLx] au lieu de [←].)

Opérations avec des nombres complexes

Toutes les fonctions mathématiques effectuées sur des *nombres purement réels* donneront le même résultat que ce soit en mode complexe** ou non, *en supposant que le résultat est lui aussi purement réel.* En d'autres termes, le mode complexe ne restreint pas les calculs sur des nombres purement réels.

Toute fonction non mentionnée ci-après ou dans le reste de ce chapitre ignore la pile des imaginaires.

---

* Vous pouvez utiliser les fonctions matricielles du HP-15C, décrites au chapitre 12, pour faciliter le stockage des nombres complexes. En dimensionnant une matrice à $n \times 2$, vous pouvez stocker n nombres complexes dans les rangs de la matrice (cette technique est illustrée dans le chapitre 3 du manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C).

** Les exceptions sont [→P] et [→R], qui opèrent différemment en mode complexe de façon à faciliter la conversion des nombres complexes en forme polaire (page 133).

Fonctions monadiques (sur un nombre)

Les fonctions suivantes opèrent sur les registres X réel et imaginaire et y placent les parties réelle et imaginaire du résultat.

$\boxed{\sqrt{x}}$ $\boxed{x^2}$ [LN] [LOG] $\boxed{1/x}$ $\boxed{10^x}$ $\boxed{e^x}$ [ABS] [→P] [→R] plus toutes les fonctions trigonométriques et hyperboliques*.

La fonction [ABS] calcule le module d'un nombre complexe dans les registres X (racine carrée de la somme des carrés des parties réelle et imaginaire) ; la partie imaginaire du module est égale à zéro.

[→P] effectue les conversions en coordonnées polaires et [→R] en coordonnées rectangulaires comme décrit plus loin (page 133).

Pour les fonctions trigonométriques, le calculateur considère que les contenus des registres X réel et imaginaire sont exprimés en radians, quelle que soit l'unité d'angle courante. Pour évaluer une fonction trigonométrique d'une valeur exprimée en degrés, utilisez la fonction [→RAD] pour convertir cette valeur en radians avant d'exécuter la fonction.

Fonctions diadiques (sur deux nombres)

Les fonctions suivantes opèrent sur les contenus des registres X et Y réel et imaginaire et placent les parties réelle et imaginaire du résultat dans les registres X. Les contenus des deux piles descendent d'un registre, de la même façon que la pile ordinaire "descend" après toute opération sur deux nombres (non complexes).

$\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{y^x}$

Fonctions de manipulation de la pile

Lorsque le calculateur est en mode complexe, les fonctions suivantes manipulent les piles réelle et imaginaire de la même façon qu'elles mani-

* Consultez le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C pour la définition des fonctions trigonométriques complexes et pour plus d'informations sur les calculs en mode complexe.

pulent la pile ordinaire. [$x \gtrless y$] par exemple, échange les contenus des registres X et Y dans les piles réelle et imaginaire.

[$x \gtrless y$] [R↓] [R↑] [ENTER] [LSTx]

Tests conditionnels

En programmation, les quatre tests ci-dessous opèrent sur les nombres complexes : [$x=0$] et [TEST] 0 comparent les contenus des registres X réel et imaginaire à $0 + 0i$; [TEST] 5 et [TEST] 6 comparent les contenus des registres X réel et imaginaire à ceux des registres Y. Tous les autres tests, listés ci-dessous, ignorent la pile des imaginaires.

[$x=0$] [TEST] 0 ($x \neq 0$) [TEST] 5 ($x = y$) [TEST] 6 ($x \neq y$)

Exemple – arithmétique complexe : l'impédance d'un réseau parallèle est donnée par une équation de la forme.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{A}{B}},$$

où A et B sont des nombres complexes. Calculez Z_0 pour $A = 1{,}2 + 4{,}7i$ et $B = 2{,}7 + 3{,}2i$.

Appuyez sur	**Affichage**	
1.2 [ENTER] 4.7 [f] [I]	**1,2000**	Entre A dans les registres X.
2.7 [ENTER] 3.2 [f] [I]	**2,7000**	Entre B dans les registres X et copie A dans les registres Y.
[÷]	**1,0428**	Calcule A/B.
[$\sqrt{x}$]	**1,0491**	Calcule Z_0 et affiche la partie réelle.
[f] [(i)] (maintenue)	**0,2406**	Affiche la partie imaginaire de Z_0 tant que [(i)] est enfoncée.
(relâchée)	**1,0491**	Partie réelle de Z_0.

Résultats complexes à partir de nombres purement réels

Dans les exemples précédents, l'introduction de nombres complexes assurait l'activation automatique du mode complexe. Certains calculs, tel que $\sqrt{-5}$, donnent cependant des résultats complexes à partir de nombres purement réels (hors du mode complexe, ces opérations provoquent l'affichage de **Error 0**). Dans le cas d'un tel calcul, vous devez activer le mode complexe en armant l'indicateur 8 avant d'exécuter la fonction (cette action *ne perturbe pas les contenus de la pile*)*.

Exemple : L'arc sin [SIN⁻¹] de 2,404 est un nombre complexe. Pour ne pas obtenir **Error 0**, vous pouvez le calculer en mode complexe de la façon suivante :

Appuyez sur	Affichage	
[g] [SF] 8		Active le mode complexe.
2.404 [g] [SIN⁻¹]	**1,5708**	La partie réelle de l'arc sin de 2,404.
[f] [(i)] (maintenue)	**– 1,5239**	Partie imaginaire de l'arc sin de 2,404.
(relâchée)	**1,5708**	Affichage de la partie réelle lorsque vous relâchez la touche.

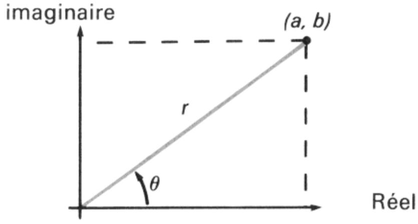
Conversions polaire - rectangulaire

Dans bien des applications, on utilise la représentation polaire (ou de phase) pour les nombres complexes. Le HP-15C, cependant, interprète les nombres complexes dans une représentation rectangulaire. Par conséquent, toute valeur sous forme polaire doit être convertie en forme rectangulaire avant l'exécution d'une fonction en mode complexe.

---

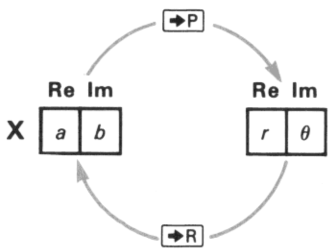
* Deux pressions successives de [f] [Re≷Im] ont le même effet. N'utilisez pas [f] [I] car cette séquence combinerait les contenus des registres X et Y réels en un seul nombre complexe.

$$a + ib = \begin{cases} r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta} & \text{polaire} \\ \\ r\angle\theta & \text{phase} \end{cases}$$



→R et →P servent à convertir les formes rectangulaire et polaire d'un nombre complexe. Elles sont utilisées, *en mode complexe,* de la façon suivante :

f →R	convertit un nombre complexe de forme polaire en forme rectangulaire en remplaçant le module r dans le registre X réel par a et l'argument Θ dans le registre X imaginaire par b.
g →P	convertit un nombre complexe de forme rectangulaire en forme polaire en remplaçant la partie réelle a dans le registre X réel par r et la partie imaginaire b dans le registre X imaginaire par Θ.



Ces deux fonctions sont les seules qui soient affectées en mode complexe par l'unité d'angle courante (l'unité de l'angle Θ introduit ou calculé correspond à l'unité courante définie dans le calculateur).

Exemple : Calculez $2(\cos 65^\circ + i \sin 65^\circ) + 3(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$ et exprimez le résultat sous forme polaire (en représentation de phase, calculez $2 \angle 65^\circ + 3 \angle 40^\circ$).

Appuyez sur	Affichage	
[g] [DEG]		Définit le mode degré pour les conversions polaire → rectangulaire.
2 [ENTER]	**2,0000**	
65 [f] [I]	**2,0000**	Affiche l'indicateur **C** ; active le mode complexe.
[f] [→R]	**0,8452**	Conversion polaire → rectangulaire ; affiche la partie réelle *a*.
3 [ENTER]	**3,0000**	
40 [f] [I]	**3,0000**	
[f] [→R]	**2,2981**	Conversion polaire → rectangulaire ; affiche la partie réelle *a*.
[+]	**3,1434**	
[g] [→P]	**4,8863**	Conversion rectangulaire → polaire ; affiche le module *r*.
[f] [(i)] (maintenue)	**49,9612**	Argument Θ en degrés.
(relâchée)	**4,8863**	

Problèmes

Les différents problèmes ci-dessous illustrent la simplicité des calculs sur les nombres complexes. Une fois les nombres introduits, la plupart des opérations mathématiques fonctionnent comme avec des nombres réels.

1. Évaluez :

$$\frac{2i(-8+6i)^3}{(4-2\sqrt{5}\,i)(2-4\sqrt{5}\,i)}$$

Appuyez sur	Affichage	
2 [f] [Re≷Im]	0,0000	$2i$ (affiche la partie réelle).
8 [CHS] [ENTER]	– 8,0000	
6 [f] [I]	– 8,0000	$-8+6i$.
3 [y^x]	352,0000	$(-8+6i)^3$.
[×]	– 1.872,000	$2i(-8+6i)^3$.
4 [ENTER]	4,000	
5 [$\sqrt{x}$]	2,2361	
2 [CHS] [×]	– 4,4721	$-2\sqrt{5}$.
[f] [I]	4,0000	$4-2\sqrt{5}i$.
[÷]	– 295,4551	$[2i(-8+6i)^3]/(4-2\sqrt{5}i)$.
2 [ENTER] 5 [$\sqrt{x}$]	2,2361	
4 [CHS] [×]	– 8,9443	
[f] [I]	2,0000	$2-4\sqrt{5}i$.
[÷]	9,3982	Partie réelle du résultat
[f] [(i)] (maintenue)	– 35,1344	réponse : $9{,}3982-35{,}1344i$.
(relâchée)	9,3982	

2. Écrivez un programme évaluant la fonction $\omega = \dfrac{2z+1}{5z+3}$ pour différentes valeurs de z (ω représente une transformation linéaire fractionnaire, catégorie de cartographie conforme). Calculez $z = 1 + 2i$. Veillez à entrer deux fois z car il doit être utilisé au numérateur et au dénominateur.

   Réponse : $0{,}3902 + 0{,}0122i$. Une des séquences de touches possible : [f] [LBL] [A] [ENTER] [ENTER] 2 [×] 1 [+] [$x \gtrless y$] 5 [×] 3 [+] [÷] [R/S] [f] [Re≷Im] [g] [RTN].

3. Essayez maintenant un calcul sur un polynôme complexe en reprenant l'exemple de la page 80, pour évaluer $P(z) = 5z^4 + 2z^3$, où z est un nombre complexe.

   Chargez $z = 7 + 0i$ et vérifiez que vous obtenez le même résultat.

   Réponse : $12.691{,}0000 + 0{,}0000i$.

   Exécutez le programme pour $z = 1 + i$.

   Réponse : $-24{,}0000 + 4{,}0000i$.

Informations complémentaires

Le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C donne de plus amples informations sur l'utilisation des nombres complexes avec les fonctions du HP-15C et en présente des applications. Sujets couverts :

- Précision des calculs.
- Principales branches des fonctions multi-valeur.
- Intégrales complexes.
- Potentiels complexes.
- Stockage et rappel de nombres complexes avec une matrice.
- Calcul des *n*ièmes racines d'un nombre complexe.
- Recherche des racines complexes d'une équation.
- Utilisation de [SOLVE] et [$\int_y^x$] en mode complexe.

Chapitre 12

Calcul matriciel

Le HP-15C permet d'effectuer avec simplicité de nombreux calculs matriciels. Il peut travailler avec un maximum de cinq matrices baptisées **A, B, C, D** et **E,** chacune d'entre elles correspondant à l'une des touches $\boxed{\text{A}}$ à $\boxed{\text{E}}$. Vous pouvez dimensionner une matrice, stocker et rappeler ses éléments et effectuer des opérations avec des nombres réels ou complexes. Vous trouverez un résumé des fonctions matricielles à la fin de ce chapitre.

Une application courante des matrices est la résolution de systèmes d'équations. Considérons par exemple le système suivant :

$$3{,}8x_1 + 7{,}2x_2 = \quad 16{,}5$$

$$1{,}3x_1 - 0{,}9x_2 = -\ 22{,}1$$

pour lequel vous devez déterminer x_1 et x_2.

Ces équations peuvent être exprimées sous forme matricielle **AX** = **B** où :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3{,}8 & 7{,}2 \\ 1{,}3 & -0{,}9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \textbf{et } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 16{,}5 \\ -22{,}1 \end{bmatrix}.$$

La séquence de pressions de touches suivante montre combien il est facile de résoudre ce problème avec votre HP-15C.

Vous devez tout d'abord dimensionner les deux matrices connues **A** et **B** et introduire les valeurs de leurs éléments, de gauche à droite et du premier au dernier rang. Vous devez en outre désigner la matrice (**C**) comme matrice résultat (**C** = **X**).

Appuyez sur	Affichage	
[g] [CF] 8		Désactive le mode complexe.
2 [ENTER] [f] [DIM] [A]	**2,0000**	Dimensionne **A** comme matrice 2 × 2.
[f] [MATRIX] 1	**2,0000**	Prépare le HP-15C pour l'entrée automatique des valeurs.
[f] [USER]	**2,0000**	Mode **USER.**
3.8 [STO] [A]	**A 1.1**	Matrice **A** position 1,1 (cet affichage dure tant que vous maintenez [A] enfoncée).
	3,8000	Stocke a_{11}.
7.2 [STO] [A]	**7,2000**	Stocke a_{12}.
1.3 [STO] [A]	**1,3000**	Stocke a_{21}.
.9 [CHS] [STO] [A]	**– 0,9000**	Stocke a_{22}.
2 [ENTER] 1 [f] [DIM] [B]	**1,0000**	Dimensionne **B** comme matrice 2 × 1.
16.5 [STO] [B]	**16,5000**	Stocke b_{11}.
22.1 [CHS] [STO] [B]	**– 22,1000**	Stocke b_{21}.
[f] [RESULT] [C]	**– 22,1000**	Désigne **C** comme matrice résultat.

En utilisant la notation matricielle, la solution de ce système est :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

où $\mathbf{A}^{-1}$ est l'inverse de la matrice **A.** Vous pouvez effectuer cette opération en introduisant les "labels" des matrices **B** et **A** dans les registres Y et X et en appuyant sur [÷] (un label indique le nom et la dimension d'une matrice).

Remarquez que si **A** et **B** étaient des nombres, vous calculeriez la solution de la même façon.

Appuyez sur	Affichage	Description
RCL MATRIX B	b 2 1	Introduit le label de **B** (matrice constante 2 × 1) dans X).
RCL MATRIX A	A 2 2	Introduit le label de **A** (matrice 2 × 2) dans **X** et copie le label de **B** dans Y.
÷	running C 2 1	Affichage temporaire. Calcule A^{-1} et stocke le résultat dans **C**, une matrice 2 × 1.

Rappelez maintenant les éléments de la matrice **C** puis sortez du mode **USER** et effacez toutes les matrices.

Appuyez sur	Affichage	Description
RCL C	C 1.1	Matrice **C**, position 1,1.
	– 11,2887	Valeur de c_{11} (x_1).
RCL C	8,2496	Valeur de c_{21} (x_2).
f USER	8,2496	Sort du mode USER.
f MATRIX 0	8,2496	Efface toutes les matrices

La solution du système d'équations est $x_1 = -11{,}2887$ et $x_2 = 8{,}2496$.

> **Remarque :** La présentation des calculs matriciels de ce chapitre suppose que vous connaissez déjà la théorie des matrices.

Dimensions de matrices

La mémoire peut contenir 64 éléments de matrice en une seule matrice ou répartis entre les cinq matrices. Une inversion matricielle est donc limitée à des matrices réelles 8×8 ou à des matrices complexes 4×4*.

Pour économiser la mémoire, toutes les matrices sont initialisées à 0×0. Lors du dimensionnement, le calculateur leur affecte le nombre de registres nécessaires. Si vous voulez utiliser de grandes matrices (ou effectuer certaines opérations), il sera peut-être nécessaire de reconfigurer la mémoire. L'annexe C décrit l'organisation de la mémoire, indique comment déterminer le nombre de registres disponibles et comment modifier cette valeur.

Dimensionnement de matrice

Pour dimensionner une matrice de y rangs et x colonnes :

1. Introduire le nombre de rangs (y) à l'affichage et appuyez sur $\boxed{\text{ENTER}}$ pour le placer dans le registre Y.
2. Introduire le nombre de colonnes (x) dans le registre X.
3. Appuyer sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{DIM}}$ suivi d'une lettre (touche $\boxed{\text{A}}$ à $\boxed{\text{E}}$ pour spécifier le nom de la matrice.†

Y	nombre de rangs
X	nombre de colonnes

---

* Les fonctions matricielles décrites dans ce chapitre opèrent sur les nombres réels uniquement. En mode complexe, les opérations matricielles ignorent la pile des imaginaires. Le HP-15C dispose cependant de quatre fonctions vous permettant d'effectuer des calculs sur les *représentations* réelles de matrices complexes (voir page 160-173).

† Il n'est pas nécessaire d'appuyer sur $\boxed{\text{f}}$ avant la lettre. Voir séquences abrégées page 78.

Exemple : Dimensionnez une matrice **A** comme matrice 2 × 3.

Appuyez sur	Affichage	
2 [ENTER]	**2,0000**	Nombre de rangs dans Y.
3	**3**	Nombre de colonnes dans X.
[f] [DIM] [A]	**3,0000**	Dimensionne la matrice **A**.

Affichage de la dimension d'une matrice

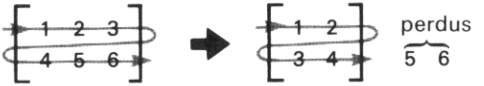
Le HP-15C offre deux méthodes pour afficher les dimensions d'une matrice :

- Appuyez sur [RCL] [DIM] suivi de la lettre identifiant la matrice. Le calculateur place le nombre de rangs dans le registre Y et le nombre de colonnes dans le registre X.
- Appuyez sur [RCL] [MATRIX] suivi de la lettre identifiant la matrice. Le calculateur affiche le nom de la matrice à gauche et les nombres de rangs et de colonnes à droite.

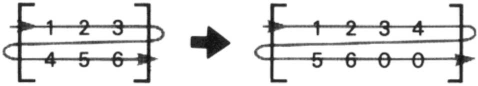
Appuyez sur	Affichage	
[RCL] [DIM] [A]	**3,0000**	Nombre de colonnes de **A**.
[$x \gtrless y$]	**2,0000**	Nombre de rangs de **A**.
[RCL] [MATRIX] [B]	**b 0 0**	La matrice **B** a 0 rang et 0 colonne car elle n'a pas été dimensionnée.

Changement de dimension

Les valeurs des éléments de matrice sont stockées en mémoire, pris de gauche à droite et de haut en bas. Si vous redimensionnez une matrice à une taille inférieure, les valeurs sont réaffectées dans l'ordre décrit ci-dessus et les valeurs supplémentaires sont perdues. Si vous redimensionnez une matrice 2 × 3 en une matrice 2 × 2 par exemple :



Si vous redimensionnez une matrice à une taille supérieure, les éléments supplémentaires ont pour valeur zéro. Si vous redimensionnez une matrice 2×3 en une matrice 2×4 par exemple :



A la fin de calculs sur des matrices, il est judicieux de les redimensionner toutes à 0×0 de façon à libérer les registres pour des données, des programmes ou d'autres fonctions. Pour cela appuyez sur [f] [MATRIX] 0 (vous dimensionnez une matrice à 0×0 en appuyant sur 0 [f] [DIM] suivi d'une lettre [A] à [E]).

Stockage et rappel d'éléments de matrice

Le HP-15C offre deux méthodes pour l'accès aux éléments d'une matrice : la première vous permet d'accéder séquentiellement à tous les éléments et la seconde d'accéder à chaque élément individuellement.

Stockage et rappel séquentiels de tous les éléments

Le HP-15C utilise normalement les registres R_0 et R_1 pour spécifier le rang et la colonne d'un élément de matrice. En mode USER, le calculateur incrémente *automatiquement* les numéros de rang et de colonne lors du rappel ou du stockage des éléments de gauche à droite et de haut en bas.

Appuyez sur [f] [MATRIX] 1 pour initialiser les numéros de rang et de colonne à 1 dans les registres R_0 et R_1. L'incrémentation des numéros de rang et de colonne suit le dimensionnement courant de la matrice.

Pour stocker ou rappeler séquentiellement les éléments d'une matrice :

1. Vérifiez que la matrice est correctement dimensionnée.
2. Appuyez sur [f] [MATRIX] 1 pour initialiser les numéros de rang et de colonne à 1 (stockage de la valeur 1 dans les registres R_0 et R_1).
3. Appuyez sur [f] [USER] pour placer le calculateur en mode USER de façon qu'il incrémente automatiquement les numéros de rang et de colonne (voir exemple ci-après).
4. Pour le stockage, placez la valeur du premier élément dans X (position 1,1).
5. Appuyez sur [STO] ou [RCL] suivi du nom (lettre) de la matrice.
6. Répétez les deux opérations précédentes pour chaque élément de la matrice. Le calculateur incrémente les numéros de rang et de colonne conformément aux dimensions de la matrice.

Si vous maintenez la touche de la lettre enfoncée après [STO] ou [RCL], le calculateur affiche le nom de la matrice suivi de la position rang-colonne de l'élément. Si vous maintenez la pression pendant plus de trois secondes, la valeur n'est pas stockée et le calculateur affiche le mot **null.** Lorsque vous relâchez la touche, le calculateur affiche à nouveau la valeur de l'élément (les contenus de la pile opérationnelle ne sont pas modifiés).

Après l'accès au dernier élément de la matrice, le calculateur retourne automatiquement au premier (rang 1, colonne 1).

Exemple : Stockez les valeurs ci-dessous dans la matrice **A** dimensionnée précédemment (vérifiez que A est bien une matrice 2 × 3).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Appuyez sur	Affichage	
f MATRIX 1		Initialise à 1 les numéros de rang et de colonne dans R_0 et R_1. (Résultat antérieur à l'affichage).
f USER		Active le mode USER.
1 STO A	A 1.1	Rang 1, colonne 1 de **A**. Affichage provisoire avec touche A enfoncée).
	1,0000	Valeur de a_{11}.
2 STO A	2,0000	Valeur de a_{12}.
3 STO A	3,0000	Valeur de a_{13}.
4 STO A	4,0000	Valeur de a_{21}.
5 STO A	5,0000	Valeur de a_{22}.
6 STO A	6,0000	Valeur de a_{23}.
RCL A	A 1.1	Rappelle l'élément de rang 1, colonne 1 (R_0 et R_1 ont été ré-initialisés auparavant).
	1,0000	Valeur de a_{11}.
RCL A	2,0000	Valeur de a_{12}.
RCL A	3,0000	Valeur de a_{13}.
RCL A	4,0000	Valeur de a_{21}.
RCL A	5,0000	Valeur de a_{22}.
RCL A	6,0000	Valeur de a_{23}.
f USER	6,0000	Désactive le mode USER.

Accès à un seul élément

Le HP-15C dispose de deux méthodes pour rappeler ou stocker la valeur d'un élément d'une matrice. La première utilise les registres R_0 et R_1 d'une façon similaire à la précédente (sauf que vous n'utilisez pas le mode USER pour ne pas avoir l'incrémentation automatique des numéros de rang et de colonne) et la seconde utilise les registres de la pile pour définir les numéros de rang et de colonne.

Accès par R_0 et R_1. Pour accéder à un élément quelconque d'une matrice, placez le numéro du rang dans R_0 et celui de la colonne dans R_1 (ces numéros ne seront pas incrémentés si le HP-15C n'est pas en mode USER).

- Pour rappeler la valeur de l'élément, appuyez sur [RCL] suivi du nom de la matrice.
- Pour stocker une valeur d'élément, placez cette valeur dans le registre X et appuyez sur [STO] suivi du nom de la matrice.

Exemple : Stockez la valeur 9 dans l'élément 2,3 de A.

Appuyez sur	Affichage	
2 [STO] 0	**2,0000**	Stocke le rang de R_0.
3 [STO] 1	**3,0000**	Stocke la colonne dans R_1.
9	**9**	Place le nouvel élément dans X.
[STO] [A]	**A 2.3**	Rang 2, colonne 3 de **A**.
	9,0000	Valeur de a_{23}.

Accès par les registres de la pile. Vous pouvez utiliser les registres de la pile pour définir un élément de matrice (vous n'avez pas ainsi à modifier les contenus de R_0 et R_1).

- Pour rappeler une valeur d'élément, entrez en ordre les numéros de rang et de colonne (dans cet ordre) et appuyez sur [RCL] [g] suivi du nom de la matrice. Le calculateur place la valeur de l'élément dans le registre X (les numéros de rang et de colonne sont perdus).
- Pour stocker une valeur d'élément, introduisez (dans l'ordre) la valeur puis les numéros de rang et de colonne et appuyez sur [STO] [g] suivi du nom de la matrice (les numéros de rang et de colonne sont perdus, la valeur est placée dans le registre X).

Remarque : Cette opération est la seule où la touche bleue [g] précède une touche alphabétique jaune.

Exemple : Rappelez la valeur de l'élément 2,1 de la matrice **A** précédente en utilisant les registres de la pile.

Appuyez sur	Affichage	
2 [ENTER] 1	**1**	Rang dans le registre X et colonne dans le registre Y.
[RCL] [g] [A]	**4,0000**	Valeur de a_{21}.

Stockage d'une valeur dans tous les éléments

Pour stocker la même valeur dans tous les éléments d'une matrice, appuyez sur [STO] [MATRIX] suivi de la lettre identifiant la matrice. Cette opération s'avère particulièrement utile dans le cas d'une matrice dont de nombreux éléments sont identiques.

Opérations sur les matrices

Les opérations matricielles sont similaires aux opérations sur des nombres. Les calculs numériques vous demandent de spécifier les nombres à utiliser et bien souvent vous devez définir un registre pour stocker le résultat. De la même façon, les calculs matriciels vous demandent de spécifier une ou deux matrices. Pour cela vous devez utiliser des *"labels"* de matrice. Dans de nombreux calculs, vous devez en outre spécifier la matrice qui doit recevoir le résultat du calcul.

Ces opérations étant souvent longues, le calculateur affiche le mot **running** pendant leur exécution.

Label de matrice

Au début de ce chapitre, nous avons vu que la séquence [RCL] [MATRIX] suivie de la lettre identifiant une matrice affiche le nom de la matrice avec ses nombres de rangs et de colonnes. Cette information est appelée *label* de la matrice et peut être déplacée dans la pile et dans les registres comme un nombre avec [STO], [RCL], [ENTER], etc. Le label sert à spécifier une matrice préalablement à une opération. Lorsque le calculateur affiche un label de matrice, il affiche aussi la *dimension* de cette dernière.

Les opérations de matrices présentées dans ce chapitre utilisent les matrices dont les labels sont dans les registres X et (pour certaines opérations) Y.

Les opérations sur deux matrices (calcul de déterminant et résolution d'équation matricielle **AX** = **B**) demandent le calcul d'une décomposition LU (ou factorisation LU) de la matrice spécifiée dans le registre X*. Après décomposition, une matrice est identifiée à l'affichage par deux tirets à la suite de son nom dans le label.

Matrice résultat

Pour la plupart des opérations présentées dans ce chapitre, vous devez spécifier la matrice dans laquelle sera stocké le résultat du calcul.

D'autres opérations matricielles *n'utilisent pas* et n'affectent pas la *matrice résultat* (ceci sera indiqué au cours de la présentation de chaque opération). Une telle opération remplace la matrice d'origine par le résultat (si le résultat est une matrice, tel que pour une transposée) ou place le résultat dans le registre X (si le résultat est un nombre, tel que pour le calcul d'une norme de rang).

Avant tout calcul nécessitant une matrice résultat, vous définissez cette dernière en appuyant sur [f] [RESULT] suivi du nom de la matrice (si le label de la matrice résultat est déjà dans le registre X, il suffit d'appuyer sur [STO] [RESULT]). La matrice ainsi définie reste matrice résultat jusqu'à ce que vous en définissiez une autre†. Pour afficher le label de la matrice résultat, appuyez sur [RCL] [RESULT].

Lorsque vous effectuez une opération affectant la matrice résultat, cette dernière est automatiquement redimensionnée à la taille adéquate. Si ce redimensionnement demande plus d'éléments supplémentaires qu'il n'y en a de disponibles dans la mémoire de matrices (64 *au plus* pour les cinq matrices), le calcul n'est pas effectué. Vous pouvez éviter ce blocage

---

* La décomposition LU d'une matrice **A** est une autre matrice dans laquelle est encodée une matrice triangulaire-inférieure, **L** et une matrice triangulaire-supérieure, **U**, dont le produit LU est égal à la matrice **A** (avec dans certains cas des rangs intervertis). Vous trouverez une description détaillée des décompositions LU dans le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C.

† La matrice **A** est *automatiquement* désignée comme matrice résultat lors d'une re-initialisation de la mémoire permanente.

en définissant une des matrices opérandes comme matrice résultat. Souvenez-vous cependant que pour certaines opérations, la matrice résultat ne peut *pas* être une des matrices opérandes. Cette restriction est indiquée dans la description des opérations concernées.

Lorsqu'une touche d'opération matricielle stockant un résultat dans la matrice résultat est maintenue enfoncée, le HP-15C affiche le label de la matrice résultat. Si vous relâchez la touche avant trois secondes, le calculateur exécute l'opération, fait descendre la pile (si l'opération implique les registres X et Y) et place le label de la matrice résultat dans le registre X. Si vous maintenez la touche plus longtemps, le calculateur n'exécute pas l'opération et affiche le mot **null.**

Copie de matrice

Pour copier les éléments d'une matrice dans les éléments correspondants d'une autre matrice :

1. Appuyez sur [RCL] [MATRIX] suivi du nom de la matrice à copier pour placer le label de cette matrice dans le registre X.

2. Appuyez sur [STO] [MATRIX] suivi du nom de la matrice dans laquelle les valeurs doivent être copiées.

Si les deux matrices n'ont pas les mêmes dimensions, la deuxième est redimensionnée comme la première (il n'est pas nécessaire que la deuxième matrice soit dimensionnée à l'origine).

Exemple : Copiez la matrice **A** dans la matrice **B.**

Appuyez sur	Affichage	
[RCL] [MATRIX] [A]	**A 2 3**	Affiche le label de la matrice à copier.
[STO] [MATRIX] [B]	**A 2 3**	Redimensionne **B** et y copie **A**.
[RCL] [MATRIX] [B]	**b 2 3**	Affiche le nouveau label de la matrice **B.**

Opérations sur une matrice

Le tableau suivant montre les opérations n'utilisant que la matrice spécifiée par le contenu de X. Les opérations entre une matrice et un nombre sont décrites sous le titre “opérations scalaires” plus loin dans ce chapitre (page 151).

Appuyez sur	Résultat dans X	Effet sur la matrice spécifiée dans X	Effet sur la matrice résultat
CHS	Pas de changement	Change le signe de tous les éléments	Aucun ††
1/x	Label de la matrice résultat	Aucun ††	Inverse de la matrice spécifiée**
f MATRIX 4	Pas de changement	Remplace par transposée	Aucun ††
f MATRIX 7	Norme rang de la matrice spécifiée*	Aucun	Aucun
f MATRIX 8	Norme Frobenius ou Euclide de la matrice spécifiée †	Aucun	Aucun
f MATRIX 9	Déterminant de la matrice spécifiée	Aucun ††	Décompos. LU de la matrice spécifiée**

* La norme de rang est la plus grande somme de rang des valeurs absolues des éléments de la matrice spécifiée.

† La norme Frobenius ou Euclide est la racine carrée de la somme des carrés des valeurs des éléments de la matrice spécifiée.

†† Sauf si la matrice résultat est la matrice spécifiée par X.

** Si la matrice spécifiée est singulière (si elle n'a pas d'inverse), HP-15C modifie la forme LU d'une quantité généralement négligeable par rapport aux erreurs d'arrondi. Pour 1/x, l'inverse calculé est l'inverse d'une matrice proche de la matrice singulière d'origine (consultez le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau pour plus d'informations).

Exemple : Calculez la transposée de la matrice **B** définie dans l'exemple précédent.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \end{bmatrix}.$$

Appuyez sur	**Affichage**			
RCL MATRIX B	**b**	**2**	**3**	Label de **B** matrice 2 × 3.
f MATRIX **4**	**b**	**3**	**2**	Label de la matrice transposée.

La matrice **B** que vous pouvez afficher avec RCL B en mode USER est :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Opérations scalaires

Ces opérations effectuent un calcul entre un scalaire (c'est-à-dire un nombre) et chaque élément d'une matrice. Vous devez placer le scalaire et le label de la matrice dans les registres X et Y (leurs positions respectives influeront sur le résultat des opérations − et ÷). Les valeurs calculées sont stockées dans les éléments correspondants de la matrice résultat.

Les opérations possibles sont illustrées dans le tableau ci-dessous :

Opération	Eléments de la matrice résultat*	
	Matrice dans Y Scalaire dans X	**Scalaire dans Y Matrice dans X**
+	Ajoute le scalaire à chaque élément.	
×	Multiplie chaque élément par le scalaire.	
−	Soustrait le scalaire de chaque élément.	Soustrait chaque élément du scalaire.
÷	Divise chaque élément par le scalaire.	Calcule l'inverse de la matrice et multiplie chaque élément par le scalaire.

* La matrice résultat peut être celle sur laquelle l'opération est effectuée.

Exemple : Calculez la matrice **B** = **2A,** puis soustrayez 1 de chaque élément

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \end{bmatrix}.$$

Appuyez sur	**Affichage**	
f RESULT B		Définit **B** comme matrice résultat.
RCL MATRIX A	**A 2 3**	Label de la matrice **A.**
2 ×	**b 2 3**	Redimensionne **B** comme **A,** multiplie **A** par 2, stocke les valeurs calculées dans **B** et affiche le label de **B.**

Appuyez sur	Affichage	
1 [−]	b 2 3	Soustrait 1 des éléments de **B** et stocke les résultats dans les mêmes éléments de **B.**

Le résultat que vous pouvez afficher par [RCL] [B] en mode USER est :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 17 \end{bmatrix}.$$

Opérations arithmétiques

Les touches [+] et [−] calculent la somme et la différence des matrices dont les labels sont dans les registres X et Y.

La touche	Calcule*
[+]	**Y + X**
[−]	**Y − X**

* Le résultat peut être stocké dans la matrice de X ou de Y.

Exemple : Calculez **C** = **B** − **A** où **A** et **B** sont les matrices définies dans les exemples précédents.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 17 \end{bmatrix}.$$

Appuyez sur	Affichage	
[f] [RESULT] [C]		Définit **C** comme matrice résultat.
[RCL] [MATRIX] [B]	b 2 3	Rappelle le label de **B** (s'il n'est pas déjà dans X).
[RCL] [MATRIX] [A]	A 2 3	Rappelle le label de **A** dans X et copie celui de **B** dans Y.

Appuyez sur	Affichage	
$\boxed{-}$	C 2 3	Calcule **B** − **A** et stocke le résultat dans la matrice résultat **C** redimensionnée.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Multiplication de matrices

Le HP-15C permet de calculer trois produits matriciels différents, à partir des matrices identifiées dans les registres X et Y. Le tableau ci-dessous montre les résultats de ces trois fonctions si la matrice X est dans le registre X et Y dans le registre Y. X^{-1} est l'inverse de X et Y^T est la transposée de Y.

La touche	Calcule*
$\boxed{\times}$	$\mathbf{YX}$
$\boxed{f}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 5	$\mathbf{Y}^T\mathbf{Y}$
$\boxed{\div}$	$\mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y}$

* La matrice résultat ne doit pas être X ou Y et ne peut être Y que pour $\boxed{\div}$.

> **Remarque :** Lorsque vous utilisez la fonction $\boxed{\div}$ pour évaluer l'expression $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$, vous devez entrer les labels des matrices dans l'ordre **B**, **A*** et non pas dans l'ordre dans lequel elles figurent dans l'expression.

La valeur stockée dans chaque élément de la matrice résultat est déterminée conformément aux conventions de multiplication matricielle.

Pour $\boxed{\text{MATRIX}}$ 5, la matrice spécifiée dans Y n'est pas modifiée bien que l'opération utilise sa transposée. Le résultat est identique à celui de $\boxed{\text{MATRIX}}$ 4 (transposée) suivie de $\boxed{\times}$.

* Ceci est l'ordre que vous utiliseriez si vous entriez b et a pour évaluer $a^{-1}b = b/a$.

Pour [÷], la matrice spécifiée dans Y est remplacée par sa décomposition LU. La fonction [÷] calcule $X^{-1}Y$ en utilisant une méthode plus directe que [1/x] suivi de [×] et donne un résultat plus rapide et plus précis.

Exemple : En utilisant les matrices **A** et **B** précédentes, calculez $\mathbf{C} = \mathbf{A}^T\mathbf{B}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 17 \end{bmatrix}$$

Appuyez sur	Affichage			
[RCL] [MATRIX] [A]	A	2	3	Rappelle le label de **A** dans X.
[RCL] [MATRIX] [B]	b	2	3	Rappelle le label de **B** dans X et copie celui de A dans Y.
[f] [RESULT] [C]	b	2	3	Définit **C** comme matrice résultat.
[f] [MATRIX] 5	C	3	3	Calcule $\mathbf{A}^T\mathbf{B}$ et stocke le résultat dans **C** redimensionnée à 3 × 3.

La matrice résultat **C** est :

$$C = \begin{bmatrix} 29 & 39 & 73 \\ 37 & 51 & 95 \\ 66 & 90 & 168 \end{bmatrix}$$

Résolution de l'équation $AX = B$

La fonction [÷] facilite la résolution des équations matricielles de la forme $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ où $\mathbf{A}$ est la matrice coefficient, $\mathbf{B}$ la matrice constante et $\mathbf{X}$ la matrice solution. Le label de $\mathbf{B}$ doit se trouver dans le registre Y et celui de $\mathbf{A}$ dans le registre de X. La touche [÷] calcule alors la solution $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$*.

Y	matrice constante
X	matrice coefficient

Souvenez-vous que la fonction [÷] remplace la matrice coefficient par sa décomposition LU et que celle-ci ne peut pas être définie comme matrice résultat. En outre, la fonction [÷] donne un résultat plus rapide et plus précis que [1/x] suivi de [×].

Nous avons calculé, au début de ce chapitre, la solution d'un système d'équations linéaires dans lequel la matrice constante et la matrice solution ne comportaient qu'une seule colonne. L'exemple suivant illustre l'utilisation du HP-15C pour calculer des solutions d'équations ayant plusieurs ensembles de constantes (matrice constante et matrice solution ayant plusieurs colonnes).

Exemple : En faisant ses comptes pour ses trois dernières livraisons de légumes, un agriculteur obtient les résultats suivants.

* Si $\mathbf{A}$ est une matrice *singulière* (si elle n'a pas d'inverse), le HP-15C modifie la forme LU de $\mathbf{A}$ d'une quantité généralement négligeable par rapport aux erreurs d'arrondi. La solution calculée correspond à une matrice coefficient non-singulière proche de la matrice d'origine.

	Semaine		
	1	**2**	**3**
Poids total (kg)	274	233	331
Valeur totale (FF)	601,60	564,80	756,80

Sachant qu'il vend ses choux-fleurs à 1,20 F le kilo et ses artichauts à 4,30 F le kilo, utilisez les opérations matricielles pour déterminer les quantités de choux-fleurs et d'artichauts livrées chaque semaine.

Solution : Les livraisons de chaque semaine constituent deux équations linéaires (l'une pour le poids et l'autre pour la valeur) avec deux inconnues (les poids de choux-fleurs et d'artichauts). Vous pouvez traiter simultanément les trois semaines en utilisant une équation matricielle.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1{,}20 & 4{,}30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 274 & 233 & 331 \\ 601{,}60 & 564{,}80 & 756{,}80 \end{bmatrix}$$

ou $$\mathbf{AD} = \mathbf{B}$$

où le premier rang de la matrice **D** représente les poids de choux-fleurs pour les trois semaines et le second rang, les poids d'artichauts.

Appuyez sur	**Affichage**	
2 [ENTER] [f] [DIM] [A]	**2,0000**	Dimensionne **A** à 2 × 2.
[f] [MATRIX] 1	**2,0000**	Initialise les numéros de rang et de colonne à 1 dans R_0 et R_1.
[f] [USER]	**2,0000**	Active le mode USER.
1 [STO] [A]	**1,0000**	Stocke a_{11}.
[STO] [A]	**1,0000**	Stocke a_{12}.
1.2 [STO] [A]	**1,2000**	Stocke a_{21}.
4.3 [STO] [A]	**4,300**	Stocke a_{22}.
2 [ENTER] 3 [f] [DIM] [B]	**3,0000**	Dimensionne **B** à 2 × 3.

Appuyez sur	Affichage	
274 [STO] [B]	**274,0000**	Stocke b_{11}*.
233 [STO] [B]	**233,0000**	Stocke b_{12}.
331 [STO] [B]	**331,0000**	Stocke b_{13}.
601.6 [STO] [B]	**601,6000**	Stocke b_{21}.
564.8 [STO] [B]	**564,8000**	Stocke b_{22}.
756.8 [STO] [B]	**756,8000**	Stocke b_{23}.
[f] [RESULT] [D]	**756,8000**	Désigne **D** comme matrice résultat.
[RCL] [MATRIX] [B]	**b 2 3**	Rappelle le label de la matrice constante.
[RCL] [MATRIX] [A]	**A 2 2**	Rappelle le label de la matrice coefficient dans X et place celui de la matrice constante dans Y.
[÷]	**d 2 3**	Calcule $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ et stocke le résultat dans **D**.
[RCL] [D]	**186,0000**	Rappelle $\mathbf{d}_{11}$, poids de choux-fleurs pour la première semaine.
[RCL] [D]	**141,0000**	Rappelle $\mathbf{d}_{12}$, poids de choux-fleurs pour la deuxième semaine.
[RCL] [D]	**215,0000**	Rappelle d_{13}.
[RCL] [D]	**88,0000**	Rappelle d_{21}.
[RCL] [D]	**92,0000**	Rappelle d_{22}.
[RCL] [D]	**116,0000**	Rappelle d_{23}.
[f] [USER]	**116,0000**	Désactive le mode USER.

* Remarquez qu'il n'était pas nécessaire d'appuyer sur [f] [MATRIX] 1 avant de commencer à stocker les éléments de la matrice **B** car après le stockage du dernier élément de **A**, le calculateur remet automatiquement à 1 les contenus des registres R_0 et R_1.

Les livraisons de l'agriculteur étaient donc :

	Semaine		
	1	2	3
Choux-fleurs	186	141	215
Artichauts	88	92	116

Calcul de la matrice résiduelle

Le HP-15C vous permet de calculer aisément la matrice résiduelle,

$$\text{Résiduelle} = \mathbf{R} - \mathbf{YX}$$

où **R** est la matrice résultat et **X** et **Y** les matrices spécifiées dans les registres X et Y.

Cette caractéristique est utile, par exemple, dans les itérations permettant d'affiner la solution d'un système d'équations pour des régressions linéaires. Si **C** est une solution de **AX** = **B** alors **B** − **AC** indique combien cette solution satisfait l'équation (consultez le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C pour plus d'informations à ce sujet).

La fonction résiduelle ([MATRIX] 6) utilise le contenu de la matrice résultat et des matrices spécifiées dans X et Y pour calculer la résiduelle définie ci-dessus. Cette résiduelle est alors stockée dans la matrice résultat, à la place de la matrice résultat initiale. Une matrice spécifiée dans les registres X ou Y ne peut pas être matrice résultat.

La fonction [MATRIX] 6 donne un résultat plus précis que [×] et [−], particulièrement si la résiduelle est petite comparée aux matrices soustraites.

Pour calculer la résiduelle :

1. Placez le label de **Y** dans le registre Y.
2. Placez le label de **X** dans le registre X.
3. Définissez **R** comme matrice résultat.
4. Appuyez sur [f] [MATRIX] 6. La résiduelle remplace la matrice résultat (R) et le calculateur place le label de la matrice résultat dans le registre X.

Utilisation de matrices en décomposition LU

Comme indiqué auparavant, deux opérations – calcul de déterminant et solution de l'équation matricielle **AX** = **B** – créent une décomposition LU de la matrice spécifiée dans le registre X. Le label d'une telle matrice se singularise par deux tirets suivant le nom de la matrice. Les éléments d'une matrice LU diffèrent de ceux de la matrice initiale.

Le label d'une matrice sous forme LU peut cependant être utilisé à la place de celui de la matrice origine pour les calculs utilisant l'inverse de la matrice origine et le déterminant, c'est-à-dire les trois opérations suivantes :

[1/x]
[÷] pour la matrice spécifiée dans X
[MATRIX] 9

Pour ces trois fonctions, l'utilisation de la forme LU de la matrice à inverser donne un résultat identique à celui obtenu en utilisant la matrice origine.

Par exemple, si vous résolvez l'équation matricielle **AX** = **B,** la matrice **A** sera remplacée par sa forme LU. Si vous voulez ensuite modifier **B** et résoudre à nouveau l'équation, cela est possible *sans revenir* à la matrice **A** initiale, la décomposition LU de **A** donnera une réponse correcte.

Pour toutes les autres opérations, une décomposition LU n'est pas reconnue comme matrice origine. Le calculateur utilise les éléments de la matrice LU comme ils apparaissent en mémoire et le résulat est différent de celui obtenu avec la matrice origine.

Calculs avec des matrices complexes

Le HP-15C permet d'effectuer des multiplications et des inversions de matrices complexes (c'est-à-dire dont les éléments sont des nombres complexes) et de résoudre des systèmes d'équations complexes (dont les coefficients et les variables sont des nombres complexes).

Le HP-15C ne contient et n'opère cependant que sur des matrices réelles. Les calculs décrits ci-après sont indépendants des opérations sur les nombres complexes présentées au chapitre précédent. *Vous ne devez pas activer le mode complexe pour ces calculs.*

En fait, les calculs sont effectués sur des matrices réelles dérivées des matrices complexes origines après certaines modifications par le calculateur. Vous trouverez d'autres exemples de calculs sur les matrices complexes dans *le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C.*

Stockage des éléments d'une matrice complexe

Soit une matrice complexe $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + i\mathbf{Y}$ de dimension $m \times n$ où $\mathbf{X}$ et $\mathbf{Y}$ sont des matrices réelles de dimension $m \times n$. Cette matrice complexe peut être représentée dans le calculateur par une matrice $2m \times n$ partagée :

$$\mathbf{Z}^P = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} \begin{matrix} \} \text{ Partie réelle} \\ \} \text{ Partie imaginaire} \end{matrix}$$

L'indice P signifie que la matrice complexe est représentée sous forme partagée.

Tous les éléments de $\mathbf{Z}^P$ sont des nombres réels – ceux de la moitié supérieure représentent les éléments de la partie réelle (matrice $\mathbf{X}$) et ceux de la moitié inférieure les éléments de la partie imaginaire (matrice $\mathbf{Y}$). Les éléments de Z^P sont stockés dans l'une des cinq matrices (**A** à **E**) de la même façon qu'une matrice normale.

Soit par exemple $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + i\mathbf{Y}$ où

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix},$$

alors **Z** peut être représenté dans le calculateur par :

$$\mathbf{A}=\mathbf{Z}^P=\begin{bmatrix}\mathbf{X}\\ \mathbf{Y}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_{11} & x_{12}\\ x_{21} & x_{22}\\ \hdashline y_{11} & y_{12}\\ y_{21} & y_{22}\end{bmatrix}.$$

Supposons que vous ayez à effectuer un calcul avec une matrice complexe non écrite sous la forme d'une somme d'une matrice réelle et d'une matrice imaginaire comme dans l'exemple précédent mais sous forme d'une matrice dont chaque élément est un nombre complexe, telle que :

$$\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}x_{11}+iy_{11} & x_{12}+iy_{12}\\ x_{21}+iy_{21} & x_{22}+iy_{22}\end{bmatrix}.$$

Cette matrice peut être représentée dans le calculateur par une matrice réelle similaire – dérivée de la précédente en ignorant les i et les signes +. La matrice 2×2 ci-dessus peut ainsi être représentée dans le calculateur sous forme complexe par la matrice 2×4 suivante :

$$\mathbf{A}=\mathbf{Z}^C=\begin{bmatrix}x_{11} & y_{11} & x_{12} & y_{12}\\ x_{21} & y_{21} & x_{22} & y_{22}\end{bmatrix}.$$

L'indice C signifie que la matrice est représentée sous forme complexe.

Bien qu'une matrice complexe puisse être initialement représentée dans le calculateur sous la forme $\mathbf{Z}^C$, les transformations utilisées pour la multiplication et l'inverse de matrice complexe suppose la matrice représentée sous la forme $\mathbf{Z}^P$. Le HP-15C possède deux fonctions permettant de convertir une matrice $\mathbf{Z}^C$ en $\mathbf{Z}^P$ et vice-versa.

La touche	Transforme	En
f Py,x	$\mathbf{Z}^C$	$\mathbf{Z}^P$
g Cy,x	$\mathbf{Z}^P$	$\mathbf{Z}^C$

Pour l'une ou l'autre de ces transformations, rappelez le label de $\mathbf{Z}^C$ ou $\mathbf{Z}^P$ à l'affichage et appuyez sur l'une des touches ci-dessus. Le résultat de la transformation est stocké dans la même matrice, ces fonctions n'affectent pas la matrice résultat.

Exemple : Stockez la matrice complexe

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 4+3i & 7-2i \\ 1+5i & 3+8i \end{bmatrix}$$

sous la forme $\mathbf{Z}^C$ puisqu'elle est écrite ainsi puis transformez-la sous la forme $\mathbf{Z}^P$.

Vous pouvez stocker les éléments de $\mathbf{Z}^C$ dans la matrice **A** et utiliser la fonction [Py,x] :

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}^C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 8 \end{bmatrix}.$$

Appuyez sur	Affichage	
[f] [MATRIX] 0		Efface toutes les matrices.
2 [ENTER] 4 [f] [DIM] [A]	**4,0000**	Dimensionne **A** (2 × 4).
[f] [MATRIX] 1	**4,0000**	Initialise à 1 les rang et colonne dans R_0 et R_1.
[f] [USER]	**4,0000**	Active le mode USER.
4 [STO] [A]	**4,0000**	Stocke a_{11}.
3 [STO] [A]	**3,0000**	Stocke a_{12}.
7 [STO] [A]	**7,0000**	Stocke a_{13}.
2 [CHS] [STO] [A]	**– 2,0000**	Stocke a_{14}.
1 [STO] [A]	**1,0000**	Stocke a_{21}.
5 [STO] [A]	**5,0000**	Stocke a_{22}.
3 [STO] [A]	**3,0000**	Stocke a_{23}.
8 [STO] [A]	**8,0000**	Stocke a_{24}.
[f] [USER]	**8,0000**	Désactive le mode USER.
[RCL] [MATRIX] [A]	**A 2 4**	Label de la matrice **A**.
[f] [Py,x]	**A 4 2**	Transforme $\mathbf{Z}^C$ en $\mathbf{Z}^P$ et redimensionne **A**.

La matrice **A** contient maintenant **Z** sous la forme $\mathbf{Z}^P$:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}^P = \left[\begin{array}{cc} 4 & 7 \\ 1 & 3 \\ \hdashline 3 & -2 \\ 5 & 8 \end{array}\right]. \quad \begin{array}{l} \left.\vphantom{\begin{array}{c}4\\1\end{array}}\right\} \text{Partie réelle} \\ \left.\vphantom{\begin{array}{c}3\\5\end{array}}\right\} \text{Partie imaginaire} \end{array}$$

Transformations complexes

Vous devez effectuer une transformation supplémentaire pour calculer le produit de deux matrices complexes et une autre encore pour calculer l'inverse d'une matrice. Ces transformations convertissent la représentation d'une matrice complexe $m \times n$ de la forme $\mathbf{Z}^P$ en une matrice $2m \times 2n$ partagée de la façon suivante :

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & -\mathbf{Y} \\ \mathbf{Y} & \mathbf{X} \end{bmatrix}.$$

La matrice $\tilde{\mathbf{Z}}$ créée par la transformation $\boxed{\text{MATRIX}}$ 2 a deux fois plus d'éléments que $\mathbf{Z}^P$.

Les matrices ci-dessous illustrent la relation entre $\tilde{\mathbf{Z}}$ et $\mathbf{Z}^P$.

$$\mathbf{Z}^P = \left[\begin{array}{cc} 1 & -6 \\ \hdashline -4 & 5 \end{array}\right] \longleftrightarrow \tilde{\mathbf{Z}} = \left[\begin{array}{cc:cc} 1 & -6 & 4 & -5 \\ \hdashline -4 & 5 & 1 & -6 \end{array}\right]$$

Les transformations convertissant la représentation d'une matrice complexes entre $\mathbf{Z}^P$ et $\tilde{\mathbf{Z}}$ sont résumées dans le tableau ci-dessous :

La touche	Transforme	En
$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 2	$\mathbf{Z}^P$	$\tilde{\mathbf{Z}}$
$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 3	$\tilde{\mathbf{Z}}$	$\mathbf{Z}^P$

Pour effectuer l'une de ces transformations, rappelez le label de $\mathbf{Z}^P$ ou $\tilde{\mathbf{Z}}$ à l'affichage et appuyez sur l'une des touches ci-dessus. Le résultat est stocké dans la matrice d'origine ; ces opérations n'affectent pas la matrice résultat.

Inversion d'une matrice complexe

Vous pouvez calculer l'inverse d'une matrice complexe en utilisant l'égalité $(\tilde{\mathbf{Z}})^{-1} = (\widetilde{\mathbf{Z}^{-1}})$.

Pour calculer l'inverse, $\mathbf{Z}^{-1}$ d'une matrice complexe $\mathbf{Z}$:

1. Stockez les éléments de $\mathbf{Z}$ en mémoire sous forme $\mathbf{Z}^P$ ou $\mathbf{Z}^C$.
2. Rappelez à l'affichage le label de la matrice représentant $\mathbf{Z}$.
3. Si les éléments de $\mathbf{Z}$ ont été introduits sous la forme $\mathbf{Z}^C$, appuyez sur [f] [Py,x] pour transformer $\mathbf{Z}^C$ en $\mathbf{Z}^P$.
4. Appuyez sur [f] [MATRIX] 2 pour transformer $\mathbf{Z}^P$ en $\tilde{\mathbf{Z}}$.
5. Définissez une matrice comme matrice résultat. Elle peut être la même que celle dans laquelle $\tilde{\mathbf{Z}}$ est stockée.
6. Appuyez sur [1/x] pour calculer $(\tilde{\mathbf{Z}})^{-1}$ qui est égal à $(\widetilde{\mathbf{Z}^{-1}})$. Les valeurs de ces éléments de matrice sont stockées dans la matrice résultat et le label est placé dans le registre X.
7. Appuyez sur [f] [MATRIX] 3 pour transformer $(\widetilde{\mathbf{Z}^{-1}})$ en $(\mathbf{Z}^{-1})^P$.
8. Pour l'inverse sous la forme $(\mathbf{Z}^{-1})^C$, appuyez sur [g] [Cy,x].

Vous pouvez déduire les éléments complexes de $\mathbf{Z}^{-1}$ en rappelant les éléments de $\mathbf{Z}^P$ ou $\mathbf{Z}^C$ et en les combinant comme décrit précédemment.

Exemple : Calculez l'inverse de la matrice $\mathbf{Z}$ de l'exemple précédent.

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}^P = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 3 \\ \hline 3 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}.$$

Appuyez sur	Affichage			
[RCL] [MATRIX] [A]	A	4	2	Rappelle le label de **A**.
[f] [MATRIX] 2	A	4	4	Transforme $\mathbf{Z}^P$ en $\tilde{\mathbf{Z}}$ et redimensionne **A**.

Appuyez sur	Affichage			
f RESULT B	A	4	4	Définit **B** comme matrice résultat.
1/x	b	4	4	Calcule $(\tilde{\mathbf{Z}})^{-1} = (\widetilde{\mathbf{Z}^{-1}})$ et place le résultat dans la matrice **B**.
f MATRIX 3	b	4	2	Transforme $(\widetilde{\mathbf{Z}^{-1}})$ en $(\mathbf{Z}^{-1})^P$.

La représentation partagée de $\mathbf{Z}^{-1}$ est contenue dans la matrice **B**.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0{,}0254 & 0{,}2420 \\ -0{,}0122 & -0{,}1017 \\ \hdashline -0{,}2829 & -0{,}0022 \\ 0{,}1691 & -0{,}1315 \end{bmatrix} \begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\end{matrix}}\right\} \text{Partie réelle} \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\end{matrix}}\right\} \text{Partie imaginaire} \end{matrix}$$

Multiplication de matrices complexes

Le produit de deux matrices complexes peut être calculé en utilisant l'égalité $(\mathbf{XY})^P = \tilde{\mathbf{Y}}\mathbf{X}^P$.

Pour calculer **YX** où **Y** et **X** sont des matrices complexes :

1. Stockez les éléments de **Y** et **X** en mémoire sous une forme $\mathbf{Z}^P$ ou $\mathbf{Z}^C$.
2. Rappeler à l'affichage le label de la matrice représentant **Y**.
3. Si les éléments de **Y** sont entrés sous la forme $\mathbf{Y}^C$, appuyez sur f Py,x pour transformer $\mathbf{Y}^C$ en $\mathbf{Y}^P$.
4. Appuyez sur f MATRIX 2 pour transformer $\mathbf{Y}^P$ en $\tilde{\mathbf{Y}}$.
5. Rappeler à l'affichage le label de la matrice représentant **X**.
6. Si les éléments de **X** ont été introduits sous la forme $\mathbf{X}^C$, appuyez sur f Py,x pour transformer $\mathbf{X}^C$ en $\mathbf{X}^P$.
7. Définissez la matrice résultat. Elle ne peut pas être l'une ou l'autre des matrices d'origine.

8. Appuyez sur [×] pour calculer $\tilde{\mathbf{Y}}\mathbf{X}^P = (\mathbf{YX})^P$. Les valeurs de ces éléments de matrices sont stockées dans la matrice résultat et le label est placé dans le registre X.

9. Si vous voulez un produit de la forme $(\mathbf{YX})^C$, appuyez sur [g] [Cy,x].

Remarquez que vous ne transformez pas $\mathbf{X}^P$ en $\tilde{\mathbf{X}}$.

Vous pouvez déduire les éléments complexes du produit matriciel **YX** en rappelant les éléments de $(\mathbf{YX})^P$ ou $(\mathbf{YX})^C$ et en les combinant selon les conventions décrites précédemment.

Exemple : Calculez le produit $\mathbf{ZZ}^{-1}$ où **Z** est la matrice complexe de l'exemple précédent.

Les éléments des deux matrices étant déjà stockés ($\tilde{\mathbf{Z}}$ en **A** et $(\mathbf{Z}^{-1})^P$ en **B**), sautez les opérations 1, 3, 4 et 6.

Appuyez sur	Affichage	
[RCL] [MATRIX] [A]	A 4 4	Affiche le label de **A**.
[RCL] [MATRIX] [B]	b 4 2	Affiche le label de **B**.
[f] [RESULT] [C]	b 4 2	Définit **C** comme matrice résultat.
[×]	C 4 2	Calcule $\tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}^{-1})^P = (\mathbf{ZZ}^{-1})^P$.
[f] [USER]	C 4 2	Active le mode USER.
[RCL] [C]	C 1.1	Matrice **C**, rang 1, colonne 1. Affiché tant que vous maintenez la touche enfoncée.
	1,0000	Valeur de c_{11}.
[RCL] [C]	– 2,8500 – 10	Valeur de c_{12}.
[RCL] [C]	– 4,0000 – 11	Valeur de c_{21}.
[RCL] [C]	1,0000	Valeur de c_{22}.
[RCL] [C]	1,0000 – 11	Valeur de c_{31}.
[RCL] [C]	3,8000 – 10	Valeur de c_{32}.
[RCL] [C]	1,0000 – 11	Valeur de c_{41}.
[RCL] [C]	– 1,0500 – 10	Valeur de c_{42}.
[f] [USER]	– 1,0500 – 10	Désactive le mode USER.

La matrice **C** peut être écrite de la façon suivante :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1{,}0000 & -2{,}8500 \times 10^{-10} \\ -4{,}0000 \times 10^{-11} & 1{,}0000 \\ \hdashline 1{,}0000 \times 10^{-11} & 3{,}8000 \times 10^{-10} \\ 1{,}0000 \times 10^{-11} & -1{,}0500 \times 10^{-10} \end{bmatrix} = (\mathbf{ZZ}^{-1})^P,$$

où la moitié supérieure de **C** est la partie réelle de $\mathbf{ZZ}^{-1}$ et la moitié inférieure la partie imaginaire. Nous pouvons donc écrire :

$$\mathbf{ZZ}^{-1} = \begin{bmatrix} 1{,}0000 & -2{,}8500 \times 10^{-10} \\ -4{,}0000 \times 10^{-11} & 1{,}0000 \end{bmatrix}$$

$$+ i \begin{bmatrix} 1{,}0000 \times 10^{-11} & 3{,}8000 \times 10^{-11} \\ 1{,}0000 \times 10^{-11} & -1{,}0500 \times 10^{-10} \end{bmatrix}$$

et

$$\mathbf{ZZ}^{-1} \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Résolution de l'équation complexe AX = B

Pour résoudre l'équation matricielle complexe **AX** = **B,** il suffit de trouver $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ en calculant $\mathbf{X}^P = (\tilde{\mathbf{A}})^{-1}\mathbf{B}^P$.

1. Stockez les éléments de **A** et de **B** en mémoire sous la forme $\mathbf{Z}^P$ ou $\mathbf{Z}^C$.
2. Rappelez à l'affichage le label de la matrice représentant **B.**
3. Si vous avez introduit les éléments sous la forme $\mathbf{B}^C$, appuyez sur [f] [Py,x] pour transformer $\mathbf{B}^C$ en $\mathbf{B}^P$.

4. Rappeler à l'affichage le label de la matrice représentant **A.**

5. Si vous avez introduit les éléments sous la forme $\mathbf{A}^C$, appuyez sur [f] [Py,x] pour transformer $\mathbf{A}^C$ en $\mathbf{A}^P$.

6. Appuyez sur [f] [MATRIX] 2 pour transformer $\mathbf{A}^P$ en $\tilde{\mathbf{A}}$.

7. Définissez la matrice résultat (différente de la matrice représentant **A**).

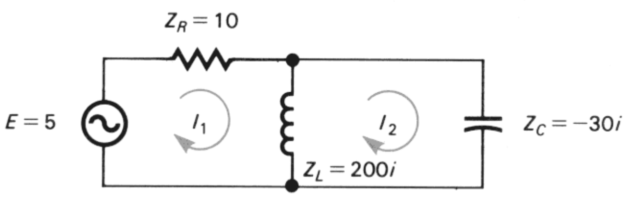
8. Appuyez sur [÷] pour calculer $\mathbf{X}^P$. Les valeurs des éléments sont placées dans la matrice résultat et le label de cette dernière est affiché dans le registre X.

9. Si vous voulez la solution sous la forme $\mathbf{X}^C$, appuyez sur [g] [Cy,x]

Remarquez que vous ne transformez pas $\mathbf{B}^P$ en $\tilde{\mathbf{B}}$.

Vous pouvez déduire les éléments de la solution **X** en rappelant les éléments de $\mathbf{X}^P$ ou $\mathbf{X}^C$ et en les combinant selon les conventions décrites précédemment.

Exemple : Un étudiant en électronique veut analyser le circuit ci-dessous. Les impédances des composants sont données sous forme complexe, calculez les représentations complexes des courants I_2 et I_2.



Ce réseau peut être représenté par l'équation matricielle complexe :

$$\begin{bmatrix} 10+200i & -200i \\ -200i & (200-30)i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

soit $$\mathbf{A}\,\mathbf{X} = \mathbf{B}.$$

Sous forme partagée :

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{rr} 10 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hdashline 200 & -200 \\ -200 & 170 \end{array}\right] \text{ et } \mathbf{B} = \left[\begin{array}{r} 5 \\ 0 \\ \hdashline 0 \\ 0 \end{array}\right],$$

où les éléments nuls correspondent aux parties réelles et imaginaires de valeur zéro.

Appuyez sur	Affichage	
4 ENTER 2 f DIM A	2,0000	Dimensionne la matrice **A** à 2×4.
f MATRIX 1	2,0000	Initialise à 1 les rang et colonne dans R_0 et R_1.
f USER	2,0000	Active le mode USER.
10 STO A	10,0000	Stocke a_{11}.
0 STO A	0,0000	Stocke a_{12}.
STO A	0,0000	Stocke a_{21}.
STO A	0,0000	Stocke a_{22}.
200 STO A	200,0000	Stocke a_{31}.
CHS STO A	– 200,0000	Stocke a_{32}.
STO A	– 200,0000	Stocke a_{41}.
170 STO A	170,0000	Stocke a_{42}.
4 ENTER 1 f DIM B	1,0000	Dimensionne la matrice **B** à 4×1.
0 STO MATRIX B	0,0000	Stocke 0 dans tous les éléments de la matrice **B.**
5 ENTER 1 ENTER	1,0000	Spécifie la valeur 5 au rang 1, colonne 1.
STO g B	5,0000	Stocke 5 dans b_{11}.
RCL MATRIX B	b 4 1	Rappelle le label de **B.**
RCL MATRIX A	A 4 2	Place le label de **A** dans le registre X et déplace celui de **B** dans le registre Y.

Appuyez sur	Affichage			
f MATRIX 2	A	4	4	Transforme $\mathbf{A}^P$ en $\tilde{\mathbf{A}}$.
f RESULT C	A	4	4	Définit **C** comme matrice résultat.
÷	C	4	1	Calcule $\mathbf{X}^P$ et stocke dans **C**.
g Cy,x	C	2	2	Transforme $\mathbf{X}^P$ en $\mathbf{X}^C$.
RCL C	0,0372			Rappelle c_{11}.
RCL C	0,1311			Rappelle c_{12}.
RCL C	0,0437			Rappelle c_{21}.
RCL C	0,1543			Rappelle c_{22}.
f USER	0,1543			Désactive le mode USER.
f MATRIX 0	0,1543			Redimensionne toutes les matrices à 0 × 0.

Les courants, représentés par la matrice complexe **X,** peuvent être déduits de **C** :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0372 + 0{,}1311i \\ 0{,}0437 + 0{,}1543i \end{bmatrix}.$$

La solution de l'équation matricielle de cet exemple utilise 24 registres – 16 pour la matrice **A** 4 × 4 (introduite initialement comme une matrice 2× 4 représentant une matrice complexe 2 × 2) et 4 pour chaque matrice **B** et **C** (représentant chacune une matrice complexe 2 × 1). Vous pouvez cependant utiliser quatre registres de moins en utilisant **B** comme matrice résultat. Remarquez que **X** et **B** peuvent être des matrices multi-colonnes (elles utiliseraient alors plus de mémoire).

Le HP-15C contient suffisamment de mémoire pour résoudre, à l'aide de la méthode ci-dessus, des équations matricielles **AX** = **B** où **X** et **B** ont soit au plus 6 colonnes si **A** est une matrice 2 × 2 soit au plus deux colonnes si **A** est une matrice 3 × 3* (le nombre de colonnes double si la matrice résultat est **B**). Si **X** et **B** ont plus de colonnes ou si **A** est une matrice 4 × 4, vous pouvez utiliser la méthode ci-dessous. Cette méthode effectue séparément l'inversion et la multiplication et demande moins de registres.

---

* Si toute la mémoire est allouée aux registres (MEM : 1 64 0-0).
Voir annexe C, Allocation mémoire.

1. Stockez les éléments de **A** en mémoire sous la forme $\mathbf{A}^P$ ou $\mathbf{A}^{C}$.

2. Rappelez à l'affichage le label de la matrice représentant **A.**
3. Si vous avez introduit les éléments de **A** sous la forme $\mathbf{A}^C$, appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{P}y,x}$ pour transformer $\mathbf{A}^C$ en $\mathbf{A}^P$.

4. Appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 2 pour transformer $\mathbf{A}^P$ en $\tilde{\mathbf{A}}$.

5. Appuyez sur $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{RESULT}}$ pour définir la matrice représentant **A** comme matrice résultat.

6. Appuyez sur $\boxed{1/x}$ pour calculer $(\tilde{\mathbf{A}})^{-1}$.

7. Redimensionnez **A** avec la moitié des rangs indiqués par le label affiché à l'étape précédente.

8. Stockez les éléments de **B** en mémoire sous la forme $\mathbf{B}^P$ ou $\mathbf{B}^C$.

9. Rappelez à l'affichage le label de la matrice représentant **A.**

10. Rappelez à l'affichage le label de la matrice représentant **B.**

11. Si vous avez introduit les éléments de **B** sous la forme de $\mathbf{B}^C$, appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{P}y,x}$ pour transformer $\mathbf{B}^C$ en $\mathbf{B}^P$.

12. Appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 2 pour transformer $\mathbf{B}^P$ en **B.**

13. Définissez la matrice résultat (différente des deux autres).

14. Appuyez sur $\boxed{\times}$.

15. Appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 4 pour transposer la matrice résultat.

16. Appuyez sur $\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{MATRIX}}$ 2.

17. Redimensionnez la matrice résultat à la moitié du nombre de rangs indiqué par son label affiché à l'étape précédente.

18. Appuyez sur [RCL] [RESULT] pour rappeler le label de la matrice résultat.

19. Appuyez sur [f] [MATRIX] 4 pour calculer $\mathbf{X}^P$.

20. Si vous voulez la solution sous la forme $\mathbf{X}^C$, appuyez sur [g] [Cy,x].

Opérations diverses sur les matrices

Utilisation d'un élément avec une opération dans un registre

Si vous appuyez sur une touche alpha ([A] à [E]) après l'une des touches de fonction suivantes, le calculateur exécute la fonction sur l'élément spécifié par les numéros de rang et de colonne stockés dans R_0 et R_1 comme sur un registre de données.

[STO]*	[RCL]*
[STO] {[+], [-], [×], [÷]}	[RCL] {[+], [-], [×], [÷]}
[DSE]	[ISG]
[x≷]	

Utilisation des labels de matrice dans le registre index

Dans certaines applications, il est nécessaire d'effectuer une certaine séquence de calcul sur l'une des matrices **A** à **E.** Dans ce cas, les opérations matricielles se réfèrent à la matrice dont le label se trouve dans le registre index R_I.

Si le registre index contient un label de matrice :

- La touche [(i)] après l'une des fonctions ci-dessus exécute l'opération sur l'élément spécifié par R_0 et R_1 de la matrice spécifiée par R_I.
- La touche [(i)] après [STO] [g] ou [RCL] [g] exécute l'opération sur l'élément spécifié dans les registres X et Y de la matrice spécifiée par R_I.

---

* En mode USER, les numéros de rang et de colonne dans R_0 et R_1 sont incrémentés selon les dimensions de la matrice.

- La séquence [f] [DIM] [I] dimensionne la matrice spécifiée par R_I selon les nombres de rangs et de colonnes spécifiés dans les registres X et Y.
- La séquence [RCL] [DIM] [I] rappelle dans les registres X et Y les dimensions de la matrice spécifiée dans R_I.
- La séquence [GSB] [I] ou [GTO] [I] a le même résultat que [GSB] ou [GTO] suivi du nom de la matrice spécifiée dans R_I (ce n'est pas une opération matricielle, seule la lettre constituant le nom de la matrice est utilisée).

Tests conditionnels sur les labels de matrice

Quatre tests – [$x=0$], [TEST] 0 ($x \neq 0$), [TEST] 5 ($x = y$) et [TEST] 6 $x \neq y$) – peuvent être effectués sur les labels de matrices présents dans les registres X et Y. Ces tests peuvent servir au contrôle de l'exécution des programmes (voir chapitre B).

Si un label de matrice est dans le registre X, le résultat de [$x=0$] est faux et celui de [TEST] 0 est vrai (quelles que soient les valeurs des éléments).

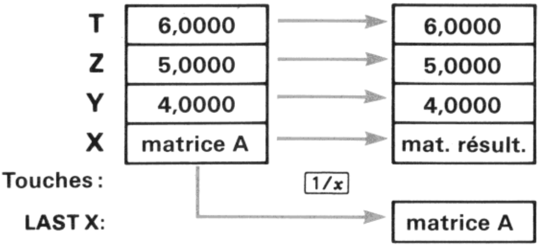
Les fonctions [TEST] 5 et [TEST] 6 testent l'égalité des labels de matrice présents dans les registres X et Y *(la comparaison est effectuée entre les labels et non pas entre les valeurs des éléments).*

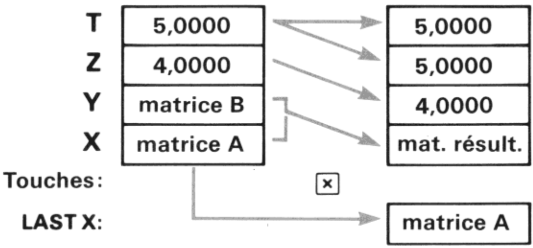
Les autres tests ne peuvent pas être utilisés avec les labels de matrices.

Opérations sur la pile pour les calculs matriciels

Au cours des calculs matriciels, les contenus de la pile se déplacent d'une façon similaire aux déplacements lors de calculs numériques.

Pour certains calculs matriciels, le résultat est stocké dans une matrice définie comme matrice résultat. L'opération combine les nombres ou matrices spécifiés dans les registres X et Y, place le label de la matrice résultat dans le registre X et l'ancien contenu de X dans LAST X.



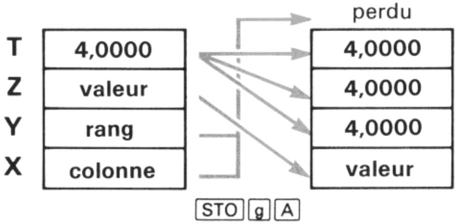


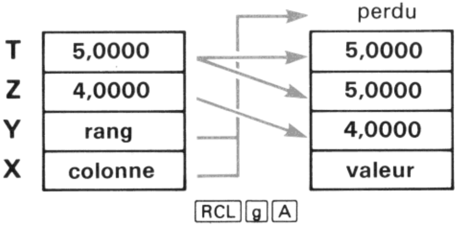
Plusieurs fonctions matricielles opèrent sur la matrice spécifiée dans le registre X seulement et stockent le résultat dans la même matrice. Pour ces opérations, le calculateur ne déplace pas les contenus de la pile (y compris le registre LAST X) mais l'affichage change, si nécessaire, pour montrer les nouvelles dimensions.

Les fonctions MATRIX 7, MATRIX 8 et MATRIX 9 placent le label de la matrice spécifiée dans X dans LAST X et la norme ou (pour MATRIX 9) le déterminant dans le registre X. Les registres Y, Z et T sont inchangés.

Lorsque vous rappelez dans le registre X des éléments ou des labels (et si les mouvements de la pile sont autorisés) les labels et nombres présents dans la pile montent et le contenu du registre T est perdu (le contenu de LAST X est inchangé). Lorsque vous stockez des labels ou des éléments, la pile est inchangée (y compris LAST X).

Contrairement aux fonctions ci-dessus, les fonctions STO g et RCL g n'affectent pas le registre LAST X et opèrent de la façon suivante :

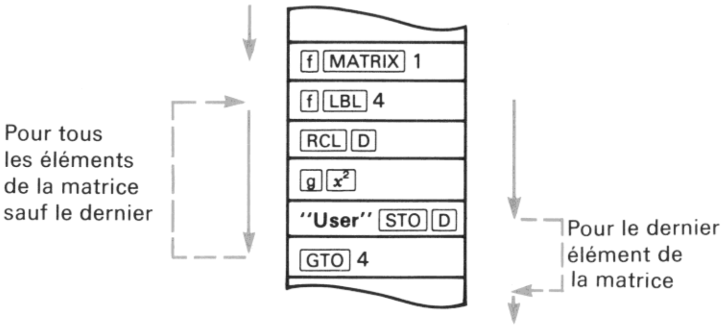




Utilisation des opérations matricielles dans un programme

Si le calculateur est en mode USER et PRGM lorsque vous effectuez STO ou RCL (A – E ou (i)) comme instruction de programme pour stocker ou rappeler un élément de matrice, la lettre **"u"** remplace le tiret affiché normalement après le numéro de ligne. Lorsque le programme exécute cette ligne, il opère comme s'il était en mode USER, c'est-à-dire qu'il incrémente automatiquement les numéros de rang et de colonne selon les dimensions de la matrice spécifiée. Ceci vous permet d'accéder séquentiellement à tous les éléments (l'indicateur **USER** n'a aucun effet en mode PRGM).

De plus, lorsque le calculateur accède au dernier élément par l'instruction STO ou RCL en mode USER – lorsque R_0 et R_1 reviennent à 1 – le pointeur de programme saute la ligne suivante. Cette caractéristique permet de programmer une boucle pour le stockage ou le rappel des éléments de matrice. La séquence suivante, par exemple, élève au carré tous les éléments de la matrice **D.**



Les fonctions MATRIX 7 (norme de rang) et MATRIX 8 (norme de Frobenius) opèrent aussi comme des instructions de branchements conditionnels dans un programme. Si le registre X contient un label de matrice, ces fonctions calculent la norme de la façon habituelle et l'exécution continue à la ligne suivante. Si le registre X contient un nombre, l'exécution saute la ligne suivante. Dans les deux cas, le calculateur conserve le contenu précédent de X dans LAST X. Ces fonctions vous permettent donc de savoir pendant un programme si le registre X contient un label ou non.

Résumé des opérations matricielles

Appuyez sur	Résultat
g Cy,x	Transforme $\mathbf{Z}^P$ en $\mathbf{Z}^C$.
CHS	Change le signe des éléments de la matrice spécifiée dans le registre X.
f DIM (A – E, (i)).	Dimensionne la matrice spécifiée.
f MATRIX 0	Dimensionne toutes les matrices à 0×0.
f MATRIX 1	Initialise à 1 les rang et colonne dans R_0 et R_1.
f MATRIX 2	Transforme $\mathbf{Z}^P$ en $\tilde{\mathbf{Z}}$.
f MATRIX 3	Transforme $\tilde{\mathbf{Z}}$ en Z^P.
f MATRIX 4	Calcule la transposée de la matrice spécifiée dans le registre X.
f MATRIX 5	Multiplie la transposée de la matrice spécifiée dans Y par la matrice spécifiée dans X. Stocke le résultat dans la matrice résultat.

Appuyez sur	Résultat
f MATRIX 6	Calcule la résiduelle dans la matrice résultat.
f MATRIX 7	Calcule la norme de rang de la matrice spécifiée dans X.
f MATRIX 8	Calcule la norme de Frobenius de la matrice spécifiée dans X.
f MATRIX 9	Calcule le déterminant de la matrice spécifiée dans X. Place la décomposition LU dans la matrice résultat.
f Py,x	Transforme $\mathbf{Z}^C$ en $\mathbf{Z}^P$.
RCL (A – E ou (i))	Rappelle une valeur de la matrice spécifiée, en utilisant les numéros de rang et de colonne dans R_0 et R_1.
RCL g (A – E ou (i))	Rappelle une valeur de la matrice spécifiée, en utilisant les numéros de rang et colonne dans les registres X et Y.
RCL DIM (A – E ou I)	Rappelle dans les registres X et Y les dimensions de la matrice spécifiée.
RCL MATRIX (A – E)	Affiche le label de la matrice spécifiée.
RCL RESULT	Affiche le label de la matrice résultat.
f RESULT (A – E)	Définit la matrice spécifiée comme matrice résultat.
STO (A – E ou (i))	Stocke la valeur affichée comme élément de la matrice spécifiée, en utilisant les contenus de R_0 et R_1 comme rang et colonne.
STO g (A – E ou (i))	Stocke le contenu du registre Z dans un élément de la matrice spécifiée, en utilisant les contenus des registres X et Y comme rang et colonne.
STO MATRIX (A – E)	Si un label de matrice est affiché, copie les éléments de cette matrice dans les éléments correspondants de la matrice spécifiée. Si un nombre est affiché, stocke cette valeur dans tous les éléments de la matrice spécifiée.
STO RESULT	Définit la matrice spécifiée dans X comme matrice résultat.

Appuyez sur	Résultat
f USER	Mode USER. Le calculateur incrémente automatiquement les rang et colonne dans R_0 et R_1 lorsque STO ou RCL (A – E ou (i)) est exécuté.
1/x	Inverse la matrice spécifiée dans X ; résultat dans la matrice résultat.
+, −	Si X et Y contiennent dés labels, ajoute ou soustrait les éléments correspondants des matrices spécifiées. Si seul l'un des registres (X ou Y) contient un label, exécute l'addition ou la soustraction entre chacun des éléments de la matrice spécifiée et le scalaire. Valeurs calculées dans la matrice résultat.
×	Si X et Y contiennent des labels, calcule le produit des matrices spécifiées (**YX**). Si seul un des registres (X ou Y) contient un label, multiplie chacun des éléments de la matrice spécifiée par le scalaire présent dans l'autre registre. Valeurs calculées dans la matrice résultat.
÷	Si X et Y contiennent des labels, multiplie l'inverse de la matrice spécifiée dans X par la matrice spécifiée dans Y. Si seul le registre Y contient un label, divise chacun des éléments de la matrice spécifiée par le scalaire présent dans X. Si seul X contient un label, multiplie chacun des éléments de l'inverse de la matrice spécifiée par le scalaire présent dans Y. Valeurs calculées dans la matrice résultat.

Informations complémentaires

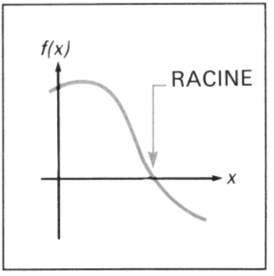
Le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau décrit plus en détails les fonctions matricielles du HP-15C et présente des applications dans les domaines suivants : Calculs des moindres carrés, résolution d'un système d'équations non-linéaires, matrices singulières, précision des solutions numériques de systèmes linéaires, itérations et construction d'une matrice identité.

Chapitre 13

Recherche des racines d'une équation

Dans bien des applications, la solution d'un problème passe par la résolution d'une équation de la forme :

$$f(x) = 0.*$$



Il faut donc chercher les valeurs de x qui satisfont l'équation. Chaque valeur de x est appelée *racine* de l'équation $f(x) = 0$ et *zéro* de la fonction $f(x)$. Ces racines (ou zéros) qui sont des nombres réels sont appelées racines réelles (ou zéros réels.) Pour beaucoup de problèmes, les racines d'une équation peuvent être déterminées de façon analytique par manipulation algébrique. Lorsque cela n'est pas possible, des techniques numériques permettent de calculer ces racines. La fonction $\boxed{\text{SOLVE}}$ du HP-15C utilise une technique numérique particulièrement performante et vous permet de calculer les racines pour de nombreux types d'équations.†

Utilisation de $\boxed{\text{SOLVE}}$

Lors du calcul des racines , la fonction $\boxed{\text{SOLVE}}$ appelle et exécute de façon répétitive un sous-programme d'évaluation de $f(x)$ que vous *devez écrire.*

* En fait, toute équation d'une seule variable peut être exprimée sous cette forme. Par exemple, $f(x) = a$ est équivalent à $f(x) - a = 0$ et $f(x) = g(x)$ est équivalent à $f(x) - g(x) = 0$.

† La fonction $\boxed{\text{SOLVE}}$ n'utilise pas la pile imaginaire. Consultez le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C pour plus d'informations sur les racines complexes.

Règles de base pour l'utilisation de [SOLVE] :

1. En mode programme, introduisez le sous-programme évaluant la fonction $f(x)$. Ce sous-programme doit commencer par une instruction [f] [LBL] suivie de 0, 1, 2, 3, [A] ou [B] et donner un résultat dans X pour $f(x)$.

   En mode calcul :

2. Introduisez dans les registres X et Y deux estimations initiales de la racine cherchée, séparées par [ENTER]. Ces estimations indiquent simplement au calculateur l'intervalle pour x dans lequel il est susceptible de trouver une racine de $f(x) = 0$.

3. Appuyez sur [f] [SOLVE] suivi du label du sous-programme. Le calculateur cherche alors le zéro de la fonction et affiche le résultat. Si la fonction vaut zéro pour plus d'une valeur, le calculateur s'arrête dès que [SOLVE] a trouvé une des valeurs. Pour trouver les autres valeurs, il vous faudra introduire des estimations différentes et recommencer le calcul.

Immédiatement avant d'appeler votre sous-programme, [SOLVE] place une valeur de x dans les registres X, Y, Z et T. Cette valeur est ensuite utilisée par votre sous-programme pour calculer $f(x)$. La pile étant entièrement remplie par la valeur x, le nombre est disponible en permanence (voir page 41).

Exemple : Utilisez [SOLVE] pour calculer les valeurs de x pour lesquelles :

$$f(x) = x^2 - 3x - 10 = 0$$

Ré-écrivez $f(x)$ à l'aide de la méthode de Horner (page 79) pour simplifier la programmation :

$$f(x) = (x - 3)x - 10$$

En mode programme, introduisez votre sous-programme d'évaluation de $f(x)$:

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	**000–**	Mode programme.
[f] CLEAR [PRGM]	**000–**	Efface la mémoire programme.

Appuyez sur	Affichage	
f LBL 0	001–42.21. 0	Commence avec l'instruction LBL.
3	002– 3	
−	003– 30	$x - 3$.
×	004– 20	$(x - 3)\ x$.
1	005– 1	
0	006– 0	
−	007– 30	$(x - 3)\ x - 10$.
g RTN	008– 43 32	

En mode calcul, introduisez les deux estimations initiales dans les registres X et Y. Dans notre exemple, essayez avec les valeurs 0 et 10 pour une racine positive.

Appuyez sur	Affichage*	
g P/R		Mode calcul.
0 ENTER	0,0000	Estimations.
10	10	

Vous pouvez alors calculer les racines en appuyant sur f SOLVE 0. Le calculateur n'affiche pas la réponse immédiatement car il utilise un processus itératif† pour estimer la racine. L'algorithme analyse votre fonction en l'échantillonnant par répétitions successives de votre sous-programme. Le calcul d'une racine prend en général de 30 secondes à 2 minutes mais peut parfois être plus long.

Appuyez sur f SOLVE 0 et attendez la réponse. L'affichage clignote pendant l'exécution de la fonction.

---

* Appuyez sur f FIX 4 pour obtenir des affichages identiques à ceux donnés dans le manuel. Le format d'affichage n'influe pas sur la fonction SOLVE.

† Un *algorithme* est une procédure pas à pas pour la résolution d'un problème mathématique. Un algorithme *itératif* est un algorithme dont une partie est exécutée répétitivement un certain nombre de fois au cours de la procédure.

Appuyez sur	Affichage	
f SOLVE 0	**5,0000**	Racine recherchée.

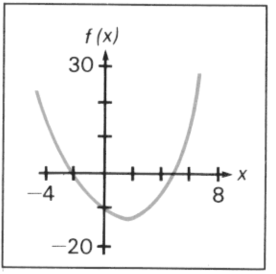
Après le calcul et l'affichage de la racine, vous pouvez vérifier que la valeur affichée est bien une racine de $f(x) = 0$ en visualisant la pile. Vous avez vu précédemment que le registre X contient la racine désirée. Le registre Y contient l'estimation précédente qui doit être très proche de la racine et le registre Z contient la valeur de la fonction pour la racine affichée.

Appuyez sur	Affichage	
R↓	**5,0000**	Estimation précédente de la racine.
R↓	**0,0000**	Valeur de la fonction pour la racine ; $f(x) = 0$.

Les équations quadratiques comme celles de cet exemple peuvent avoir deux racines. Introduisez deux nouvelles estimations pour chercher la seconde racine. Prenez par exemple 0 et − 10 pour chercher une racine négative.

Appuyez sur	Affichage	
0 ENTER	**0,0000**	Estimations initiales.
10 CHS	**− 10**	
f SOLVE 0	**− 2,0000**	Seconde racine.
R↓	**− 2,0000**	Estimation précédente.
R↓	**0,0000**	Valeur de $f(x)$ pour la seconde racine.

Nous avons donc trouvé deux racines de $f(x) = 0$. Notez qu'il aurait été *possible* de résoudre cette équation quadratique algébriquement, le résultat aurait été le même.



Graphe de $f(x)$

L'intérêt de la touche SOLVE est plus évident lorsque la racine d'une équation ne peut pas être trouvée algébriquement.

Exemple : Un athlète lance son disque à une vitesse de 50 mètres par seconde. Si la hauteur atteinte est exprimée par

$$h = 50000(1 - e^{-t/20}) - 200t,$$

combien de temps faudra-t-il au disque pour retomber au sol ? Dans cette équation, h est la hauteur en mètres et t le temps en secondes.

Solution : elle consiste à chercher la valeur positive de t pour laquelle $h = 0$. Utilisez le programme suivant pour calculer la hauteur.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	
f LBL A	001–42.21.11	Commence au label A.
2	002– 2	Le programme suppose t présent dans les registres X et Y.
0	003– 0	
÷	004– 10	

Appuyez sur	Affichage		
CHS	005–	16	$-t/20$.
e^x	006–	12	
CHS	007–	16	$-e^{-t/20}$
1	008–	1	
+	009–	40	$1-e^{-t/20}$
5	010–	5	
0	011–	0	
0	012–	0	
0	013–	0	
×	014–	20	$5000\,(1-e^{-t/20})$.
$x \gtrless y$	015–	34	Rappelle la valeur de t dans X.
2	016–	2	
0	017–	0	
0	018–	0	
×	019–	20	$200t$.
−	020–	30	$5000\,(1-e^{-t/20})-200t$.
g RTN	021–	43 32	

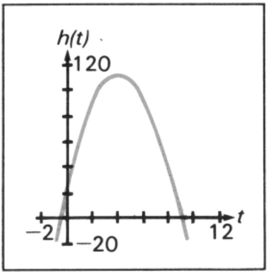
Placez le HP-15C en mode calcul et introduisez deux estimations initiales du temps (par exemple 5 ét 6 secondes) puis exécutez SOLVE.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
5 ENTER	5,0000	Estimations initiales.
6	6	
f SOLVE A	9,2843	Racine recherchée.

Vérifiez la racine en examinant les registres Y et Z.

Appuyez sur	Affichage	
R↓	9,2843	Estimation précédente.
R↓	0,0000	Valeur de la fonction pour la racine calculée.

Le disque retombe donc au sol 9,2843 secondes après avoir été lancé.



Graphe de h **en fonction de** t.

Cas de racine inexistante

Il arrive qu'une équation n'ait pas de racine (c'est-à-dire qu'il n'existe pas de valeur réelle de x pour laquelle la fonction vaut zéro). Dans ce cas, il est évident que votre HP-15C ne peut pas trouver de racine et il affiche alors **Error 8.**

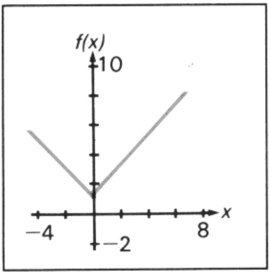
Exemple : Prenons l'équation

$$|x| = -1$$

qui ne peut pas être résolue puisque la fonction est une valeur absolue et ne peut jamais être négative. Exprimons cette équation sous la forme voulue :

$$|x| + 1 = 0$$

et essayons d'utiliser [SOLVE] pour trouver une solution.



Graphe de $f(x) = |x| + 1$

Appuyez sur	**Affichage**	
[g] [P/R]	**000–**	Mode programme.
[f] [LBL]	**001–42.21. 1**	
[g] [ABS]	**002– 43 16**	
1	**003– 1**	
[+]	**004– 40**	
[g] [RTN]	**005– 43 32**	

Comme une fonction valeur absolue est minimale au voisinage de zéro, choisissez des estimations initiales de part et d'autre de cette valeur, 1 et − 1 par exemple. Essayez ensuite de trouver la racine.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
1 ENTER	1,0000	Estimations initiales.
1 CHS	− 1	
f SOLVE 1	Error 8	L'affichage indique que le HP-15C n'a pas trouvé de racine.
←	0,0000	Efface l'affichage.

Votre calculateur a donc abandonné ses calculs quand il a vu que, dans le domaine de x indiqué, il n'existe pas de racine de $f(x) = 0$. Le message **Error 8** ne signale pas une opération illicite mais simplement qu'il n'y a pas de racine à l'endroit présumé (le calculateur se base pour cela sur les estimations que vous lui fournissez).

Si le HP-15C arrête ses calculs et affiche un message d'erreur, une des trois conditions suivantes est vérifiée :

- Si malgré plusieurs itérations, la valeur trouvée pour la fonction spécifiée reste constante, l'exécution s'arrête et le HP-15C affiche **Error 8.**
- Si plusieurs échantillonnages indiquent que la fonction a un minimum différent de zéro dans la région examinée, l'exécution s'arrête sur une **Error 8.**
- Si l'argument utilisé par votre sous-programme dans une opération mathématique est incorrect, l'exécution s'arrête sur **Error 8.**

Lorsque la valeur d'une fonction est constante, le sous-programme n'a aucun moyen de savoir si cette valeur tend vers zéro. Ceci peut être le cas d'une fonction dont les dix chiffres les plus significatifs sont constants (lorsque, par exemple, son graphe se réduit à une asymptote horizontale non nulle) ou d'une fonction ayant une zone horizontale relativement grande par rapport au domaine de valeurs x examiné.

Quand la fonction atteint un minimum différent de zéro, le sous-programme a effectué logiquement une séquence d'échantillonnages où la valeur de la fonction continuait à décroître. Mais il n'a pas trouvé de valeur de x pour laquelle le graphe de la fonction touchait ou coupait l'axe horizontal.

Le dernier cas met en évidence un défaut éventuel du sous-programme plutôt qu'une limite du programme de calcul des racines. Il est parfois possible d'éviter ces problèmes en partant d'estimations qui concentrent la recherche dans une région où ces problèmes n'apparaissent pas. Cependant, le programme SOLVE étant très "entreprenant", il ira faire ses recherches dans une région assez vaste. Il est donc préférable de tester ou de rectifier les arguments suspects avant d'effectuer une opération (en utilisant par exemple ABS avant $\sqrt{x}$). On peut également réduire les variables pour éviter d'avoir des nombres trop grands.

Le succès de l'opération SOLVE dépend principalement de la nature de la fonction analysée et des estimations fournies au départ. Il ne suffit pas qu'une racine existe pour que SOLVE la trouve. Si la fonction $f(x)$ a une asymptote horizontale non nulle ou un minimum local, le programme ne trouvera de racine de $f(x) = 0$ que si les estimations initiales ne limitent pas la recherche à l'une de ces zones non productives et si la racine existe réellement.

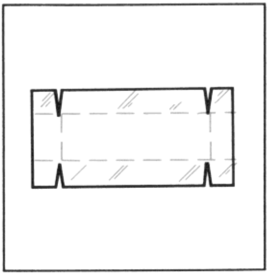
Choix des estimations initiales

Lorsque vous cherchez la racine d'une équation avec SOLVE, les deux estimations initiales que vous fournissez au calculateur déterminent le point de départ de la recherche des valeurs de la variable x. En général, vous avez d'autant plus de chance de trouver une racine que vous comprenez mieux la fonction que vous analysez. Des estimations intelligentes et réalistes facilitent considérablement la recherche.

Le choix des estimations repose sur plusieurs facteurs :

Si le domaine de valeurs dans lequel il est concevable de trouver une solution pour la variable x est limité, il vaut mieux choisir les estimations initiales dans ce domaine. Une équation applicable à un problème réel a souvent, en dehors de la solution recherchée, des racines qui n'ont physiquement pas de sens. Ceci est dû au fait que l'équation analysée ne convient qu'entre certaines limites de la variable. Il faudra tenir compte de cette restriction et interpréter les résultats en conséquence.

Si vous connaissez le comportement de la fonction $f(x)$ pour différentes valeurs de x, vous pouvez prendre des estimations initiales proches du zéro de la fonction. Vous pouvez aussi éviter les domaines où x pose des problèmes tels que ceux où la fonction prend une valeur relativement constante ou ceux où elle passe par un minimum.



Exemple : On veut fabriquer une boîte sans couvercle ayant un volume de 7500 cm^3 à l'aide d'un morceau de tôle rectangulaire de 40 x 80 cm. Comment faut-il plier la tôle sachant qu'on préfère une forme haute à une forme basse.

Solution : Il s'agit de trouver la hauteur de la boîte (c'est-à-dire la quantité à replier le long des quatre côtés) donnant le volume spécifié. Si x est la hauteur (la quantité à replier), la longueur de la boîte est égale à $(8 - 2x)$ et sa largeur à $(4 - 2x)$. Le volume est donné par la formule :

$$V = (8 - 2x)(4 - 2x)x$$

En développant l'expression et en utilisant la méthode de Horner (page 79), cette équation peut être ré-écrite sous la forme suivante :

$$V = 4((x - 6)x + 8)x$$

Pour trouver $V = 7{,}5$, il faut calculer les valeurs de x pour lesquelles :

$$f(x) = 4((x - 6)x + 8)x - 7{,}5 = 0$$

Le sous-programme suivant calcule $f(x)$:

Appuyez sur	**Affichage**	
g P/R	000–	Mode programme.
f LBL 3	001–42.21. 3	Label.
6	002– 6	Le sous-programme suppose x présent dans les registres de la pile.

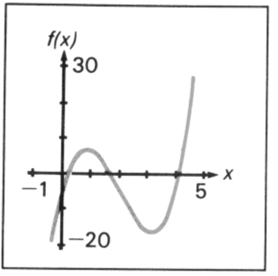
Appuyez sur	Affichage		
[−]	003-	30	
[×]	004-	20	$(x - 6)x$.
8	005-	8	
[+]	006-	40	
[×]	007-	20	$((x - 6)x + 8)x$.
4	008-	4	
[×]	009-	20	$4((x - 6)x + 8)x$.
7	010-	7	
[·]	011-	48	
5	012-	5	
[−]	013-	30	
[g] [RTN]	014-	43 32	

Avec le volume indiqué, on pourrait fabriquer soit une boîte haute et mince, soit une boîte basse et large. Comme on préfère la boîte haute, les estimations initiales de la hauteur devront être plus grandes. Mais comme la tôle ne fait que 40 cm de large, il est physiquement impossible de choisir des hauteurs supérieures à 20. On prendra donc comme estimations initiales les valeurs 10 et 20.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul.
10 [ENTER]	10,000	Estimations initiales.
20	20	
[f] [SOLVE] 3	15,000	Hauteur désirée.
[R↓]	15,000	Estimation précédente.
[R↓]	0,0000	Valeur de $f(x)$ pour la racine.

En prenant une hauteur de 15 cm, on obtient une boîte de 50 × 10 × 15 cm.

Si vous ne tenez pas compte de la limite supérieure de la hauteur et que vous partez d'estimations de 30 et 40 cm (toujours inférieures à la largeur), vous obtiendrez une hauteur de 42,026 cm, donc une racine qui n'a physiquement pas de sens. Si, au contraire vous partez d'estimations faibles, telles que 0 et 10 cm, vous obtiendrez une hauteur de 2,974 cm qui correspondrait à une boîte courte et plate.



Graphe de $f(x)$

Pour étudier le comportement d'une fonction, vous pouvez facilement évaluer la fonction pour une ou plusieurs valeurs de x si votre sous-programme est en mémoire. Pour cela, introduisez la valeur x dans tous les registres de la pile puis calculez la valeur de la fonction en appuyant sur $\boxed{\text{f}}$ *label* ou $\boxed{\text{GSB}}$ *label*. Les valeurs calculées peuvent être représentées par un graphe donnant la courbe de la fonction. Cette procédure est particulièrement utile dans le cas d'une fonction dont vous ignorez le comportement. Une fonction apparemment simple peut avoir une courbe qui présente des variations inattendues. Une racine proche d'une variation localisée peut être difficile à trouver sauf si vous partez d'estimations au voisinage de la racine.

Si vous n'avez aucune idée de la nature de la fonction ni de l'endroit où elle vaut zéro, vous pouvez procéder par tâtonnements. Le succès de cette opération dépend en partie de la fonction elle-même. La méthode par tâtonnements réussit souvent mais pas toujours.

- Si vous partez de deux estimations positives ou négatives relativement faibles et que la courbe de la fonction n'a pas d'asymptote horizontale, le programme cherchera la solution la plus positive ou la plus négative (à moins que la fonction n'oscille plusieurs fois, comme les fonctions trigonométriques).

- Si vous avez déjà résolu la fonction, vous pouvez chercher une autre solution en prenant des estimations relativement éloignées des zéros connus.

- Beaucoup de fonctions ont des comportements spéciaux lorsque leurs arguments se rapprochent de zéro. Vous pouvez chercher pour votre fonction des valeurs de x pour lesquelles tout argument à l'intérieur de la fonction s'annule, puis spécifier des estimations égales ou proches de ces valeurs.

Bien qu'en général les deux estimations initiales soient différentes, vous pouvez introduire la même estimation dans X et Y. Si les deux estimations sont identiques, le calculateur en crée une troisième. Si l'estimation unique entrée dans X et Y diffère de zéro, l'estimation créée diffère de la première par une unité dans le septième chiffre significatif. Si votre estimation est nulle, le calculateur utilise 1×10^{-7} comme deuxième valeur. L'opération se poursuit ensuite comme si vous aviez introduit deux estimations différentes.

Utilisation de SOLVE dans un programme

L'opération SOLVE peut être intégrée dans un programme. Elle doit être immédiatement précédée de l'introduction des estimations initiales dans les registres X et Y. Elle s'arrête après avoir introduit une valeur de x dans le registre X et la valeur correspondante de la fonction dans le registre Z. Si la valeur de x est une racine, le programme passe à la ligne suivante. Sinon, il saute une ligne avant de reprendre. L'instruction SOLVE vérifie si la valeur de x est une racine et provoque le branchement en conséquence. La suite du programme peut ainsi dépendre du résultat de SOLVE ; vous pouvez par exemple écrire un sous-programme qui modifie les estimations initiales ou un paramètre de la fonction au cas où SOLVE ne trouve pas de racine.

L'utilisation de SOLVE dans un programme fait appel à l'un des sept niveaux d'attente de retour de branchement dans le calculateur. Comme le sous-programme appelé par SOLVE utilise un autre niveau, il ne reste que cinq niveaux d'attente. Par contre, si la fonction SOLVE est exécutée manuellement, à partir du clavier, elle n'utilise pas de niveau d'attente, de sorte qu'il en reste six pour les sous-programmes exécutés dans le sous-programme appelé par SOLVE. Rappelons que si les sept niveaux d'attente sont utilisés, un nouvel appel à un sous programme provoquera une **Erreur 5** (voir page 105).

Restriction à l'emploi de SOLVE

La seule restriction à l'emploi de SOLVE est que cette opération ne peut pas être utilisée de façon récursive, ce qui signifie que vous ne pouvez pas employer SOLVE dans un sous-programme appelé au cours de l'exécution de SOLVE. Dans cette situation, le calculateur s'arrête et affiche **Error 7.** Il est cependant possible de combiner SOLVE avec $\int_y^x$ et d'exploiter ainsi certaines particularités de ces touches.

Encombrement mémoire

L'opération SOLVE demande cinq registres pour son fonctionnement. L'annexe C explique leur affectation automatique. Si le calculateur ne dispose pas de cinq registres libres, l'opération SOLVE ne sera pas exécutée et le HP-15C affichera **Error 10.** Un programme combinant les opérations SOLVE et $\int_y^x$ nécessite 23 registres.

Informations complémentaires

Le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C présente d'autres techniques et cas d'utilisation de SOLVE tels que :

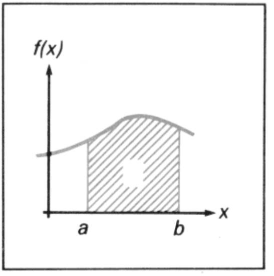
- Utilisation de SOLVE avec des polynômes.
- Précision de la racine.
- Interprétation des résultats.
- Recherche de plusieurs racines.
- Limitation du temps d'estimation.

Chapitre 14

Intégration numérique

Beaucoup de problèmes dans les domaines des mathématiques, des sciences pures et des sciences appliquées font appel au calcul de l'intégrale finie d'une fonction. Pour une fonction $f(x)$ et un intervalle d'intégration de a à b, l'intégrale peut être exprimée mathématiquement par la formule

$$I = \int_a^b f(x)\,dx.$$



La valeur I peut généralement être interprétée géométriquement comme l'aire d'une zone bornée par la courbe de $f(x)$, l'axe des abscisses et les valeurs $x = a$ et $x = b$*.

Lorsqu'une intégrale est difficile, voire impossible, à évaluer par des méthodes analytiques, elle peut être calculée à l'aide de techniques numériques. Ceci n'était souvent possible qu'avec des programmes compliqués. Aujourd'hui, avec votre calculateur de poche HP-15C, une simple pression de touche suffit : la touche $\boxed{\int_y^x}$ (intégrale) effectue les intégrations numériques autrefois réservées aux gros calculateurs.†

Utilisation de $\boxed{\int_y^x}$

Les principales règles d'utilisation de $\boxed{\int_y^x}$ sont :

1. En mode programme, introduisez un sous-programme évaluant la fonction $f(x)$ à intégrer. Ce sous-programme doit commencer par une instruction de label ($\boxed{f}$ $\boxed{\text{LBL}}$ *label*) et donner la valeur de $f(x)$ dans le registre X.

---

* En supposant que $f(x)$ est non-négative sur tout l'intervalle d'intégration.

† La fonction $\boxed{\int_y^x}$ n'utilise pas la pile imaginaire. Consultez le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau au sujet de l'utilisation de $\boxed{\int_y^x}$ en mode complexe.

En mode calcul :

2. Introduisez la borne inférieure de l'intervalle d'intégration (a) dans le registre X et appuyez sur ENTER pour la placer dans le registre Y.
3. Introduisez la borne supérieure de l'intervalle d'intégration (b) dans le registre X.
4. Appuyez sur f $\int_y^x$ suivi du label du sous-programme.

Exemple : La fonction de Bessel du premier type de degré 0, utilisée dans certains problèmes de physique et de science appliquée, peut être exprimée par la formule suivante :

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin\theta)\, d\theta.$$

Calculez

$$J_0(1) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(\sin\theta)\, d\theta.$$

Introduisez le sous-programme suivant évaluant la fonction $f(\Theta) = \cos(\sin\Theta)$.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Mode programme.
f CLEAR PRGM	000–	Efface la mémoire programme.
f LBL 0	001–42.21. 0	Label. Le sous-programme suppose une valeur de Θ dans le registre X.
SIN	002– 23	sin Θ.
COS	003– 24	cos (sin Θ).
g RTN	004– 43 32	

Ensuite, en mode calcul, introduisez la borne inférieure de l'intervalle d'intégration dans le registre Y et la borne supérieure dans le registre X. Dans ce cas particulier, vous devez aussi spécifier le mode radians pour les fonctions trigonométriques.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
0 ENTER	0,0000	Limite inférieure dans Y.
g π	3,1416	Limite supérieure dans X.
g RAD	3,1416	Mode radians.

Vous pouvez maintenant appuyer sur f $\int_y^x$ 0 pour calculer l'intégrale. Comme pour SOLVE, vous devez attendre le résultat quelques instants. En effet, votre HP-15C utilise un algorithme itératif compliqué pour le calcul des intégrales. En quelques mots, cet algorithme évalue $f(x)$, la fonction à intégrer, pour un grand nombre de valeurs de x entre les bornes de l'intervalle d'intégration. Pour chacune de ces valeurs, il évalue la fonction en exécutant le sous-programme que vous avez écrit à cet effet. La réponse ne vous parvient qu'au bout de quelques secondes, ce qui est court si l'on pense que le calculateur doit exécuter le sous-programme de nombreuses fois. Pour le calcul des intégrales, le HP-15C prend en général entre 30 secondes et 2 minutes, et parfois davantage. Nous verrons plus loin comment réduire ce temps, mais pour le moment, appuyez sur f $\int_y^x$ 0 et reposez-vous (ou continuez à lire ce manuel) pendant que le HP-15C travaille pour vous.

Appuyez sur	Affichage	
f $\int_y^x$ 0	2,4040	$= \int_0^\pi \cos(\sin\theta)\, d\theta$.

En général, il convient de multiplier la valeur de l'intégrale par les constantes éventuellement présentes. Dans notre cas, il faut multiplier le résultat par $1/\pi$ pour obtenir $J_0(1)$.

Appuyez sur	Affichage	
g π	3,1416	
$\div$	0,7652	$J_0(1)$.

Avant d'appeler le sous-programme qui évalue $f(x)$, l'algorithme $\boxed{\int_y^x}$, tout comme $\boxed{\text{SOLVE}}$, place la valeur de x dans les registres X, Y, Z et T. Comme chaque registre de la pile contient la valeur de x, votre sous-programme peut calculer sur ce nombre sans avoir à le rappeler d'un registre de stockage. C'est ce que nous allons voir dans les deux exemples suivants.

Nota : Le calculateur plaçant la valeur de x dans tous les registres de la pile, il est judicieux de stocker les contenus de ceux-ci s'ils doivent être ré-utilisés.

Vous pouvez utiliser le sous-programme que vous avez écrit pour évaluer la fonction pour une certaine valeur de x. Si la valeur de x utilisée doit être prélevée plusieurs fois dans la pile, introduisez-la manuellement dans la pile et appuyez trois fois sur $\boxed{\text{ENTER}}$ avant d'exécuter le sous-programme.

Exemple : la fonction de Bessel de premier type de degré 1 peut être exprimée sous la forme :

$$J_1(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(\theta - x\sin\theta)\,d\theta.$$

Calculez :

$$J_1(1) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(\theta - \sin\theta)\,d\theta.$$

Introduisez le sous-programme suivant évaluant la fonction $f(x) = \cos(\Theta - \sin\Theta)$.

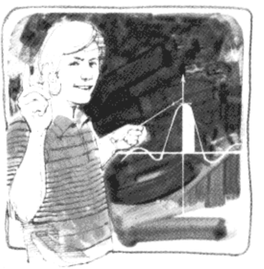
Appuyez sur	**Affichage**	
$\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{P/R}}$	**000–**	Mode programme.
$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{LBL}}$ 1	**001–42.21. 1**	Label.

Appuyez sur	Affichage		
SIN	002–	23	sin Θ.
−	003–	30	L'algorithme ∫ plaçant Θ dans tous les registres avant l'exécution du sous-programme, l'opération − calcule (Θ − sin Θ).
COS	004–	24	cos (Θ − sin Θ).
g RTN	005–	43 32	

En mode calcul, introduisez les bornes de l'intervalle d'intégration dans les registres X et Y. Placez le calculateur en mode radians puis appuyez sur f ∫ pour calculer l'intégrale. Enfin, multipliez le résultat par 1/π pour calculer J_1 (1).

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
0 ENTER	0,0000	Limite inférieure dans Y.
g π	3,1416	Limite supérieure dans X.
g RAD	3,1416	Mode radians.
f ∫ 1	1,3825	$= \int_0^\pi \cos(\theta - \sin\theta)\, d\theta.$
g π ÷	0,4401	$J_1(1)$.

Exemple : Dans certains problèmes sur les théories de communication (par exemple, la transmission d'impulsion dans des réseaux théoriques), l'intégrale calculée (parfois appelée *intégrale du sinus*) a la forme suivante :



$$Si(t) = \int_0^t \frac{\sin x}{x}\, dx.$$

En mode programme, introduisez le sous-programme d'évaluation de la fonction $f(x) = (\sin x) / x$*.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000-	Mode programme.
f LBL .2	001-42.21. 2	Label.
SIN	002- 23	sin x.
$x \gtrless y$	003- 34	Échange la valeur x dans le registre Y et sin x dans X.
÷	004- 10	$(\sin x) / x$.
g RTN	005- 43 32	

En mode calcul, introduisez les bornes de l'intervalle d'intégration dans les registres X et Y, placez le calculateur en mode radians et appuyez sur f $\int_y^x$ 2 pour calculer l'intégrale.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
0 ENTER	0,0000	Borne inférieure dans Y.
2	2	Borne supérieure dans X.
g RAD	2,0000	Mode radians.
f $\int_y^x$ 2	1,6054	*Si* (2).

* Si le calculateur essaie d'évaluer $f(x) = (\sin x)/x$ pour $x = 0$, la limite basse de l'intégration, il finit par afficher **Error 8** (pour signaler qu'il a rencontré une division par zéro et que l'intégrale ne peut pas être calculée). Cependant, l'algorithme $\int_y^x$ n'évalue pas *normalement* les fonctions aux limites d'intégration, de telle façon que le calculateur puisse calculer l'intégrale d'une fonction qui est indéfinie en ce point. Ce n'est que lorsque les points sont très proches l'un de l'autre ou lorsque le nombre de points échantillonnés est très grand que l'algorithme évalue la fonction aux limites d'intégration.

Précision de [∫ₓʸ]

La précision de l'intégrale d'une fonction quelconque dépend de celle de la fonction elle-même. Ainsi, la précision d'une intégrale calculée avec [∫ₓʸ] est limitée par celle de la fonction calculée par votre sous-programme*. Pour indiquer au calculateur la précision recherchée, prenez un format d'affichage qui ne dépasse pas le nombre de chiffres précis contenus dans les valeurs prises par la fonction†. Si vous indiquez un nombre de chiffres inférieur, le calcul de l'intégrale se fera plus rapidement**, mais la fonction ne sera supposée précise qu'au nombre de chiffres indiqué dans le format d'affichage. Nous verrons plus loin comment déterminer la précision de l'intégrale. Mais d'abord quelques mots sur le format d'affichage !

Vous vous rappelez que le HP-15C possède trois formats d'affichage : [FIX], [SCI] et [ENG]. Le choix du format est le plus souvent une question de préférence personnelle puisque, pour beaucoup d'intégrales, les résultats obtenus seront pratiquement identiques avec les trois formats (à condition que le nombre de chiffres soit indiqué correctement, compte tenu de l'ordre de grandeur de la fonction). Comme le format [SCI] convient le mieux au calcul de la plupart des intégrales, nous allons choisir ce format dans les exemples suivants.

> **Nota :** Rappelons qu'une fois le format d'affichage établi, vous pouvez toujours modifier le nombre de chiffres affichés par l'introduction d'un nombre dans le registre index, suivie de la pression de [f] [FIX] [I], [f] [SCI] [I] ou [f] [ENG] [I], comme décrit au chapitre 10. Ce procédé est particulièrement utile dans le cas de l'utilisation de [∫ₓʸ] dans un programme.

---

* Il est possible que les intégrales de fonctions présentant certaines caractéristiques, telles que des pics ou des oscillations rapides, soient imprécises. Cette possibilité est cependant *infime*. Les caractéristiques de fonctions pouvant présenter des problèmes, ainsi que les techniques permettant de pallier ces inconvénients, sont traitées à l'annexe E.

† La précision d'une fonction calculée dépend de nombreux facteurs dont la précision des constantes empiriques utilisées et les erreurs d'arrondi dans les calculs. Ces problèmes sont traités plus en détails dans le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C.

** Voir annexe E pour plus de détails.

Comme la précision d'une intégrale est limitée par celle de la fonction indiquée dans le format d'affichage, le calculateur ne peut pas calculer exactement la valeur d'une intégrale, il ne peut que l'*approcher*. Le HP-15C met l'incertitude* de l'approximation d'une intégrale dans le registre Y lorsqu'il place l'approximation dans le registre X. Pour connaître la précision d'une approximation, vous pouvez vérifier son incertitude en appuyant sur $\boxed{x \gtrless y}$.

Exemple : Calculez l'intégrale J_1 (1) en prenant comme format d'affichage $\boxed{\text{SCI}}$ 2.

Appuyez sur	Affichage	
0 $\boxed{\text{ENTER}}$	**0,0000**	Borne inférieure dans Y.
$\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\pi}$	**3,1416**	Borne supérieure dans X.
$\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{RAD}}$	**3,1416**	Mode radians.
$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{SCI}}$ 2	**3,14 00**	Format $\boxed{\text{SCI}}$ 2.
$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\int_y^x}$ 1	**1,38 00**	Approximation de l'intégrale dans le format $\boxed{\text{SCI}}$ 2.
$\boxed{x \gtrless y}$	**1,88 –03**	Incertitude sur l'approximation.

L'intégrale est égale à 1,38 ± 0,00188. Comme l'incertitude n'affecte pas l'approximation avant la troisième position décimale, vous pouvez considérer que tous les chiffres affichés sont précis. Mais en général, il est difficile de prévoir dans une approximation le nombre de chiffres qui ne

---

* Aucun algorithme d'intégration numérique ne peut calculer la différence exacte entre son approximation et l'intégrale réelle. Néanmoins, l'algorithme du HP-15C donne une estimation de la "limite supérieure" de cette différence, qui est *l'incertitude* de l'approximation. Par exemple, si l'intégrale Si (2) est 1,6054 ± 0,0001, l'approximation de l'intégrale est 1,6054 et son incertitude est 0,0001. Ceci signifie que même si nous ne connaissons pas la différence exacte entre l'intégrale réelle et l'approximation, nous savons qu'il est extrêmement peu probable que la différence soit supérieure à 0,0001 (voir première note page 200).

seront pas affectés par son incertitude. Cela dépend de la fonction à intégrer, des bornes de l'intervalle et du format d'affichage.

Si l'incertitude d'une approximation est supérieure aux tolérances choisies, vous pouvez la réduire en indiquant un nombre de chiffres supérieur dans le format d'affichage et reprendre l'approximation*.

Quand vous reprenez une approximation, il est inutile de ré-entrer les bornes de l'intervalle d'intégration dans les registres X et Y. En effet, lors du calcul d'une intégrale, plusieurs opérations parallèles de stockage sont effectuées dans les registres : stockage de l'approximation et de l'incertitude dans les registres X et Y, stockage de la borne supérieure de l'intervalle d'intégration dans le registre Z et de la borne inférieure dans le registre T. Pour transférer ensuite ces bornes dans les registres X et Y, il suffit d'appuyez sur [R↓] [R↓].

Exemple : L'approximation de l'intégrale J_1 (1) doit avoir une précision de quatre positions décimales au lieu de deux.

Appuyez sur	Affichage	
[f] [SCI] 4	**1,8826 –03**	Format d'affichage [SCI] 4.
[R↓] [R↓]	**3,1416 00**	Permutation de contenus de la pile pour mettre la borne supérieure dans le registre X.
[f] [$\int_y^x$] 1	**1,3825 00**	Approximation pour [SCI] 4.
[$x \gtrless y$]	**1,7091 –05**	Incertitude de l'approximation.

L'incertitude indique que cette approximation est précise à au moins quatre positions décimales. Notez qu'en format [SCI] 4, l'incertitude est égale au centième de celle d'une approximation en format [SCI] 2. En général, l'incertitude d'une approximation de [$\int_y^x$] décroît d'un facteur 10 par chiffre supplémentaire dans le format d'affichage.

* En supposant que $f(x)$ est toujours calculé avec précision au nombre de chiffres affichés.

Dans l'exemple précédent, l'incertitude indiquait que l'approximation ne pouvait être correcte qu'à quatre positions décimales. Mais si nous affichons rapidement les dix chiffres de l'approximation et que nous les comparons à la valeur réelle de l'intégrale (qui est en fait une approximation dont nous savons que la précision porte sur un nombre suffisant de positions décimales), nous voyons que l'approximation est finalement plus précise que ne laisserait supposer son incertitude.

Appuyez sur	Affichage	
$\boxed{x \gtrless y}$	**1,3825 00**	Approximation.
$\boxed{f}$ CLEAR $\boxed{\text{PREFIX}}$	**1382459676**	Les dix chiffres de l'approximation.

La valeur de cette intégrale, avec une précision de huit positions décimales, est égale à 1,38245969. L'approximation du calculateur a une précision de *sept* positions décimales au lieu de quatre. En fait, comme l'incertitude d'une approximation est calculée avec beaucoup de prudence, *dans la plupart des cas, l'approximation obtenue sera plus précise que ne l'indique son incertitude.* Mais il est généralement impossible de prévoir la précision d'une approximation.

La précision et l'incertitude de $\boxed{\int_y^x}$ sont décrites plus en détails à l'annexe E.

Utilisation de $\boxed{\int_y^x}$ dans un programme

La fonction $\boxed{\int_y^x}$ peut figurer comme instruction dans un programme à condition que ce ne soit pas $\boxed{\int_y^x}$ qui ait appelé le programme (comme sous-programme). En d'autres termes, $\boxed{\int_y^x}$ ne peut pas être utilisée de manière récurrente, comme par exemple, pour le calcul d'intégrales multiples ; toute tentative dans ce sens provoque l'affichage de **Error 7.** Cependant, $\boxed{\int_y^x}$ *peut* figurer comme instruction dans un sous-programme appelé par $\boxed{\text{SOLVE}}$

L'utilisation de $\boxed{\int_y^x}$ comme instruction de programme fait appel à l'un des sept niveaux d'attente du calculateur. Comme le sous-programme appelé par $\boxed{\int_y^x}$ utilise un autre retour, il ne reste que cinq niveaux. D'autre part, si la fonction $\boxed{\int_y^x}$ est exécutée au clavier, elle n'utilise aucun retour, il en reste donc six pour les sous-programmes exécutés à l'intérieur du programme appelé par $\boxed{\int_y^x}$. Rappelons que si les sept niveaux de retour sont utilisés, tout nouvel appel à un sous-programme provoque l'affichage de **Error 5** (voir page 105).

Encombrement mémoire

Le programme $\boxed{\int_y^x}$ nécessite 23 registres pour fonctionner (l'annexe C présente la procédure de leur allocation automatique). Si la mémoire ne contient pas 23 registres libres, $\boxed{\int_y^x}$ ne sera pas exécuté et le HP-15C affichera **Error 10.**

Un programme combinant $\boxed{\int_y^x}$ et $\boxed{\text{SOLVE}}$ nécessite aussi 23 registres.

Informations complémentaires

Ce chapitre vous a fourni les bases nécessaires à la bonne utilisation de $\boxed{\int_y^x}$ dans de nombreux cas pratiques. L'annexe E vous donne de plus amples détails concernant des cas particuliers de l'utilisation de $\boxed{\int_y^x}$:

- Fonctionnement de $\boxed{\int_y^x}$.
- Précision, incertitude et temps de calcul.
- Incertitude et format d'affichage.
- Obtention de l'approximation instantanée d'une intégrale.
- Risques d'erreurs.
- Facteurs de prolongation du temps de calcul.

Conditions d'erreurs

En cas d'exécution d'opérations illicites – division par zéro par exemple – le calculateur affiche **Error** suivi d'un nombre. Pour effacer un message d'erreur, appuyez sur une touche quelconque, l'affichage est alors celui précédant l'erreur.

Le HP-15C possède les messages d'erreurs suivants (la description de **Error 2** comprend une liste des formules statistiques utilisées).

Error 0 : Opérations mathématiques

$\boxed{\div}$, pour $x = 0$.

$\boxed{y^x}$, pour :

- hors du mode complexe, $y < 0$ et x est non-entier
- hors du mode complexe, $y = 0$ et $x \leqslant 0$
- en mode complexe, $y = 0$ et Re $(x) \leqslant 0$.

$\boxed{\sqrt{x}}$, pour, hors du mode complexe, $x < 0$.

$\boxed{1/x}$, pour $x = 0$.

$\boxed{\text{LOG}}$, pour :

- hors du mode complexe, $x \leqslant 0$
- en mode complexe, $x = 0$.

$\boxed{\text{LN}}$, pour :

- hors du mode complexe, $x \leqslant 0$
- en mode complexe, $x = 0$.

$\boxed{\text{SIN}^{-1}}$, pour, hors du mode complexe, $|x| > 1$.

$\boxed{\text{COS}^{-1}}$, pour, hors du mode complexe, $|x| > 1$.

$\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\div}$, pour $x = 0$.

$\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\div}$, lorsque le contenu du registre adressé = 0.

$\boxed{\Delta\%}$, lorsque le contenu du registre Y = 0.

$\boxed{\text{HYP}^{-1}}$ $\boxed{\text{COS}}$, pour, hors du mode complexe, $|x| < 1$.

$\boxed{\text{HYP}^{-1}}$ $\boxed{\text{TAN}}$, pour, hors du mode complexe, $|x| > 1$.

$\boxed{Cy,x}$ ou $\boxed{Py,x}$, pour :

- x ou y non-entier
- $x < 0$ ou $y < 0$
- $x > y$
- x ou $y \geqslant 10^{10}$.

Error 1 : Opérations matricielles

Opération autre que matricielle sur une matrice ; c'est-à-dire exécution d'une opération non-matricielle lorsqu'une matrice est présente dans le registre concerné (que ce soit X, Y ou un registre de stockage).

Error 2 : Opérations statistiques

$\boxed{\bar{x}}$ $n = 0$
$\boxed{s}$ $n \leqslant 1$
$\boxed{\hat{y},r}$ $n \leqslant 1$
$\boxed{\text{L.R.}}$ $n \leqslant 1$

Le calculateur affiche aussi **Error 2** pour une division par zéro ou la racine carrée d'un nombre négatif pendant le calcul d'une des formules suivantes :

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\Sigma y}{n}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{M}{n(n-1)}} \qquad s_y = \sqrt{\frac{N}{n(n-1)}} \qquad r = \frac{P}{\sqrt{M \cdot N}}$$

$$A = \frac{P}{M} \qquad B = \frac{M\Sigma y - P\Sigma x}{n \cdot M}$$

$$\hat{y} = \frac{M\Sigma y + P(n \cdot x - \Sigma x)}{n \cdot M}$$

où :

$$M = n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2$$

$$N = n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2$$

$$P = n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y$$

A et B sont les résultats de l'opération $\boxed{\text{L.R.}}$, lorsque $y = Ax + B$.

Error 3 : Numéro de registre ou Élément de matrice impropre

Le registre de stockage ou l'élément de matrice spécifié n'existe pas.

Error 4 : Numéro de ligne ou label impropre

Le numéro de ligne appelé n'est pas utilisé ou est inexistant (> 448) ; tentative pour charger une ligne de programme sans l'espace nécessaire ; ou label inexistant.

Error 5 :

Trop de niveaux de sous-programme (plus de sept).

Error 6 :

Numéro d'indicateur binaire impropre (supérieur à 9).

Error 7 : Appels récurrents de SOLVE ou $\int_y^x$.

Appel de $\int_y^x$ par elle-même dans un sous-programme ou appel de SOLVE par elle-même dans un sous-programme.

Error 8 :

SOLVE ne peut pas trouver de racine avec les estimations données.

Error 9 : Maintenance

L'auto-test a détecté un problème ; ou vous avez appuyé sur la mauvaise touche pendant le test du clavier (voir annexe F).

Error 10 : Mémoire insuffisante

Il n'y a pas assez de mémoire pour l'opération exécutée.

Error 11 : Dimensions de matrice impropres

Dimensions incompatibles ou dénuées de sens pour une opération matricielle : + ou −, où les dimensions sont incompatibles.

×, où :

- les dimensions sont incompatibles, ou
- le résultat est l'un des arguments.

$1/x$, où la matrice n'est pas carrée.

Scalaire/matrice [÷], où la matrice n'est pas carrée.

[÷], où :

- la matrice dans X n'est pas carrée
- les dimensions sont incompatibles ou
- le résultat est la matrice dans X.

[MATRIX] 2, où l'entrée est un scalaire ; ou le nombre de rang est impair.

[MATRIX] 3, où l'entrée est un scalaire ; ou le nombre de colonnes est impair.

[MATRIX] 4, où l'entrée est un scalaire.

[MATRIX] 5, où :

- l'entrée est un scalaire
- les dimensions sont incompatibles ou
- le résultat est un des arguments.

[MATRIX] 6, où :

- l'entrée est un scalaire
- les dimensions sont incompatibles ou
- le résultat est un des arguments.

[MATRIX] 9, où la matrice n'est pas carrée.

[RCL] [DIM] [I] où le contenu du registre index est un scalaire.

[DIM] [I], où le contenu du registre index est un scalaire.

[STO] [RESULT], où l'entrée est un scalaire.

[Py,x], où le nombre de colonnes est impair.

[Cy,x], où le nombre de rangs est impair.

Pr Error

Mémoire permanente effacée à cause d'une panne d'alimentation.

Annexe B

Pile opérationnelle et registre LAST X

Votre calculateur a été conçu pour fonctionner de la façon la plus naturelle. Comme vous avez pu le remarquer tout au long de ce manuel, il vous suffit d'effectuer les calculs comme vous le feriez à la main.

Dans certains cas, particulièrement en programmation, il vous sera nécessaire de connaître les effets d'une opération sur les registres de la pile. Les explications suivantes vous y aideront.

Fin d'introduction de données

La plupart des opérations, qu'elles soient exécutées au clavier ou comme instructions de programme, mettent fin à l'introduction d'une donnée. Ceci signifie que le calculateur sait que tout chiffre introduit après ces opérations fait partie d'un nouveau nombre.

Les seules opérations qui ne terminent pas l'entrée des données sont les touches d'introduction elles-mêmes :

[0] à [9]	[CHS]	[←]
[•]	[EEX]	

Mouvements de la pile opérationnelle

On peut considérer trois types d'opérations selon la façon dont elles affectent le contenu de la pile :

- les opérations qui interdisent les mouvements,
- les opérations qui autorisent les mouvements et
- les opérations neutres.

En mode complexe, chaque opération affecte les piles réelle et imaginaire de la même façon. De plus, le nombre entré dans le registre X *après toute opération sauf* [←] *ou* [CLx] est accompagné par le placement d'un zéro dans le registre X imaginaire.

Opérations qui interdisent les mouvements

Montée de la pile. Le calculateur dispose de quatre opérations interdisant les mouvements de la pile*. Tout nombre entré après l'une de ces opérations remplace le contenu du registre X. Ces quatre opérations sont :

$\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{CL}x}$ $\boxed{\Sigma+}$ $\boxed{\Sigma-}$

Registre X imaginaire. Le calculateur place un zéro dans le registre X imaginaire lorsqu'un nombre est entré ou rappelé à l'affichage après $\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{\Sigma+}$ ou $\boxed{\Sigma-}$. Cependant, un nombre entré ou rappelé à l'affichage après $\boxed{\leftarrow}$ ou $\boxed{\text{CL}x}$ *ne change pas* le contenu du registre X imaginaire.

Opérations qui autorisent les mouvements

Montée de la pile. La plupart des fonctions du clavier, y compris les fonctions mathématiques monadiques et diadiques telles que $\boxed{x^2}$ et $\boxed{\times}$, autorisent les mouvements de la pile. Ceci signifie qu'un nombre entré après l'une de ces opérations fera monter les contenus des registres de la pile. Ces opérations affectent les piles réelle et imaginaire.

T	*t*	*z*	*y*	*y*
Z	*z*	*y*	*x*	*x*
Y	*y*	*x*	4.0000	4.0000
X	*x*	4	4.0000	3
Touches :	4	$\boxed{\text{ENTER}}$	3	
	On suppose les mouvements autorisés.	Montée de la pile	Mouvements interdits	Pas de mouvements

* Voir note page 36.

T	y	y	y	y
Z	x	x	x	x
Y	4.0000	53.1301	53.1301	53.1301
X	3	5.0000	0.0000	7
Touches :	g →P	g CLx	7	
		Mouvements autorisés	Mouvements interdits	Pas de mouvement

Registre X imaginaire. Toutes les fonctions autorisant les mouvements de la pile provoquent le placement d'un zéro dans le registre X imaginaire *lors de l'introduction ou du rappel d'un nombre.*

Opérations neutres

Montée de la pile. Certaines opérations, telles que FIX, sont neutres, c'est-à-dire qu'elles n'altèrent pas l'état des mouvements de la pile. Si ceux-ci ont été interdits par une pression de ENTER par exemple, appuyez sur f FIX n et introduisez un nombre ; les contenus de la pile ne seront pas déplacés. De même, si les mouvements ont été autorisés par l'exécution de $\sqrt{x}$, appuyez sur f FIX n et introduisez un nombre, les contenus de la pile seront décalés vers le haut*.

Les opérations suivantes sont neutres sur le HP-15C :

FIX	GRD	USER	R/S
SCI	GTO CHS *nnn*	CLEAR PREFIX	P/R
ENG	MEM	CLEAR REG	(i) †
DEG	BST	CLEAR Σ	
RAD	SST	PSE	

Registre X imaginaire. Les opérations ci-dessus sont aussi neutres pour le registre X imaginaire.

* Toutes les fonctions d'introduction de nombre sont aussi neutres *pendant l'introduction.* Ensuite, CHS et EEX autorisent les mouvements et ← les interdit.

† C'est-à-dire, la séquence f (i) permettant de visualiser le registre X imaginaire.

Le registre LAST X

Les opérations suivantes conservent x dans le registre LAST X:

[−]	[SIN]	[➔ H.MS]	[Py,x]*
[+]	[COS]	[➔ H]	[Cy,x]*
[×]	[TAN]	[➔ DEG]	[Σ+]
		[➔ RAD]	
[÷]	[SIN⁻¹]	[LN]	[Σ−]
[ABS]	[COS⁻¹]	[e^x]	[ŷ,r]
[FRAC]	[TAN⁻¹]	[LOG]	[MATRIX] 5 à 9
[INT]	[HYP] [SIN]	[10^x]	[$\int_y^x$] †
[RND]	[HYP] [COS]	[y^x]	
[$1/x$]	[HYP] [TAN]	[%]	
[$x!$]	[HYP⁻¹] [SIN]	[Δ %]	
[$\sqrt{x}$]	[HYP⁻¹] [COS]	[➔ P]	
[x^2]	[HYP⁻¹] [TAN]	[➔ R]	

* Sauf si utilisé avec une fonction matricielle.
† [$\int_y^x$] utilise le registre LAST X d'une façon particulière. Voir annexe E.

Allocation mémoire

L'espace mémoire

Les registres de stockage, les lignes de programme et l'exécution des fonctions mathématiques de haut niveau*, emploient tous le même espace mémoire dans le HP-15C. La *disponibilité* de mémoire pour une certaine tâche dépend de l'*allocation* courante autant que de la capacité mémoire totale du calculateur.

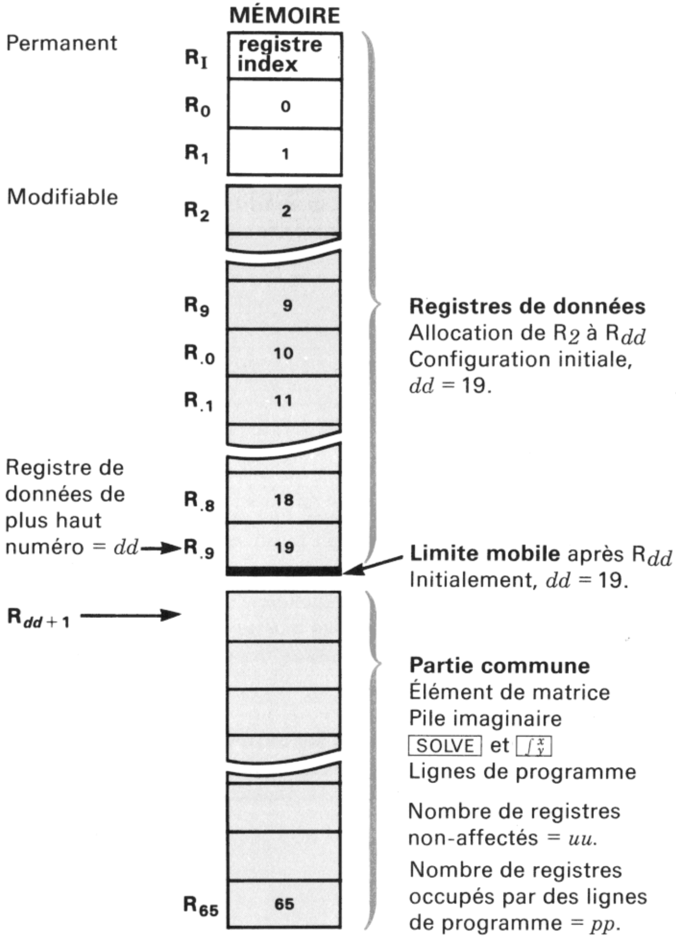
Registres

L'espace mémoire du HP-15C est divisé en *registres*. Cet espace est réparti en deux zones qui en définissent l'utilisation.

- La zone *stockage de données* ne peut servir que pour le stockage de valeurs numériques. A la mise sous tension (par défaut), elle comporte 21 registres. Contient toujours au moins 3 registres : R_I, R_0 et R_1.

- La zone *commune* contient tous les autres registres disponibles pour la programmation, les matrices, la pile imaginaire et les fonctions [SOLVE] et [$\int_y^x$]. A la mise sous tension, cette zone comporte 46 registres.

* L'utilisation de [SOLVE], [$\int_y^x$], du mode complexe ou des matrices demande un supplément temporaire de registres, comme expliqué plus loin dans cette annexe.



Mémoire totale allouable : 64 registres, numérotés de R_2 à R_{65} [$(dd-1) + uu + pp +$ (éléments de matrice) + (pile imaginaire) + (SOLVE et $\int_y^x$)] = 64. Les registres de données $R_{.0}$ à $R_{.9}$ sont appelés R_{10} à R_{19} pour l'affectation et l'adressage.

État de la mémoire (MEM)

Pour visualiser la configuration courante de la mémoire, appuyez sur g MEM et maintenez MEM enfoncée pour conserver l'affichage*. Le HP-15C affiche quatre nombres :

dd uu pp-b

où :

dd = numéro du dernier registre de la zone *données* (le nombre total de registres de données est alors $dd + 2$ à cause des registres R_0 et R_I) ;

uu = nombre de registres *non affectés* dans la zone commune ;

pp = nombre de registres contenant des *instructions de programme* et

b = nombre d'*octets* restant avant conversion d'un nouveau registre ; ce qui correspondrait à une diminution de *uu* et une augmentation de *pp*.

L'état du HP-15C à la mise sous tension est :

19 46 0–0

La limite mobile entre la zone de données et la zone commune est toujours entre R_{dd} et R_{dd+1}.

Ré-allocation mémoire

La mémoire comporte 67 registres de sept octets. Les registres R_2 à R_{65} peuvent être utilisés soit pour les données soit dans la zone commune.

Fonction DIM (i)

Si vous avez besoin de plus d'espace commun (pour des programmes par exemple) ou de plus de registres de stockage (mais pas les deux à la fois !), vous pouvez utiliser la fonction DIM (i)†. La procédure est la suivante :

---

* La fonction MEM n'est pas programmable.

† DIM (dimension) porte ce nom car elle sert en outre (avec A à E ou avec (i)) pour dimensionner des matrices. Ci-dessus, par contre, DIM sert avec (i) pour "dimensionner" la zone de données.

1. Placez *dd, le numéro du dernier registre de données que vous voulez allouer,* à l'affichage. $1 \leq dd \leq 65$. Le nombre de registres dans la partie commune sera alors ($65 - dd$).
2. Appuyez sur [f] [DIM] [(i)].

Vous avez deux façons de vérifier l'allocation :

- Appuyez sur [RCL] [DIM] [(i)] pour rappeler dans la pile le numéro du dernier registre de données alloué, *dd*, (programmable).
- Appuyez sur [g] [MEM] (voir ci-dessus) pour obtenir des informations plus complètes *(dd uu pp-b)*, (non programmable).

Appuyez sur	Affichage	
(en supposant que la mémoire programme est vide).*		
1 [f] [DIM] [(i)]	**1,0000**	Allocation de R_1, R_0 et R_I
[g] [MEM] (maintenu)	**1 64 0–0**	pour le stockage des données. Il reste 64 registres non alloués ; aucun ne contient d'instructions de programme.
19 [f] [DIM] [(i)]	**19,0000**	R_{19} ($R_{.9}$) est le registre de
[RCL] [DIM] [(i)]	**19,0000**	données de plus haut numéro. Il reste 46 registres dans la zone commune.

Restrictions à la ré-allocation

La mémoire continue conserve la configuration courante jusqu'à l'exécution d'une instruction [DIM] [(i)] ou une remise à zéro (RESET) de la mémoire. Si vous essayez d'allouer un nombre inférieur à 1, $dd = 1$ ou si vous essayez d'allouer un nombre supérieur à 65, le HP-15C affiche **Error 10.**

---

* Si la mémoire programme n'est pas effacée, le nombre de registres non affectés *(uu)* est inférieur, dû à l'allocation de registres à la mémoire programme *(pp)*. Dans ce cas, *pp* serait supérieur à 0 et *b* serait variable.

Lors de la conversion de registres, remarquez que :

- Vous pouvez convertir des registres de la zone commune *s'il ne sont pas occupés*. Dans le cas contraire, le HP-15C affiche **Error 10.**
- Vous *pouvez* convertir des registres *occupés* de la zone de données, mais vous perdez ainsi les données stockées. Le HP-15C affiche **Error 3** si vous adressez un registre inexistant ou converti. Par conséquent, il est judicieux de stocker les données dans les registres de plus faible numéro, car ce seront les derniers à être convertis.

Mémoire programme

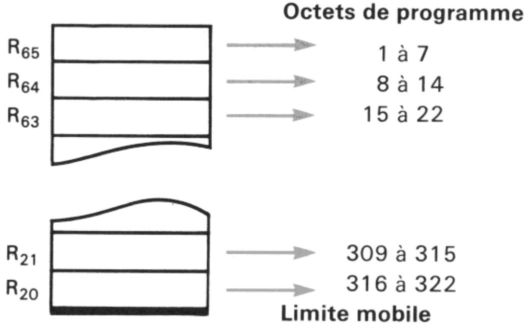
Comme indiqué précédemment, chaque registre contient sept octets. Les instructions de programmes utilisent un ou deux octets. La plupart des lignes de programme utilisent un seul octet ; celles qui en utilisent deux sont listées en page 218.

La capacité programme *maximale* du HP-15C est 448 octets (64 registres de sept octets). A la mise sous tension, la mémoire peut recevoir 322 octets de programme (46 registres de sept octets sont alloués pour les programmes).

Ré-allocation automatique de la mémoire programme

Dans la zone commune, la mémoire programme prend autant de place que nécessaire, un registre à la fois en commençant au registre de plus haut numéro.

Conversion de registres communs en mémoire programme



La première instruction de programme affecte les sept octets de R_{65} comme mémoire programme. La huitième instruction convertit le registre R_{64} et ainsi de suite, jusqu'à ce que le calculateur rencontre la limite entre les deux zones. Les registres de la zone de données (à la mise sous tension, R_{19} et en-dessous) ne sont pas disponibles pour les programmes sans ré-allocation à l'aide de DIM (i).

Instructions de programme à deux octets

Les instructions suivantes sont les seules nécessitant deux octets de la mémoire du HP-15C (toutes les autres n'en utilisent qu'un).

f LBL · *label*
f GTO · *label*
g CF (n ou I)
g SF (n ou I)
g F? (n ou I)
f FIX (n ou I)
f SCI (n ou I)
f ENG (n ou I)
f SOLVE
f $\int_y^x$

f MATRIX (0 à 9)
f $x \gtrless$ (2 à 9 ou .0 à .9)
f DSE (2 à 9 ou .0 à .9)
f ISG (2 à 9 ou .0 à .9)
STO (+, −, × ou ÷)
RCL (+, −, × ou ÷)
STO MATRIX (A à E)
STO (A à E ou (i)) en mode calcul
RCL (A à E ou (i)) en mode calcul
STO g (i)
RCL g (i)

Encombrement mémoire des fonctions mathématiques de haut niveau

Les fonctions mathématiques de haut niveau nécessitent un espace mémoire temporaire (de la zone commune).

Fonction	Registres nécessaires
SOLVE	5 } 23 si exécutées ensembles
$\int_y^x$	23 }
Pile complexe	5
Matrices	1 par élément de matrice

Pour SOLVE et $\int_y^x$, l'allocation et la désallocation, si nécessaire, ont lieu automatiquement*. La mémoire n'est par conséquent allouée que pour la durée de ces opérations.

L'espace nécessaire pour la pile imaginaire est alloué dès lors que vous appuyez sur f I, f Re≷Im ou g SF 8. La pile imaginaire est désallouée lorsque vous exécutez CF 8.

L'espace nécessaire pour les matrices n'est alloué que lorsque vous dimensionnez ces dernières (avec DIM). Le redimensionnement d'une matrice provoque une ré-allocation. MATRIX 0 dimensionne *toutes* les matrices à 0×0.

* Si vous interrompez un programme SOLVE ou $\int_y^x$ *en cours d'exécution* en appuyant sur une touche, vous pouvez désallouer ses registres en appuyant sur g RTN ou f CLEAR PRGM en mode calcul.

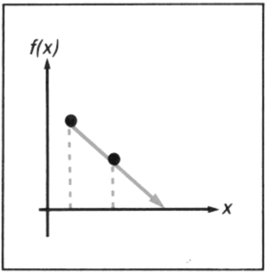
Détails sur la fonction $\boxed{\text{SOLVE}}$

Le chapitre 13 contient les informations de base pour l'utilisation de la fonction $\boxed{\text{SOLVE}}$. La présente annexe offre des informations plus détaillées sur le fonctionnement de $\boxed{\text{SOLVE}}$.

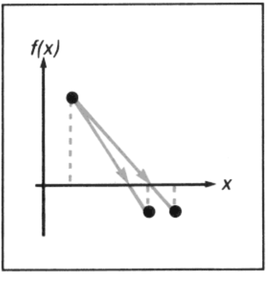
Principe de fonctionnement de $\boxed{\text{SOLVE}}$

Pour bien utiliser $\boxed{\text{SOLVE}}$, quelques connaissances de base sur le fonctionnement de l'algorithme sont nécessaires.

En cherchant la solution (0) d'une fonction donnée, l'algorithme utilise la valeur de la fonction pour deux ou trois des estimations précédentes de façon à approcher la courbe de la fonction. Cette forme lui sert à "prédire" une nouvelle valeur ou estimation où la courbe pourrait intercepter l'axe des x. Le sous-programme évalue ensuite la fonction avec cette nouvelle valeur. Cette procédure est reprise plusieurs fois par l'algorithme de $\boxed{\text{SOLVE}}$.



Si deux estimations donnent des résultats de signes opposés, l'algorithme comprend que la courbe de la fonction doit intercepter l'axe des x au moins une fois entre ces deux estimations. L'algorithme resserre systématiquement l'intervalle jusqu'à ce qu'il trouve la racine de l'équation.



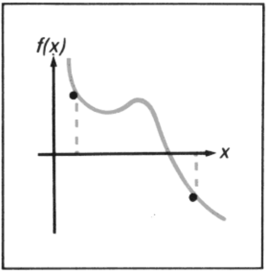
On obtient une racine lorsque la fonction calculée a une valeur nulle ou si deux estimations dont la différence entre les dixièmes chiffres significatifs est inférieure à un, donnent des résultats de signes opposés. Dans ce cas, l'exécution s'arrête et le calculateur affiche l'estimation.

Comme nous l'avons vu précédemment (chapitre 13, page 186), la présence d'autres situations dans le processus itératif indique que l'équation ne peut pas être résolue. Dans ce cas, il est logiquement impossible de prédire une nouvelle valeur rapprochant la fonction de 0. Il en résulte **Error 8.**

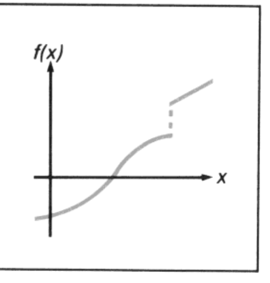
Notez que les estimations que vous fournissez au départ servent à lancer le processus de "prévision". Si les estimations sont bien choisies, les prédictions seront plus exactes et par conséquent la racine plus facile à trouver.

L'algorithme [SOLVE] trouvera *toujours* une racine, en admettant qu'il y en ait une, si l'une des quatre conditions suivantes est remplie :

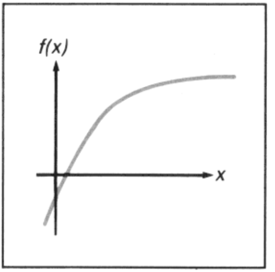
- Deux estimations quelconques donnent des résultats de signes opposés.



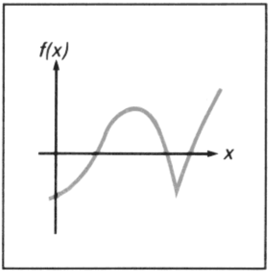
- La fonction est monotone, ce qui signifie que *f(x)* décroît ou croît chaque fois que *x* croît.



- La courbe de la fonction est totalement convexe ou totalement concave.



- Les seuls minima et maxima locaux de la courbe de la fonction apparaissent entre deux zéros adjacents de la fonction.



On suppose par ailleurs que l'algorithme SOLVE n'est pas interrompu par une opération incorrecte ou par un dépassement de capacité.

Précision de la racine

La touche SOLVE effectue des calculs de racine précis. Si on applique le résultat affiché en fin d'opération à la fonction calculée, on obtient une valeur nulle avec une précision de deux ou trois unités sur le dixième chiffre significatif.

Dans la plupart des cas, la racine calculée est une estimation précise de la racine théorique (infiniment précise) de l'équation. Cependant, il peut arriver que le calculateur donne un résultat apparemment différent de la valeur théorique prévue.

Si le résultat d'un calcul est inférieur à $1{,}000000000 \times 10^{-99}$, il est considéré comme égal à zéro. C'est ce qu'on appelle un dépassement inférieur de capacité. Si cela se produit dans un domaine de valeurs de x et que ce dépassement influe sur la valeur de la fonction, la racine trouvée dans ce domaine risque d'être imprécise. Par exemple, l'équation

$$x^4 = 0$$

a une racine pour $x = 0$. Du fait du dépassement inférieur de capacité, la racine obtenue par $\boxed{\text{SOLVE}}$ est égale à $1{,}5060 \times 10^{-25}$ (en partant d'estimations égales à 1 et 2). Prenons un autre exemple et considérons l'équation

$$1 / x^2 = 0$$

dont la racine a une valeur infinie. A cause du dépassement inférieur de capacité, la racine obtenue par $\boxed{\text{SOLVE}}$ est égale à $3{,}1707 \times 10^{49}$ (en partant d'estimations égales à 10 et 20). Dans chacun de ces exemples, l'algorithme a trouvé une valeur de x pour laquelle la fonction calculée s'annule. Ces résultats sont faciles à interpréter si l'on connaît les effets d'un dépassement inférieur de capacité.

La précision d'un résultat peut parfois être mise en cause par une erreur d'arrondi qui consiste à tronquer à 10 chiffres significatifs un nombre infiniment précis. Si votre sous-programme demande une extrême précision pour calculer correctement la fonction dans un certain domaine de valeurs de x, le résultat fourni par $\boxed{\text{SOLVE}}$ risque d'être faux. Ainsi, l'équation

$$|x^2 - 5| = 0$$

a pour racine $x = \sqrt{5}$. Comme il n'existe pas de nombre à 10 chiffres *exactement* égal à $\sqrt{5}$, $\boxed{\text{SOLVE}}$ entraîne une **Erreur 8** (quelles que soient les estimations initiales) puisque la fonction n'est jamais égale à zéro ni ne change de signe. D'autre part, l'équation

$$[(|x| + 1) + 10^{15}]^2 = 10^{30}$$

n'a pas de racine puisque le côté gauche de l'équation est toujours supérieur au côté droit. Mais à cause de l'arrondi effectué dans le calcul de l'équation :

$$f(x) = [(|x| + 1) + 10^{15}]^2 = 10^{30}$$

on trouve la racine 10000 avec des estimations initiales de 1 et 2. Si vous savez qu'il s'agit d'une erreur d'arrondi, vous pouvez en tenir compte dans l'évaluation des résultats obtenus et peut-être ré-écrire la fonction afin d'en réduire les effets.

Dans de nombreux cas pratiques, les paramètres d'une équation – ou l'équation elle-même – ne sont que des *approximations*. Les paramètres physiques ont une précision (ou imprécision) intrinsèque. Les représentations mathématiques des processus physiques ne sont que des modèles de ces processus dont la précision est fonction de la véracité des hypothèses sur lesquelles ils reposent. Mais vous pouvez tirer profit de ces imprécisions si vous en êtes conscient. En concevant votre sous-programme de telle manière qu'il vous rende une fonction nulle lorsque la valeur calculée est négligeable en pratique, vous pouvez en général réduire considérablement le temps de calcul des racines par SOLVE, plus particulièrement dans les cas où ceux-ci seraient longs.

Exemple : Un lanceur de disque lance d'habitude son disque à des distances de 105 mètres. Aujourd'hui, il bat son record et l'envoie à 107 mètres. Combien de temps faut-il à son disque pour atteindre 107 mètres ?

Solution : La solution recherchée est la valeur de t pour laquelle $h = 107$. Le sous-programme de la page 184 calcule la hauteur du jet ; il peut vous servir en outre à calculer :

$$f(t) = h(t) - 107$$

Le sous-programme suivant calcule $f(t)$:

Appuyez sur	**Affichage**	
g P/R	000–	Mode programme.
f LBL B	001–42.21.12	Nouveau label.
GSB A	002– 32 11	Calcule $h(t)$.
1	003– 1	
0	004– 0	
7	005– 7	Calcule $h(t) - 107$
−	006– 30	
g RTN	007– 43 32	

Pour trouver le premier temps t auquel la hauteur est égale à 107 m, prenez comme estimations initiales 0 et 1 et exécutez [SOLVE] avec [B]

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul
0 [ENTER]	0,0000	Estimations initiales
1	1	
[f] [SOLVE] [B]	4,1718	Racine cherchée
[R↓]	4,1718	Estimation précédente.
[R↓]	0,0000	Valeur de $f(t)$ pour la racine.

Le disque met donc 4,1718 secondes pour atteindre une hauteur de 107 m (et le calculateur met environ une minute pour trouver cette solution). Supposons que la fonction $h(t)$ ne soit précise qu'au mètre près. Vous pouvez modifier votre sous-programme de manière qu'il vous donne $f(t) = 0$ lorsque la valeur calculée de $f(t)$ est inférieure à 0,5 mètre. Effectuez les changements suivants dans votre programme :

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	000–	Mode programme
[GTO] [CHS] 006	006– 30	Ligne avant [RTN]
[g] [ABS]	007– 43 16	Valeur absolue de $f(t)$
[·]	008– 48	Précision
5	009– 5	
[g] [TEST] 7	010–43.30. 7	Test $x > y$ et donne 0 si
[g] [CLx]	011– 43 35	précision > valeur absolue
[g] [TEST] 0	012–43.30. 0	Test $x \neq 0$
[g] [LSTx]	013– 43 36	Rappelle $f(t)$ si la valeur est non nulle.

Ré-exécutez [SOLVE] :

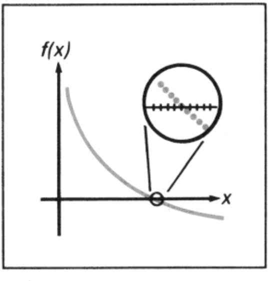
Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul
0 [ENTER]	0,0000	Estimations initiales
1	1	
[f] [SOLVE] [B]	4,0681	Racine cherchée
[R↓]	4,0681	Estimation précédente
[R↓]	0,0000	Valeur de la fonction *f(t)* modifiée pour la racine.

Au bout de 4,0681 secondes, le disque a atteint une hauteur de 107 ± 0,5 mètres. Cette solution est correcte bien que différente du résultat précédent, compte tenu de l'incertitude de l'équation de la hauteur, et elle est trouvée en deux fois moins de temps que la précédente.

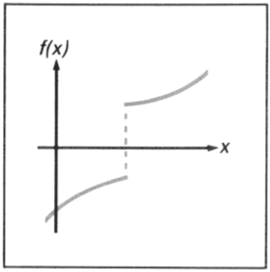
Interprétation des résultats

Les nombres placés par [SOLVE] dans les registres X, Y et Z vous permettent d'évaluer les résultats de la recherche d'une racine pour votre équation*. Ces résultats sont significatifs même si vous n'avez pas pu trouver de racine.

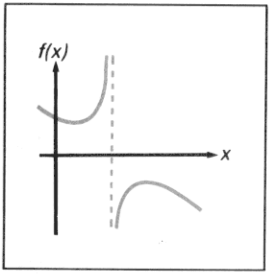
Quand [SOLVE] trouve une racine de la fonction donnée, les valeurs de la racine et de la fonction sont placées dans les registres X et Z. En principe, la fonction doit avoir une valeur nulle. Mais elle peut aussi avoir une valeur différente de zéro – et ceci est acceptable – indiquant que sa courbe coupe apparemment l'axe des x à une distance infinitésimale de la racine calculée. Dans la plupart des cas, la fonction aura une valeur relativement proche de zéro.



*Le nombre placé dans le registre T est celui qui est resté dans le registre Y à l'issue de l'exécution de votre sous-programme de calcul de fonction. En général, ce nombre n'a pas d'intérêt.



Un autre cas où SOLVE trouve une racine pour une valeur de fonction non nulle mérite d'être souligné. Si la courbe de la fonction présente une discontinuité à travers l'axe des x, SOLVE donne comme racine une valeur de x adjacente à la discontinuité. Cette solution est raisonnable puisqu'un grand changement dans la valeur de la fonction entre deux valeurs adjacentes de x peut résulter d'une transition continue très rapide. Comme l'algorithme est incapable de résoudre ce problème, il affiche la racine et la soumet à votre interprétation.



Une fonction peut avoir un *pôle* où sa valeur tend vers l'infini. Si la fonction change de signe à un pôle, la valeur correspondante de x paraît être une racine possible de l'équation comme pour toute autre discontinuité traversant l'axe des x. Mais pour ce type de fonction, la valeur de la fonction placée dans le registre Z et correspondant à la racine trouvée sera relativement grande. Si la valeur de x au pôle de la fonction correspond *exactement* sur 10 chiffres, le sous-programme essaye cette valeur et s'arrête prématurément sur une indication d'erreur ou de dépassement de capacité. Dans ce cas, l'opération SOLVE reste inachevée. On peut éviter cet ennui en plaçant judicieusement une condition dans le sous-programme.

Exemple : L'effort de cisaillement exercé sur une poutre peut être exprimé par les équations suivantes :

$$Q = \begin{cases} 3x^3 - 45x^2 + 350 & \text{pour } 0 < x < 10 \\ 1000 & \text{pour } 10 \leqslant x < 14 \end{cases}$$

où Q est l'effort de cisaillement en newtons et x la distance d'une extrémité en mètres. Écrivez un sous-programme calculant l'effort de cisaillement pour une valeur quelconque de x. Utilisez [SOLVE] pour trouver le point où l'effort de cisaillement est nul.

Solution : L'équation de l'effort de cisaillement en prenant x compris entre 0 et 10 est plus facile à programmer si on la simplifie par la méthode de Horner :

$$Q = (3x - 45)x^2 + 350 \qquad \text{pour } 0 < x < 10$$

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	**000–**	Mode programme
[f] [LBL] 2	**001–42.21. 2**	
1	**002– 1**	Teste l'intervalle de x
0	**003– 0**	
[g] [$x \leq y$]	**004– 43 10**	
[GTO] 9	**005– 22 9**	Branche pour $x \geq 10$
[g] [CLx]	**006– 43 35**	
3	**007– 3**	
[×]	**008– 20**	$3x$
4	**009– 4**	
5	**010– 5**	
[−]	**011– 30**	$(3x - 45)$
[×]	**012– 20**	
[×]	**013– 20**	$(3x - 45)x^2$
3	**014– 3**	
5	**015– 5**	
0	**016– 0**	
[+]	**017– 40**	$(3x - 45)x^2 + 350$
[g] [RTN]	**018– 43 32**	Fin du sous-programme
[f] [LBL] 9	**019–42.21. 9**	Sous-programme $x \geq 10$
[EEX]	**020– 26**	
3	**021– 3**	$10^3 = 1000$
[g] [RTN]	**022– 43 32**	Fin du sous-programme

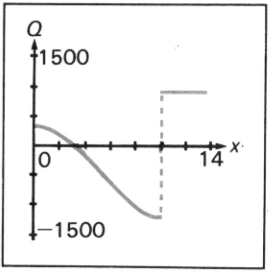
Exécutez [SOLVE] en utilisant comme estimations initiales 7 et 14 pour commencer à l'extrémité extérieure de la poutre et cherchez un point où l'effort de cisaillement est nul.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul
7 [ENTER]	**7,0000**	Estimations initiales
14	**14**	
[f] [SOLVE] 2	**10,0000**	Racine possible
[R↓] [R↓]	**1.000,0000**	Effort non nul

La valeur élevée de l'effort pour la racine trouvée par [SOLVE] indique la présence d'une discontinuité. Celle-ci correspond à un point de la poutre où l'effort passe brusquement du négatif au positif. Commencez à l'autre extrémité de la poutre (avec les estimations 0 et 7) et ré-exécutez [SOLVE].

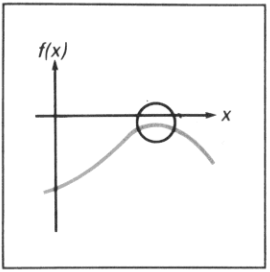
Appuyez sur	Affichage	
0 [ENTER]	**0,0000**	Estimations initiales
7	**7**	
[f] [SOLVE] 2	**3,1358**	Racine possible
[R↓] [R↓]	**2,0000 −07**	Effort négligeable

La poutre est donc soumise à un effort nul au cisaillement à environ 3,1358 mètres, effort qui subit un changement brusque à 10 mètres.



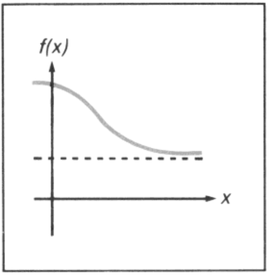
Courbe de Q en fonction de x

Si aucune racine n'a pu être trouvée et que le calculateur affiche **Error 8**, vous pouvez appuyer sur une touche quelconque pour effacer l'affichage et voir à quelle valeur de la racine la fonction se rapproche le plus de zéro. En ré-examinant les nombres placés dans les registres Y et Z, vous pouvez souvent déterminer la nature de la fonction au voisinage de la racine estimée.

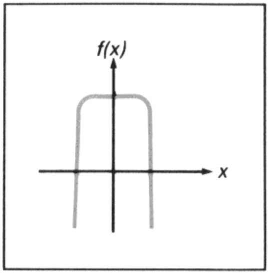


Si l'algorithme arrête sa recherche près d'un minimum local de la valeur de la fonction, effacez l'**Error 8** et observez les nombres placés dans les registres X, Y et Z en permutant les contenus de la pile. Si la valeur de la fonction dans le registre Z est relativement proche de zéro, il est possible que vous ayez trouvé une racine pour votre équation – le contenu de X peut être un nombre de dix chiffres très proche d'une racine théorique. Vous pouvez étudier de plus près ce minimum possible en permutant les contenus de la pile jusqu'à ce que les estimations soient de nouveau dans les registres X et Y et en ré-exécutant SOLVE en prenant ces nombres comme estimations initiales. Si vous avez effectivement trouvé un minimum, **Error 8** réapparaît et le nombre présent dans le registre X est pratiquement le même qu'avant, bien que peut-être plus proche du minimum réel.

Certes, vous êtes libre d'utiliser SOLVE pour trouver un minimum local de la valeur de la fonction. Mais dans ce cas, la recherche devra se limiter à la région du minimum et n'oubliez pas que SOLVE cherche à tout prix à trouver une solution de la fonction.



Si l'algorithme arrête sa recherche et affiche **Error 8** parce qu'il est sur une asymptote horizontale (cas où la fonction a une valeur constante pour une large gamme de valeurs de x), les estimations placées dans les registres X et Y sont en général très différentes. Le nombre placé dans le registre Z est la valeur de l'asymptote possible. Si vous ré-exécutez SOLVE en prenant comme estimations initiales les résultats dans les registres X et Y, une asymptote horizontale risque à nouveau de provoquer l'affichage de **Error 8**, mais avec d'autres nombres dans les registres X et Y. La valeur de la fonction dans le registre Z sera alors la même que précédemment.



Si le HP-15C affiche **Error 8** à la suite d'une recherche concentrée dans une zone locale "plate" de la fonction, les estimations placées dans les registres X et Y sont probablement trop proches ou extrêmement faibles. Ré-exécutez SOLVE en prenant comme estimations initiales les contenus de X et de Y (ou même des nombres plus éloignés l'un de l'autre). Si la valeur de la fonction ne correspond pas à un minimum ou à une constante, l'algorithme poursuit sa recherche d'un résultat plus significatif.

Exemple : Étudiez le comportement de la fonction :

$$f(x) = 3 + e^{-|x|/10} - 2e^{x^2 e^{-|x|}}$$

Entrez le sous-programme suivant pour calculer $f(x)$:

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Mode programme
f LBL . 0	001–42.21,.0	Label
g ABS	002– 43 16	
CHS	003– 16	
e^x	004– 12	$e^{-\|x\|}$
$x \gtrless y$	005– 34	Rappelle x dans le registre X.
g x^2	006– 43 11	
×	007– 20	$x^2 e^{-\|x\|}$
e^x	008– 12	
2	009– 2	
×	010– 20	
CHS	011– 16	$-2e^{x^2 e^{-\|x\|}}$
$x \gtrless y$	012– 34	Rappelle x dans le registre X.
g ABS	013– 43 16	
CHS	014– 16	
1	015– 1	
0	016– 0	
÷	017– 10	$-\|x\|/10.$
e^x	018– 12	

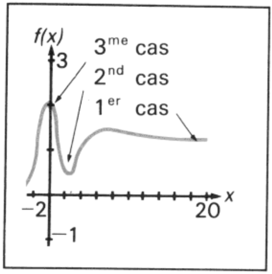
Appuyez sur	Affichage	
[+]	019– 40	$e^{-\|x\|/10} - 2\,e^{x^2 e^{-\|x\|}}$
3	020– 3	
[+]	021– 40	$3 + e^{-\|x\|/10} - 2\,e^{x^2 e^{-\|x\|}}$
[g] [RTN]	022– 43 32	Fin du sous-programme.

Utilisez maintenant [SOLVE] avec, comme estimations initiales l'*une* des valeurs suivantes : 10, 1 et 10^{-20}.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul.
10 [ENTER]	**10,0000**	Estimation unique.
[f] [SOLVE] [·] 0	**Error 8**	
[←]	**455,4335**	Meilleure valeur de x.
[R↓]	**48.026.721,85**	Valeur précédente.
[R↓]	**1,0000**	Valeur de la fonction.
[g] [R↑] [g] [R↑]	**455,4335**	
[f] [SOLVE] [·] 0	**Error 8**	
[←]	**48.026.721,85**	Autre valeur de x.
[R↓] [R↓]	**1,0000**	Valeur de la fonction (asymptote).
1 [ENTER]	**1,0000**	Estimation unique.
[f] [SOLVE] [·] 0	**Error 8**	
[←]	**2,1213**	Meilleure valeur de x.
[R↓]	**2,1471**	Valeur précédente.
[R↓]	**0,3788**	Valeur de la fonction.
[g] [R↑] [g] [R↑]	**2,1213**	
[f] [SOLVE] [·] 0	**Error 8**	
[←]	**2,1213**	Même valeur de x.
[R↓] [R↓]	**0,3788**	Même valeur de la fonction.
[EEX] [CHS] 20 [ENTER]	**1,0000 –20**	Estimation unique.
[f] [SOLVE] [·] 0	**Error 8**	
[←]	**1,0000 –20**	Meilleure valeur de x.
[R↓]	**1,1250 –20**	Estimation précédente.
[R↓]	**2,0000**	Valeur de la fonction.

g R▲ g R▲	**1,0000 −20**	
f SOLVE · 0	**Error 8**	
←	**1,1250 −20**	Même valeur de x.
R▼	**1,5626 −16**	Estimation précédente.
R▼	**2,0000**	Même valeur de la fonction.

Dans chacun de ces trois cas, SOLVE a commencé par chercher une racine dans le sens suggéré par la courbe autour de l'estimation initiale. Pour une estimation de 10, SOLVE trouve une asymptote horizontale. Pour 1, SOLVE trouve un minimum de 0,3788 à $x = 2{,}1213$. Pour 10^{-20}, la fonction est constante pour la petite gamme de valeurs de x échantillonnée.



Courbe de $f(x)$

Recherche de plusieurs racines

Beaucoup d'équations ont plusieurs racines. Aussi est-il utile de préciser quelques techniques de calcul pour ce type d'équations.

La méthode la plus simple pour calculer plusieurs racines consiste à les rechercher dans les différents domaines de x susceptibles d'en contenir. Les estimations initiales indiquent le premier domaine de x à examiner. Cette méthode est bonne et a été utilisée dans tout le chapitre 13.

Une des méthodes plus complexes est appelée *déflation*. Cette méthode consiste à "éliminer" les racines connues d'une équation. Pour cela, vous devez modifier l'équation de façon que les racines connues ne soient plus des racines mais que les autres restent des racines.

Si une fonction $f(x)$ est nulle pour $x = a$, la nouvelle fonction $f(x) / (x-a)$ ne s'approche pas de zéro dans cette zone (si a est une racine simple de $f(x) = 0$). Vous pouvez utiliser cette information pour éliminer une racine connue en ajoutant simplement quelques lignes à la fin du sous-programme de calcul. Ces lignes devront soustraire la racine connue (arrondie à 10 chiffres significatifs) de la valeur de x et diviser la fonction par cette différence. La racine sera souvent simple et la nouvelle fonction écartera SOLVE de la racine connue.

Par contre, la racine peut être *multiple.* Une racine multiple est une racine qui semble être présente répétitivement, dans le sens que, pour une telle racine, non seulement la fonction $f(x)$ coupe l'axe des **x**, mais sa pente (et parfois les dérivées d'ordre supérieur) est nulle. Si la racine connue de votre équation est de type multiple, la division par le facteur indiqué plus haut ne suffit pas pour l'éliminer. Ainsi, l'équation :

$$f(x) = x(x - a)^3 = 0$$

a une racine multiple pour $x = a$ (avec une multiplicité de 3). Cette racine n'est pas éliminée par une division de $f(x)$ par $(x - a)$ mais peut l'être par une division de $(x - a)^3$.

Exemple : En appliquant la méthode de la déflation, calculez les racines de

$$60\ x^4 - 944\ x^3 + 3003\ x^2 + 6171\ x - 2890 = 0$$

Grâce à la méthode de Horner, cette équation peut être réduite à :

$$(((60\ x - 944)\ x + 3003)\ x + 6171)\ x - 2890 = 0$$

Entrez maintenant le sous-programme d'évaluation du polynôme.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000-	Mode programme
f CLEAR PRGM	000-	
f LBL 2	001-42.21. 2	
6	002- 6	
0	003- 0	
×	004- 20	
9	005- 9	
4	006- 4	
4	007- 4	
−	008- 30	
×	009- 20	
3	010- 3	
0	011- 0	

Appuyez sur	Affichage
0	012– 0
3	013– 3
+	014– 40
×	015– 20
6	016– 6
1	017– 1
7	018– 7
1	019– 1
+	020– 40
×	021– 20
2	022– 2
8	023– 8
9	024– 9
0	025– 0
−	026– 30
g RTN	027– 43 32

En mode calcul, introduisez deux estimations initiales négatives (telles que − 10 et − 20) et calculez la racine la plus négative avec SOLVE.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
10 CHS ENTER	−10,0000	Estimations initiales.
20 CHS	−20	
f SOLVE 2	−1,6667	Première racine.
STO 0	−1,6667	Stocke la racine pour déflation.
R↓ R↓	4,0000 −06	Valeur de la fonction près de zéro.

Revenez en mode programme et ajoutez les instructions destinées à éliminer la racine que vous venez de trouver.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Mode programme.
g BST g BST	026– 30	Ligne précédant RTN.
$x \gtrless y$	027– 34	Rappelle x dans X.
RCL 0	028– 45 0	Divise la fonction par $(x - a)$ où a est la racine connue.
−	029– 30	
÷	030– 10	

Utilisez maintenant les mêmes estimations initiales pour calculer la racine suivante.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	4,0000 −06	Mode calcul.
10 CHS ENTER	−10,0000	Mêmes estimations initiales
20 CHS	−20	
f SOLVE 2	0,4000	Deuxième racine.
STO 1	0,4000	Stocke la racine pour déflation.
R↓ R↓	0,0000	Valeur de la fonction après déflation.

Vous pouvez maintenant modifier le sous-programme pour éliminer la deuxième racine.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Mode programme.
g BST g BST	030– 10	Ligne précédant RTN.
$x \gtrless y$	031– 34	Rappelle x dans X.
RCL 1	032– 45 1	Déflation pour la deuxième racine.
−	033– 30	
÷	034– 10	

Utilisez à nouveau les mêmes estimations initiales pour trouver la nouvelle racine.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	0,0000	Mode calcul.
10 CHS ENTER	−10,0000	Mêmes estimations initiales.
20 CHS	−20	
f SOLVE 2	8,4999	Troisième racine.
STO 2	8,4999	Stocke la racine pour déflation.
R↓ R↓	−1,0929 −07	Valeur de la fonction près de zéro après déflation.

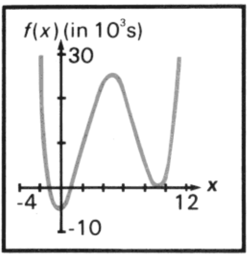
Vous pouvez maintenant modifier le sous-programme pour éliminer la troisième racine.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	000–	Mode programme.
[g] [BST] [g] [BST]	034– 10	Ligne précédant [RTN].
[$x \gtrless y$]	035– 34	Rappelle x dans X.
[RCL] 2	036 45 2	Déflation pour la troisième racine.
[−]	037– 30	
[÷]	038– 10	

Calculez la quatrième racine.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	–1,0929 –07	
10 [CHS] [ENTER]	–10,0000	Mêmes estimations initiales.
20 [CHS]	–20	
[f] [SOLVE] .2	8,5001	Quatrième racine.
[STO] 3	8,5001	Stocke la racine pour référence.
[R↓] [R↓]	–0,0009	Valeur de la fonction près de zéro après déflation.

En partant chaque fois des mêmes estimations, nous avons trouvé quatre racines pour ce polynôme du quatrième degré. Les deux dernières racines sont très proches et n'en forment en fait qu'une (avec une multiplicité de 2). C'est pourquoi cette racine n'a pas été éliminée quand vous avez essayé la déflation pour cette valeur. (A cause d'une erreur d'arrondi, la fonction d'origine a des valeurs positives et négatives très faibles lorsque x est compris entre 8,4999 et 8,5001 ; lorsque x = 8,5, la fonction est nulle.)



En général, la multiplicité de la racine à éliminer n'est pas connue d'avance. Si, après un essai d'élimination de la racine, [SOLVE] trouve la même valeur, plusieurs solutions sont possibles :

- Utilisez différentes estimations avec la fonction *défléchie* de façon à trouver une racine différente.
- Utilisez à nouveau la déflation pour tenter d'éliminer une racine multiple. Si vous ne connaissez pas la multiplicité de la racine, cette opération devra parfois être répétée plusieurs fois.
- Examinez le comportement de la fonction défléchie pour des valeurs x proches de la racine connue. Si les valeurs obtenues coupent l'axe y sans discontinuité, il doit exister une autre racine ou une plus grande multiplicité.
- Analysez algébriquement la fonction d'origine et ses dérivés. Son comportement pourra être analysé pour des valeurs x proches de la racine connue. (La multiplicité d'une racine peut être indiquée, par exemple, par la représentation d'une suite de Taylor).

Limitation du temps d'estimation

Il existe deux moyens pour limiter le temps de calcul d'une racine par SOLVE : le comptage des itérations et la spécification d'une tolérance.

Comptage des itérations

Lors de la recherche d'une racine, SOLVE échantillonne la fonction au moins une douzaine de fois et parfois une centaine ou même davantage (mais en s'arrêtant toujours d'elle-même). Comme le sous-programme de la fonction est exécuté une fois pour chaque analyse d'une estimation, il peut compter et limiter le nombre d'itérations. Il peut faire appel pour cela à l'instruction ISG qui accumulera le nombre d'itérations dans le registre Index (ou dans un autre registre de stockage).

Si, avant de lancer l'opération SOLVE, vous stockez le nombre adéquat dans le registre, votre sous-programme pourra interrompre l'algorithme SOLVE quand la limite sera atteinte ou dépassée.

Spécification d'une tolérance

Vous pouvez réduire le temps de calcul d'une racine en imposant une tolérance au calcul de votre fonction. Le sous-programme fournira une solution pour la fonction si la valeur absolue est inférieure à une tolérance donnée. L'algorithme SOLVE s'arrêtera alors et affichera la racine estimée. La tolérance indiquée devra correspondre à une valeur non négligeable dans la pratique et à la précision du calcul. Cette technique permet d'éliminer le temps nécessaire à un affinement inutile de l'estimation (voir exemple de la page 224).

Informations complémentaires

Le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C présente d'autres techniques et cas d'utilisation de SOLVE tels que :

- Utilisation de SOLVE avec des polynômes.
- Résolution d'un système d'équations.
- Recherche des limites locales d'une fonction.
- Recherche des racines complexes d'une équation.
- Utilisation de SOLVE pour les problèmes financiers.
- Utilisation de SOLVE en mode complexe.

Annexe E

Détails sur la fonction $\boxed{\int_y^x}$

Le chapitre 14 a présenté des généralités permettant d'utiliser correctement $\boxed{\int_y^x}$ dans la plupart des applications. Cette annexe présente quelques particularités de $\boxed{\int_y^x}$ qui pourront vous intéresser si vous utilisez souvent cette fonction.

Principe de fonctionnement de $\boxed{\int_y^x}$

L'algorithme de $\boxed{\int_y^x}$ calcule l'intégrale d'une fonction *f(x)* par la moyenne pondérée des valeurs de la fonction pour un grand nombre de valeurs x (appelés points échantillons) dans l'intervalle d'intégration. La précision des résultats obtenus par ce système d'échantillonnage est fonction du nombre de points considérés ; elle est d'autant plus grande que les points sont plus nombreux. Si *f(x)* pouvait être évaluée avec un nombre infini de points, l'algorithme pourrait – en négligeant les limites imposées par l'imprécision de la fonction calculée – fournir une réponse exacte.

L'évaluation de la fonction avec un nombre infini d'échantillons serait très longue (en fait infinie). Heureusement, cela est inutile car la précision maximale de l'intégrale calculée est subordonnée à la précision des valeurs obtenues pour la fonction. En n'utilisant qu'un nombre fini d'échantillons, l'algorithme peut calculer une intégrale dont la précision est satisfaisante compte tenu de l'imprécision inhérente à *f(x)*.

L'algorithme de $\boxed{\int_y^x}$ ne considère au début que quelques points d'échantillonnage et fournit des approximations relativement peu précises. Si la précision de ces approximations ne répond pas encore à celle de *f(x)*, l'algorithme est itéré (repris) avec un plus grand nombre de points d'échantillonnage. Si le résultat n'est toujours pas satisfaisant, une seconde itération est effectuée avec le double de points d'échantillonnage et ainsi de suite jusqu'à ce que l'approximation obtenue ait une précision optimale compte tenu de l'imprécision inhérente à *f(x)*.

L'incertitude de l'approximation finale est un nombre dérivé du format d'affichage indiquant l'incertitude de la fonction*. A la fin de chaque itération, l'algorithme compare l'approximation obtenue aux approximations des deux itérations précédentes. Si la différence entre l'une de ces approximations et les deux autres est inférieure à l'incertitude de l'approximation finale, l'algorithme s'arrête en plaçant l'approximation actuelle dans le registre X et son incertitude dans le registre Y.

L'algorithme est conçu de manière qu'il est extrêmement peu probable que l'erreur produite dans les trois approximations successives – c'est-à-dire la différence entre l'intégrale et l'approximation – soit supérieure à la différence qui existe entre les approximations elles-mêmes. L'erreur produite dans l'approximation finale sera donc inférieure à son incertitude**. Ainsi, bien que nous ne puissions pas connaître l'erreur de l'approximation finale, nous pouvons être certains qu'elle est inférieure à l'incertitude affichée. L'incertitude de l'approximation constitue la limite supérieure de la différence entre l'approximation et l'intégrale réelle.

Précision, incertitude et temps de calcul

La précision d'une approximation par $\boxed{\int_y^x}$ ne change pas obligatoirement si vous augmentez de *un* le nombre de chiffres spécifié par le format d'affichage. De même, le temps nécessaire au calcul d'une intégrale ne change pas forcément avec le format d'affichage.

Exemple : La fonction de Bessel de premier type du degré 4 peut être exprimé sous la forme :

$$J_4(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(4\theta - x \sin\theta)\, d\theta.$$

---

* Le rapport entre le format d'affichage, l'incertitude de la fonction et celle de l'approximation de son intégrale est décrit plus loin dans cette annexe.

** A condition que $f(x)$ ait une continuité suffisante, critère que nous allons exposer avec plus de détails plus loin dans cette annexe.

Calculez l'intégrale pour J_4 (1),

$$\int_0^\pi \cos\,(4\Theta - \sin\Theta)d\Theta$$

Placez le calculateur en mode programme et introduisez un sous-programme évaluant la fonction $f(\Theta) = \cos\,(4\Theta - \sin\Theta)$.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R	000–	Mode programme.
f CLEAR PRGM	000–	
f LBL 0	001–42.21. 0	
4	002– 4	
×	003– 20	
$x \gtrless y$	004– 34	
SIN	005– 23	
–	006– 30	
COS	007– 24	
g RTN	008– 43 32	

Remettez le calculateur en mode calcul et introduisez les limites de l'intégration dans les registres X et Y. Placez le calculateur en mode radians, format d'affichage sur SCI 2. Enfin, appuyez sur f $\int_y^x$ 0 pour estimer l'intégrale.

Appuyez sur	Affichage	
g P/R		Mode calcul.
0 ENTER	0,0000	Introduisez la limite inférieure dans Y.
g π	3,1416	Introduisez la limite supérieure dans X.
g RAD	3,1416	Mode trigonométrique en radians.
f SCI 2	3,14 00	Format d'affichage SCI 2.
f $\int_y^x$ 0	7,79 –03	Approximation de l'intégrale en SCI 2.
$x \gtrless y$	1,45 –03	Incertitude de l'approximation en SCI 2.

L'incertitude indique que les chiffres affichés de l'approximation peuvent ne pas contenir de chiffres susceptibles d'être considérés précis. En fait, cette approximation est plus précise que ne le laisse supposer son incertitude.

Appuyez sur	Affichage	
[x≷y]	**7,79 –03**	Affiche l'approximation.
[f] CLEAR [PREFIX] (maintenu)	**7785820888**	Les 10 chiffres de l'approximation en [SCI] 2.

La valeur réelle de cette intégrale dont la précision s'étend à cinq chiffres significatifs est $7{,}7805 \times 10^{-3}$. Dans cette approximation, l'erreur est environ $(7{,}7858 - 7{,}7805) \times 10^{-3} = 5{,}3 \times 10^{-6}$. Cette erreur est nettement inférieure à l'incertitude $1{,}45 \times 10^{-3}$. Cette dernière n'est qu'une *limite supérieure* de l'erreur de l'approximation ; l'erreur réelle sera en général plus faible.

Calculez maintenant l'intégrale en [SCI] 3 et comparez la précision obtenue avec la précédente.

Appuyez sur	Affichage	
[f] [SCI] 3	**7,786 –03**	Format d'affichage [SCI] 3.
[R↓] [R↓]	**3,142 00**	Permutation circulaire des contenus de la pile jusqu'à apparition de la limite supérieure dans le registre X.
[f] [∫ₓʸ] 0	**7,786 –03**	Approximation de l'intégrale en [SCI] 3.
[x≷y]	**1,448 –04**	Incertitude de l'approximation en [SCI] 3.
[x≷y]	**7,786 –03**	Rappel de l'approximation.
[f] CLEAR [PREFIX] (maintenu)	**7785820888**	Les dix chiffres de l'approximation en [SCI] 3.

Les dix chiffres des approximations en SCI 2 et SCI 3 sont identiques : la précision de l'approximation en SCI 3 n'est pas meilleure qu'en SCI 2, bien que l'incertitude en SCI 3 soit inférieure à celle de SCI 2. Pourquoi ? Rappelez-vous que la précision d'une approximation dépend essentiellement du nombre d'échantillons auxquels la fonction *f(x)* a été évaluée. L'algorithme ∫ ^x_y est répété avec un nombre croissant d'échantillons jusqu'à ce que la différence entre trois approximations successives soit inférieure à l'incertitude dérivée du format d'affichage. Après une itération donnée, la différence entre les estimations peut être en-dessous de l'incertitude au point où, même si vous réduisiez l'incertitude par un facteur de 10, celle-ci serait encore supérieure à la différence. Dans ce cas, si vous réduisez l'incertitude en augmentant de un les chiffres spécifiés dans le format d'affichage, l'algorithme n'aurait pas à considérer d'autres échantillons et l'approximation obtenue serait identique à celle résultant d'une incertitude plus grande.

Si vous avez calculé les deux approximations précédentes, vous avez pu noter que les temps de calcul étaient identiques. En effet, le temps de calcul de l'intégrale d'une fonction donnée dépend du nombre d'échantillons auxquels la fonction est évaluée pour obtenir une approximation dont la précision soit acceptable. En ce qui concerne l'approximation en SCI 3, l'algorithme n'avait pas à examiner plus d'échantillons qu'en SCI 2, par conséquent, le temps de calcul de l'intégrale n'était pas plus long.

Cependant, si vous augmentez le nombre de chiffres affichés, la fonction devra être évaluée avec des échantillons supplémentaires, ce qui prolongera le temps de calcul. Calculez maintenant la même intégrale en SCI 4.

Appuyez sur	**Affichage**	
f SCI 4	**7,7858 –03**	Affichage SCI 4.
R↓ R↓	**3,1416 00**	Descente de la pile jusqu'à apparition de la limite supérieure dans le registre X.
f ∫ ^x_y 0	**7,7807 –03**	Approximation de l'intégrale en SCI 4.

Cette approximation a pris environ deux fois plus de temps qu'en SCI 3 ou SCI 2. L'algorithme devait cette fois-ci évaluer la fonction avec le double d'échantillons environ pour obtenir une approximation dont la précision était satisfaisante. Notez, cependant, que votre patience a été récompensée puisque la précision obtenue est supérieure de presque deux chiffres à la précédente.

Les exemples précédents montrent qu'en reprenant l'approximation d'une intégrale avec différents formats d'affichage, on peut espérer obtenir une réponse plus précise mais elle ne l'est pas obligatoirement. C'est la fonction qui décide et le seul moyen de savoir si la précision peut être améliorée est d'essayer.

D'autre part, la précision ne peut être améliorée qu'au détriment du temps de calcul qui devient deux fois plus long. Il faudra tenir compte de ce compromis précision/temps lorsque vous voudrez diminuer l'incertitude dans l'espoir d'obtenir une réponse plus précise.

Le temps nécessaire au calcul de l'intégrale d'une fonction donnée ne dépend pas seulement du nombre de chiffres spécifiés dans le format d'affichage mais aussi, dans une certaine mesure, des limites de l'intervalle d'intégration. Si le calcul d'une intégrale est trop long, la longueur de l'intervalle d'intégration (c'est-à-dire la distance entre les limites) risque d'être trop grande par rapport à certaines caractéristiques de la fonction à intégrer. Cependant, dans la plupart des cas, vous n'avez pas à vous soucier des effets des bornes de l'intervalle d'intégration sur le temps de calcul. Nous reprendrons ces considérations plus loin, avec quelques exemples où les limites risquent d'accroître inutilement le temps de calcul et nous verrons comment traiter ces situations.

Incertitude et format d'affichage

A cause de l'erreur d'arrondi, le sous-programme que vous avez écrit pour calculer $f(x)$ calcule en fait :

$$f(x) = f(x) \pm \delta_1 (x).$$

où $\delta_1 (x)$ est l'incertitude de $f(x)$ due à l'erreur d'arrondi. Si $f(x)$ concerne une situation physique, la fonction que vous voulez intégrer n'est pas $f(x)$ mais :

$$F(x) = f(x) \pm \delta_2(x),$$

où $\delta_2(x)$ est l'incertitude liée à $f(x)$ et due à l'approximation de la situation physique réelle.
Comme $f(x) = \hat{f}(x) \pm \delta_1(x)$, la fonction à intégrer est :

$$F(x) = \hat{f}(x) \pm \delta_1(x) \pm \delta_2(x)$$

ou

$$F(x) = \hat{f}(x) \pm \delta(x),$$

où $\delta(x)$ est l'incertitude nette liée à la fonction $\hat{f}(x)$.
Donc, l'intégrale à calculer est :

$$\int_a^b F(x)\,dx = \int_a^b [\hat{f}(x) \pm \delta(x)]\,dx$$

$$= \int_a^b \hat{f}(x)\,dx \pm \int_a^b \delta(x)\,dx$$

$$= I \pm \Delta$$

où I est l'approximation de $\int_a^b F(x)\,dx$ et Δ est l'incertitude liée à l'approximation. L'algorithme $\boxed{\int_y^x}$ place le nombre I dans le registre X et le nombre Δ dans le registre Y.
L'incertitude $\delta(x)$ de $\hat{f}(x)$, la fonction calculée par votre sous-programme s'obtient de la manière suivante. Supposons que les valeurs de la fonction doivent être précises à trois chiffres, vous utilisez donc le format $\boxed{\text{SCI}}$ 2. Vous n'aurez alors à l'affichage que les chiffres précis de la mantisse des valeurs de la fonction, soit : **1,23 −04**.
Le format d'affichage arrondissant le contenu de X au nombre affiché, l'incertitude sur les valeurs de la fonction devient $\pm 0{,}005 \times 10^{-4} = \pm 0{,}5 \times 10^{-2} \times 10^{-4} = \pm 0{,}5 \times 10^{-6}$. Donc, si vous choisissez le format d'affi-

chage $\boxed{\text{SCI}}$ n ou $\boxed{\text{ENG}}$ n, où n est un entier*, l'incertitude des valeurs de la fonction est égale à :

$$\delta(x) = 0{,}5 \times 10^{-n} \times 10^{m(x)}$$
$$= 0{,}5 \times 10^{-n + m(x)}$$

Dans cette formule, n est le nombre de chiffres spécifiés par l'affichage et $m(x)$ est l'exposant de la valeur de la fonction pour x que l'on obtiendrait si la valeur était affichée en format $\boxed{\text{SCI}}$.

L'incertitude est proportionnelle au facteur $10^{m(x)}$ qui représente l'ordre de grandeur de la valeur de la fonction pour x. Les formats d'affichage $\boxed{\text{SCI}}$ et $\boxed{\text{ENG}}$ impliquent donc une incertitude *relative* à l'ordre de grandeur de la fonction.

De même, si la valeur d'une fonction est affichée en $\boxed{\text{FIX}}$ n, l'arrondi de l'affichage implique que l'incertitude inhérente aux valeurs de la fonction est égale à :

$$\delta\ (x) = 0{,}5 \times 10^{-n}$$

Comme cette incertitude est indépendante de l'ordre de grandeur de la fonction, le format $\boxed{\text{FIX}}$ implique une incertitude *absolue.*

Chaque fois que l'algorithme $\boxed{\int_y^x}$ échantillonne la fonction à une valeur de x, il examine également un échantillon de $\delta\ (x)$, l'incertitude de la fonction pour x. Pour effectuer ce calcul, il utilise le nombre de chiffres n du format d'affichage et (si le format est $\boxed{\text{SCI}}$ ou $\boxed{\text{ENG}}$) la grandeur

---

* Bien que $\boxed{\text{SCI}}$ 8 ou 9 donne généralement le même *affichage* que $\boxed{\text{SCI}}$ 7, l'incertitude de l'intégrale calculée est plus faible (ceci est aussi vrai pour les formats $\boxed{\text{ENG}}$). Une valeur négative de n (définie par le registre Index) affectera aussi l'incertitude d'un calcul $\boxed{\int_y^x}$. La valeur minimale de n qui affectera l'incertitude est −6. Tout nombre inférieur à −6 dans R_I sera interprété comme −6.

$m(x)$ de la valeur de la fonction pour x. Le nombre Δ, incertitude de l'approximation de la fonction calculée est l'intégrale de $\delta\,(x)$.

$$\Delta = \int_a^b \delta(x)\,dx$$

$$= \int_a^b [0{,}5 \times 10^{-n+m(x)}]\,dx.$$

Pour calculer cette intégrale, l'algorithme utilise les échantillons de $\delta\,(x)$ d'une manière sensiblement analogue à celle qu'il utilise pour calculer l'approximation de l'intégrale de la fonction à l'aide des échantillons de $\hat{f}(x)$.

Comme Δ est proportionnel au facteur 10^{-n}, l'incertitude d'une approximation change d'un facteur de 10 environ pour chaque chiffre spécifié dans le format d'affichage. Ceci n'est généralement pas exact en format SCI ou ENG car le changement du nombre de chiffres spécifiés dans le format suppose que l'évaluation soit effectuée avec différents échantillons de sorte que $\delta\,(x) \sim 10^{m(x)}$ aurait différentes valeurs.

Remarquez que si une intégrale est approchée en format FIX, $m(x) = 0$ et l'incertitude obtenue dans l'approximation est :

$$\Delta = 0{,}5 \times 10^{-n}\,(b - a).$$

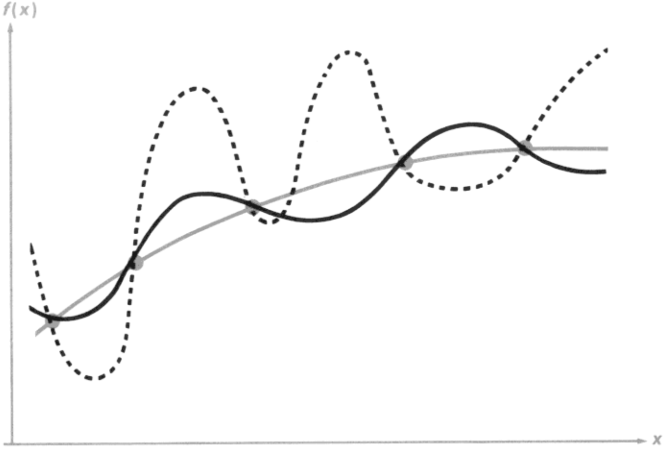
En principe, vous n'êtes pas obligé de déterminer avec précision l'incertitude de la fonction, car cela suppose souvent des analyses très compliquées. Il est plus facile d'utiliser SCI ou ENG si l'incertitude des valeurs de la fonction peut être plus facilement estimée comme une incertitude *relative*. Par contre, s'il est plus facile d'évaluer l'incertitude des valeurs d'une fonction comme une incertitude *absolue*, il est préférable d'utiliser le format FIX. Ce format n'est pas recommandé (car il conduit à des résultats inattendus) pour les intégrations de fonctions ayant des valeurs *et* une incertitude extrêmement faibles dans tout l'intervalle d'intégration. De même, le format SCI n'est pas recommandé si la valeur de la fonction devient beaucoup plus petite que son incertitude. Si les résultats du calcul d'une intégrale vous semblent étranges, il est préférable de changer de format.

Causes possibles de résultats incorrects

Bien que l'algorithme $\boxed{\int_y^x}$ utilisé dans votre HP-15C soit l'un des meilleurs qui existent, il peut dans certains cas donner des résultats erronés. *Cette possibilité est néanmoins très faible.* L'algorithme $\boxed{\int_y^x}$ fournit des résultats exacts avec pratiquement toutes les fonctions continues. Seules les fonctions dont le comportement est extrêmement erratique présentent un risque d'erreur. Ces fonctions sont rares dans les problèmes liés à des situations physiques réelles ; par ailleurs on peut généralement les reconnaître et les traiter directement.

Comme nous l'avons vu en page 240, l'algorithme $\boxed{\int_y^x}$ échantillonne la fonction $f(x)$ pour différentes valeurs de x dans l'intervalle d'intégration. En calculant une moyenne pondérée des valeurs de la fonction aux points échantillons, l'algorithme approche l'intégrale de $f(x)$.

Malheureusement, comme l'algorithme ne sait rien sur $f(x)$ si ce n'est les valeurs que prend la fonction aux points échantillons, il ne peut pas faire la différence entre $f(x)$ et une fonction quelconque coïncidant avec $f(x)$ aux points échantillons. Cette situation est décrite dans le schéma suivant qui représente (sur une partie de l'intervalle d'intégration) trois parmi les nombreuses fonctions dont les graphes passent par tous les points d'échantillons.



Avec ce nombre de points d'échantillons, l'algorithme effectue le même calcul pour l'intégrale de toutes les fonctions représentées. Les intégrales réelles des fonctions tracées en trait plein sont pratiquement identiques, l'approximation sera donc relativement précise si *f(x)* est l'une de ces fonctions. Par contre, l'intégrale réelle de la fonction tracée en pointillés est très différente de celles des autres, par conséquent l'approximation réelle sera plutôt imprécise si cette fonction est *f(x)*.

L'algorithme $\boxed{\int_y^x}$ détermine le comportement général de la fonction en l'échantillonnant en de nombreux points. Si une fluctuation de la fonction dans une zone limitée n'est pas trop différente du comportement général de la fonction sur l'intervalle d'intégration, au cours d'une des itérations, l'agorithme détectera la fluctuation. Dans ce cas, il augmentera le nombre de points échantillons jusqu'à ce que des itérations successives fournissent des approximations qui tiennent compte des variations rapides, elles aussi *caractéristiques*.

Considérez par exemple, l'approximation de :

$$\int_0^\infty xe^{-x}dx.$$

Comme vous évaluez cette intégrale numériquement, vous allez (à tort, nous le verrons plus loin) représenter la limite supérieure de l'intervalle d'intégration par 10^{99} – qui est pratiquement le plus grand nombre que vous puissiez introduire dans le calculateur. Que va-t-il se passer ?

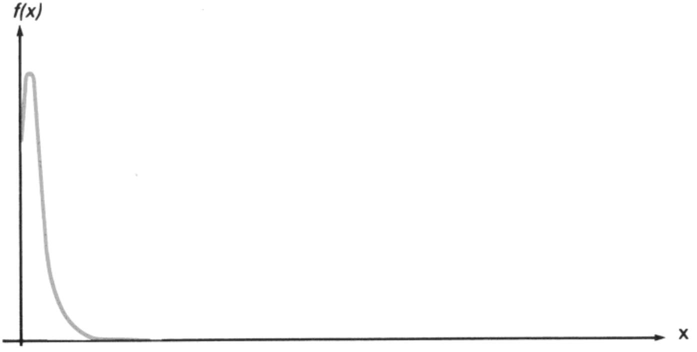
Introduisez le sous-programme évaluant la fonction $f(x) = xe^{-x}$.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]	000	Mode programme.
[f] [LBL] 1	001–42.21. 1	
[CHS]	002– 16	
[e^x]	003– 12	
[×]	004– 20	
[g] [RTN]	005– 43 32	

Revenez en mode calcul, définissez le format d'affichage à [SCI] 3 et entrez les limites d'intégration dans les registres X et Y.

Appuyez sur	Affichage	
[g] [P/R]		Mode calcul.
[f] [SCI] 3		Format d'affichage [SCI] 3.
0 [ENTER]	0,000 00	Limite inférieure dans Y.
[EEX] 99	1 99	Limite supérieure dans X.
[f] [∫ˣᵧ] 1	0,000 00	Approximation de l'intégrale.

La réponse est franchement incorrecte puisque l'intégrale réelle de $f(x) = xe^{-x}$ entre 0 et ∞ est exactement égale à 1. Cette erreur n'est *pas* due au fait que nous avons représenté ∞ par 10^{99} puisque l'intégrale réelle de la fonction entre 0 et 10^{99} est très proche de 1. La raison de l'erreur est facile à comprendre si vous considérez le graphe de $f(x)$ dans l'intervalle d'intégration :

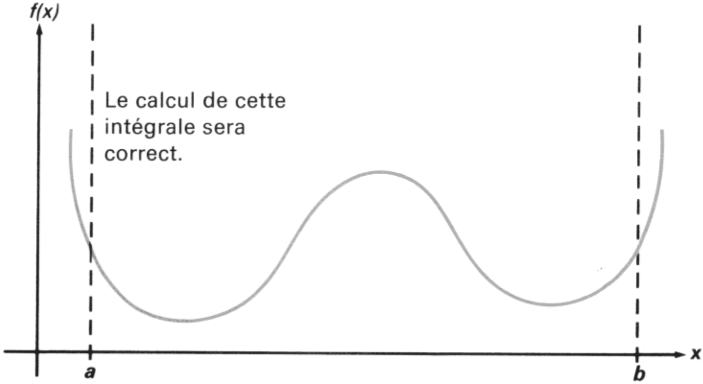


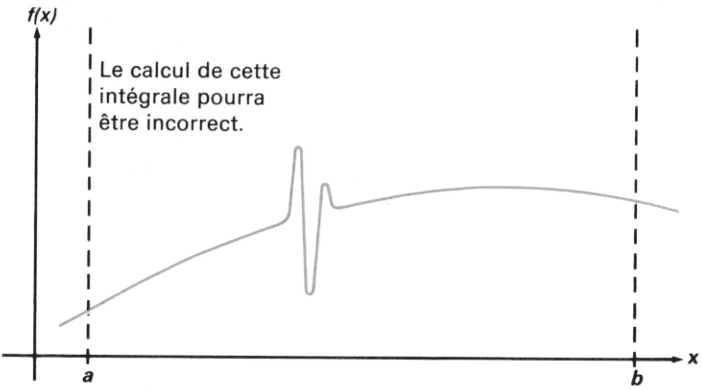
Ce graphe présente un pic très voisin de l'origine (en fait pour les besoins de l'illustration, la largeur du pic a été considérablement exagérée. A l'échelle réelle de l'intervalle d'intégration, ce pic ne pourrait pas se distinguer de l'axe vertical du graphe). Comme aucun échantillon n'a pu faire apparaître le pic, l'algorithme a supposé que $f(x)$ était constamment nul dans tout l'intervalle d'intégration. Même en augmentant le nombre de points en format SCI 9, aucun des points supplémentaires n'aurait pu faire découvrir ce pic dans la fonction, dans l'intervalle considéré. Une meilleure approche de ce type de problème est proposée en page 254.

Nous avons vu comment l'algorithme de $\int_y^x$ pouvait donner des résultats erronés lorsque $f(x)$ présente une fluctuation localisée non caractéristique de son comportement général. Heureusement, ces fonctions sont tellement rares qu'il est peu probable que vous ayez à en intégrer une sans le savoir.

Les fonctions pouvant conduire à des résultats erronés peuvent être identifiées par le sens de leurs variations et de celles de leurs dérivés de degré inférieur dans l'intervalle d'intégration. En principe, l'algorithme $\int_y^x$ s'arrête d'autant plus rapidement et l'approximation obtenue est d'autant moins fiable que les variations sont plus rapides dans la fonction ou ses dérivés et que le degré de ces dérivés est plus bas.

Notez que le sens des variations de la fonction (ou de ses dérivés de degré inférieur) doit être déterminé par rapport à la largeur de l'intervalle d'intégration. Avec un nombre donné de points échantillons, une fonction $f(x)$ ayant trois pics peut être mieux caractérisée par ses échantillons si les trois pics se répartissent sur pratiquement tout l'intervalle d'intégration que s'ils sont concentrés sur une petite partie de cet intervalle (ces deux situations sont illustrées dans les schémas suivants). Si nous considérons les fluctuations ou pics comme une sorte d'oscillation à l'intérieur de la fonction, le critère à prendre en considération est le rapport entre la période des oscillations et la largeur de l'intervalle : l'algorithme s'arrêtera d'autant plus rapidement et l'approximation sera d'autant plus fiable que ce rapport sera plus élevé.





En principe, vous devez connaître suffisamment la fonction à intégrer pour savoir si elle présente des fluctuations brusques dans l'intervalle d'intégration. Si vous ne connaissez pas la fonction et que vous la soupçonnez de poser des problèmes, vous pouvez rapidement tracer quelques points en évaluant cette fonction à l'aide du sous-programme que vous avez écrit à cet effet.

Si, pour une raison quelconque, vous doutez de l'exactitude de l'approximation obtenue, il existe un moyen très simple pour la vérifier : divisez l'intervalle d'intégration en deux sous-intervalles ou plus, intégrez la fonction dans chaque sous-intervalle puis additionnez les résultats. Votre fonction sera alors échantillonnée pour un nouvel ensemble de points, susceptibles de mieux révéler les pics cachés. Si l'approximation initiale était exacte, elle sera égale à la somme des approximations calculées dans les sous-intervalles.

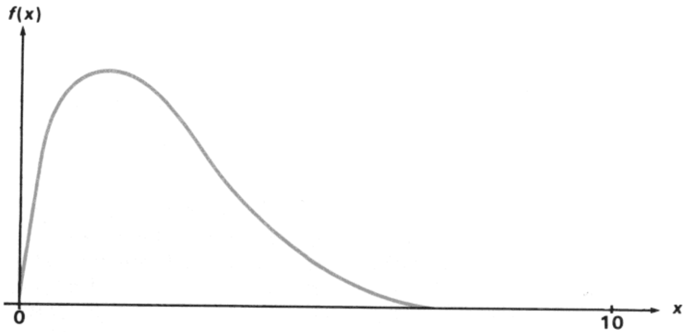
Causes de prolongation du temps de calcul

Dans l'exemple précédent (page 251), la réponse fournie par l'algorithme était fausse puisque la variation brusque n'a pas été détectée ; celle-ci était trop courte par rapport à la largeur de l'intervalle d'intégration. Vous pouvez réduire la largeur de l'intervalle pour corriger ce problème, mais si l'intervalle était encore trop grand, le temps perdu serait énorme.

Pour certaines intégrales telles que la précédente, le temps de calcul risque d'être inutilement prolongé par le fait que la largeur de l'intervalle d'intégration est trop grande pour certaines caractéristiques de la fonction à intégrer. Prenons une intégrale dont l'intervalle d'intégration est suffisamment large pour demander un temps de calcul long mais pas assez pour donner un résultat correct. Notons que, comme $f(x) = xe^{-x}$ se rapproche de 0 très rapidement lorsque x s'approche de ∞, l'effet sur l'intégrale de la fonction pour des valeurs de x très élevées est négligeable. Nous pouvons donc calculer l'intégrale en remplaçant ∞, la limite supérieure par un nombre inférieur à 10^{99} ; choisissons 10^3.

Appuyez sur	Affichage	
0 ENTER	0,000 00	Limite inférieure dans Y.
EEX 3	1 03	Limite supérieure dans X.
f $\int_y^x$ 1	1,000 00	Approximation de l'intégrale.
$x \gtrless y$	1,824 −04	Incertitude de l'approximation.

La réponse obtenue est correcte mais le temps de calcul est très long. Ceci peut s'expliquer en comparant le graphe de la fonction dans l'intervalle d'intégration avec celui de la fonction pour des valeurs de x entre 0 et 10.



Si vous comparez les deux graphes, vous voyez que la fonction n'est "intéressante" que pour des valeurs faibles de x. Lorsque x prend des valeurs plus élevées, la fonction n'est plus intéressante puisqu'elle décroît de manière continue de façon prévisible.

Nous avons vu que l'algorithme de $\boxed{\int_y^x}$ échantillonnait la fonction en augmentant progressivement la densité des points d'échantillons jusqu'à ce que la différence entre approximations successives soit suffisamment faible. En d'autres termes, l'algorithme échantillonne la fonction avec un nombre croissant de points jusqu'à ce qu'il dispose d'informations suffisantes sur la fonction pour pouvoir fournir une approximation qui changerait très peu si vous augmentiez encore le nombre de points d'échantillons.

En posant l'intervalle d'intégration = (0,10) pour que l'algorithme n'ait à échantillonner la fonction qu'à des valeurs où elle est intéressante mais relativement continue, les points d'échantillons, après les premières itérations, n'apporteraient aucune nouvelle information sur le comportement de la fonction. Par conséquent, quelques itérations suffiraient pour réduire la différence entre approximations successives à une valeur où l'algorithme puisse s'arrêter et fournir une approximation dont la précision soit satisfaisante.

Par contre, si l'intervalle d'intégration ressemblait davantage à celui du graphe précédent, la plupart des points d'échantillons se trouverait dans une région où la pente de la fonction ne varierait pas sensiblement. Les quelques points d'échantillons correspondant à des valeurs faibles de x feraient apparaître un changement notable dans la fonction, d'une itération à l'autre. Par conséquent, la fonction devrait être évaluée à des points supplémentaires avant que la différence entre approximations successives ne soit suffisamment faible.

Pour pouvoir approcher l'intégrale avec la même précision dans les grands et les petits intervalles d'intégration, il faut que la densité des points d'échantillons soit la même dans la région où la fonction est intéressante. Or, si l'intervalle est plus grand, le nombre total de points nécessaires pour obtenir la même densité est plus élevé. Les itérations doivent donc être plus nombreuses dans les grands intervalles pour atteindre la même précision que dans les petits, ce qui prolonge considérablement le temps de calcul de l'intégrale.

Comme le temps de calcul dépend du moment où les points d'échantillons atteignent une certaine densité dans la région où la fonction est intéressante, le calcul de l'intégrale d'une fonction sera d'autant plus long que l'intervalle d'intégration comprendra plus de régions où la fonction n'est pas intéressante. Heureusement, dans ces calculs, vous pouvez modifier le problème de manière à réduire considérablement le temps de calcul. Deux techniques sont disponibles : la division de l'intervalle d'intégration et la transformation des variables. Ces méthodes vous permettent de changer la fonction ou les limites d'intégration de façon à améliorer le comportement sur l'intervalle d'intégration (ces techniques sont décrites plus en détails dans le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C).

Obtention de l'approximation courante d'une intégrale

Lorsque le calcul d'une intégrale prend plus de temps que vous ne le souhaitiez, vous pouvez l'arrêter et afficher l'approximation courante (par contre vous ne pouvez pas connaître son incertitude).

La pression de R/S pendant un calcul d'intégrale arrête le calcul tout comme l'exécution d'un programme. Le HP-15C s'arrête à la ligne sur laquelle il se trouve dans le sous-programme d'évaluation de la fonction que vous avez écrit et affiche le résultat de l'exécution de la ligne précédente. Notez qu'après l'arrêt du calcul, l'approximation courante n'est *pas* le nombre affiché ni l'un quelconque des registres de la pile. Comme pour tout autre programme, la pression de R/S relance le calcul à la ligne où il s'était arrêté.

L'algorithme met à jour l'approximation courante et la stocke dans le registre LAST X après avoir évalué la fonction pour chaque point d'échantillon. Pour obtenir l'approximation courante, il suffit donc d'arrêter le calculateur, d'exécuter le sous-programme de la fonction pas à pas jusqu'à ce que le calculateur ait fini d'évaluer la fonction et de mettre à jour l'approximation courante afin de rappeler le contenu du registre LAST X.

Notez que pendant que le calculateur met à jour l'approximation courante, le calculateur n'affiche pas **running**. Vous pouvez donc éviter l'exécution pas à pas du sous-programme si vous arrêtez le calculateur lorsque l'écran est vide.

En résumé, pour obtenir l'approximation courante d'une intégrale, suivez la procédure ci-dessous :

1. Appuyez sur R/S pour arrêter le calculateur, de préférence lorsque l'écran est vide.

2. Placez le calculateur en mode programme pour connaître la ligne courante.

   - Si la ligne contient le label du sous-programme, revenez en mode calcul et affichez le registre LAST X (voir 3)

- Si la ligne ne contient pas le label du sous-programme, revenez en mode calcul et continuez l'exécution pas à pas jusqu'à ce que vous atteigniez l'instruction [RTN] (code 43 32) ou la ligne 000 s'il n'y a pas de [RTN] à la fin du sous-programme (veillez à maintenir la touche [SST] enfoncée suffisamment longtemps pour pouvoir lire le numéro de la ligne et les codes de touches).

3. Appuyez sur [g] [LSTx] pour visualiser l'approximation courante. Si vous voulez poursuivre le calcul, appuyez sur [←] [+] [R/S]. Ceci remplit la pile avec la valeur x courante et relance l'exécution.

Informations complémentaires

Le manuel des fonctions mathématiques de haut niveau du HP-15C contient de plus amples détails sur la fonction [∫ₓʸ] et ses applications :

- Précision de la fonction à intégrer.
- Diminution du temps d'exécution.
- Calcul des intégrales difficiles.
- Utilisation du calcul d'intégrale en mode complexe.

Annexe F

Piles, garantie et maintenance

Piles

L'alimentation de votre HP-15C s'effectue par trois piles qui assurent un fonctionnement normal pendant 6 mois ou plus. Les piles fournies sont du type alcaline mais peuvent être remplacées par des piles à oxyde d'argent (celles-ci durent deux fois plus longtemps).

Un jeu de trois piles alcalines bien chargées fournira au moins 60 heures d'exécution continue de programme (consommation maximale)*. Un jeu de piles à oxyde d'argent fournira au moins 135 heures d'exécution continue de programme. En utilisation normale, le calculateur utilise nettement moins d'énergie. L'affichage lui-même (si vous n'appuyez pas sur des touches) utilise très peu de courant.

Si le calculateur reste hors tension, un jeu de piles neuves conservera le contenu de la mémoire permanente pendant aussi longtemps que les piles dureraient en dehors du calculateur ; soit environ 1 an et demi pour les piles alcalines et 2 ans pour celles à oxyde d'argent.

La durée de vie réelle des piles dépend du taux et du type* d'utilisation du calculateur.

Les piles livrées avec le calculateur, ainsi que celles listées ci-dessous ne sont *pas* rechargeables.

---

* La consommation de votre HP-15C dépend de l'utilisation que vous en faites : le calculateur éteint ou allumé, affichage seul ou non, calculs au clavier ou programme. La durée de vie effective dépend des proportions d'utilisation dans les différents "modes".

ATTENTION

N'essayez pas de recharger les piles ; ne les stockez pas près d'une source de chaleur ; ne les jetez pas au feu. Cela peut les faire fondre ou exploser.

Piles recommandées pour votre HP-15C :

Alcaline	Oxyde d'argent
Eveready A76	Eveready 357
UCAR A76	UCAR 357
RAY-O-VAC RW82	RAY-O-VAC RS76 ou RW42
National ou Panasonic LR44	Duracell MS76 ou 10L14
Varta 4276	Varta 541

Indication de baisse de charge

Un astérisque (*) dans l'angle inférieur gauche de l'affichage vous indique que la charge des piles est basse.

Avec des piles alcalines :

- Vous pouvez utiliser le calculateur pendant au moins une heure et demie de programme après la première apparition de l'astérisque*.
- Si le calculateur reste éteint, il conserve le contenu de la mémoire permanente pendant au moins un mois après la première apparition de l'astérisque.

Avec des piles à oxyde d'argent :

- Vous pouvez utiliser le calculateur pendant au moins 10 minutes de programme après la première apparition de l'astérisque*.
- Si le calculateur reste éteint, il conserve le contenu de la mémoire permanente pendant au moins une semaine après la première apparition de l'astérisque.

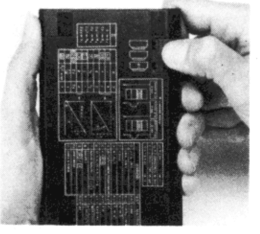
* Remarquez que cette durée est le temps minimum disponible pour une exécution continue de programme (voir note page 259). Si vous utilisez le calculateur en mode manuel, cette durée est considérablement augmentée.

Mise en place de nouvelles piles

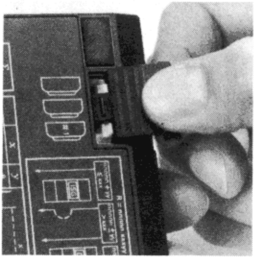
Le contenu de la mémoire permanente est préservé pendant un court moment lorsque vous retirez les piles (si vous avez bien éteint le calculateur). Ce temps suffit normalement à la mise en place des piles neuves. Si les piles sont retirées pour une durée supérieure, le contenu de la mémoire permanente est perdu.

Procédure de remplacement des piles :

1. Assurez-vous que le calculateur est éteint.
2. En tenant le calculateur comme indiqué, appuyez sur la porte du compartiment des piles et faites-la glisser.



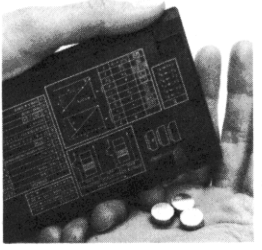
3. Tirez sur la porte pour la libérer du compartiment.



ATTENTION

Au cours des deux étapes suivantes, n'appuyez sur aucune touche tant que les piles ne sont pas remises en place ; vous risqueriez de perdre le contenu de la mémoire permanente.

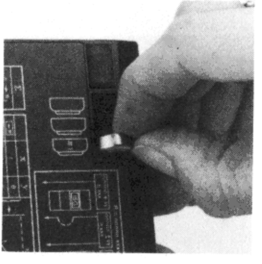
4. Retournez le calculateur et faites tomber les piles dans votre paume.



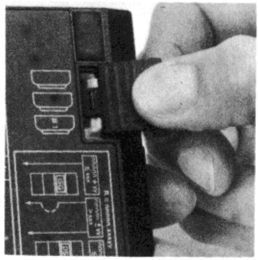
ATTENTION

Au cours de l'étape suivante, les *trois piles* sont à remplacer par des neuves. Une vieille pile pourrait couler. Veillez en outre à ne pas mettre les piles à l'envers ; cela risquerait d'entraîner la perte de la mémoire permanente.

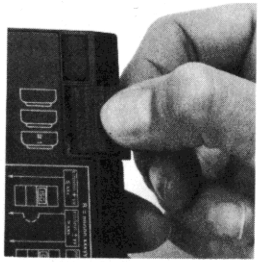
5. Maintenez les languettes en plastique ouvertes et insérez les trois nouvelles piles, le côté *plat* (marqué +) *vers* le patin caoutchouc le plus proche, la pile à l'opposé de ce patin (voir illustration ci-contre).



6. Insérez la languette de la porte dans la fente du boîtier du calculateur.



7. Abaissez la porte jusqu'à ce qu'elle soit de niveau avec le boîtier et poussez-la vers l'intérieur pour la fermer.
8. Appuyez sur [ON] pour allumer le calculateur. S'il affiche **Pr Error,** la mémoire continue a été ré-initialisée ; appuyez sur une touche quelconque pour effacer ce message.



Vérification du fonctionnement

Si vous ne réussissez pas à allumer le calculateur ou s'il ne fonctionne pas correctement, exécutez les tests ci-dessous :

Si le calculateur ne répond pas aux pressions de touche :

1. Appuyez sur [y^x] et [ON] simultanément, puis relâchez-les. Ceci modifie le contenu du registre X, effacez donc ce dernier ensuite.
2. Si le calculateur ne répond toujours pas, enlevez les piles et remettez-les en veillant à bien les positionner. Vous pouvez aussi essayer de nouvelles piles. Si le problème persiste, le calculateur doit être réparé.
3. Si le calculateur ne répond toujours pas, laissez les piles dans le compartiment et court-circuitez les deux pôles (soulevez les languettes en plastique pour accéder aux contacts).

Un contact momentané est suffisant. Une fois ce court-circuit effectué, la mémoire permanente peut être perdue et il peut être nécessaire d'appuyer sur [ON] plusieurs fois pour allumer le HP-15C.

4. Si tout ceci n'est pas suffisant, changez les piles et en dernier recours envoyez-nous le calculateur pour réparation.

Si le calculateur *répond* aux pressions de touche :

1. Le calculateur étant hors tension, maintenez la touche [ON] enfoncée et appuyez sur [×].
2. Relâchez la touche [ON] puis la touche [×]. Ceci lance un test de tous les circuits électroniques du calculateur. Durant les 25 secondes que dure environ le test, le calculateur affiche le mot **running** clignotant et si tout fonctionne correctement, l'affichage s'arrête sur **−8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,** et tous les indicateurs binaires sauf * (l'indicateur de baisse de charge)*. Si le calculateur affiche **Error 9**, rien ou un autre résultat, il doit être réparé†.

Nota : Le calculateur lance aussi les tests des circuits si vous appuyez sur la touche [+] ou [÷] pendant que vous maintenez [ON] enfoncée†**. Ces tests sont inclus dans le calculateur pour la vérification du fonctionnement pendant la fabrication et la maintenance.

---

* L'affichage à la fin de ce test comprend des indicateurs qui n'apparaissent pas normalement sur ce calculateur.

† Si le calculateur affiche **Error 9**, après un test [ON]/[×] ou [ON]/[+] et que vous voulez continuer à l'utiliser, vous devez initialiser la mémoire permanente comme décrit en page 63.

** La combinaison des touches [ON] et [+] lance un test similaire à celui décrit précédemment mais ce dernier boucle indéfiniment. Vous pouvez y mettre fin en appuyant sur une touche quelconque. La combinaison [ON] et [÷] lance un test du clavier et de l'affichage. Lorsque vous relâchez la touche [ON], le calculateur allume certains des segments de l'affichage. Pour exécuter le test, vous devez appuyer sur chaque touche du clavier de gauche à droite rang après rang. Pour chaque pression de touche, le calculateur allume certains segments de l'affichage. Si le calculateur fonctionne correctement et *si vous appuyez sur toutes les touches dans le bon ordre,* le calculateur affiche **15** après la pression de la dernière touche (vous devez appuyer sur [ENTER] dans les rangs trois *et* quatre). Si le calculateur ne fonctionne pas correctement ou *si vous ne respectez pas l'ordre des touches,* le calculateur affiche **Error 9.** *Remarquez que si cet affichage provient d'une erreur de votre part dans l'ordre des touches, cela ne signifie pas que le calculateur doit être réparé.* Vous pouvez mettre fin à ce test à tout moment en appuyant sur une touche quelconque, auquel cas vous obtenez **Error 9**. Les affichages **Error 9** et **15** peuvent être annulés par la pression d'une touche quelconque.

Si vous suspectez un mauvais fonctionnement du calculateur mais obtenez le bon résultat avec le test, il est probable que l'erreur provient d'une mauvaise manipulation. Reportez-vous dans ce cas au chapitre du manuel concernant votre calcul. Pour tout autre problème, consultez un de nos revendeurs agréés ou notre bureau commercial le plus proche.

Garantie

Le HP-15C est garanti par Hewlett-Packard contre tout vice de matière et de fabrication pour une durée d'un an à partir de la date de livraison. Hewlett-Packard s'engage à réparer ou, éventuellement, à remplacer les pièces qui se révèleraient défectueuses pendant la période de garantie. Cette garantie couvre les pièces et la main-d'œuvre*. Elle disparaît en cas d'utilisation en dehors des spécifications ou de modification ou maintenance par un centre non reconnu par Hewlett-Packard.

Seuls les essais effectués à partir des programmes Hewlett-Packard seront considérés comme faisant foi lors de litiges concernant le fonctionnement du matériel. La responsabilité de Hewlett-Packard ne peut être engagée dans le cas d'une application particulière. La société ne peut pas être tenue pour responsable des dommages indirects.

Si vous revendez ou offrez ce matériel, la garantie est automatiquement transférée pour la durée initiale d'un an.

---

* Valable en France seulement.
Lorsque l'acheteur est non professionnel ou consommateur au sens de la loi 78-23 du 10 janvier 1978, les obligations de HP définies ci-dessus ne sont pas exclusives de la garantie légale en matière de vices cachés (Article 1641 et suivants du Code Civil).

Maintenance

Les appareils sont généralement réparés et ré-expédiés dans un délai de cinq jours ouvrables à dater de leur réception. Il s'agit d'un délai moyen pouvant varier selon l'époque de l'année et la charge de travail du service après-vente.

Aucun contrat de maintenance n'est prévu. Les schémas et circuits sont la propriété de Hewlett-Packard et ne peuvent être ni diffusés ni commercialisés.

Maintenance en Europe

Si votre calculateur doit être réparé, adressez-vous à un revendeur officiel Hewlett-Packard qui nous le fera parvenir ou envoyez-le à l'une des adresses suivantes :

Autriche et pays de l'Est
HEWLETT-PACKARD GmbH
Wagramerstr.-Lieblgasse
A - 1220 VIENNA

Belgique
HEWLETT-PACKARD
BELGIUM SA/NV
Boulevard de la Woluwe, 100
Woluwelaan
B - 1200 BRUSSELS
Tél. : (2) 762.32.00

Danemark
HEWLETT-PACKARD A/S
Datavej 52
Dk - 3460 BIRKEROD
(Copenhagen)
Tél. : (02) 81.66.40

Finlande
HEWLETT-PACKARD OY
Revontulentie 7
02100 ESPOO 10 (Helsinki)
Tél. : (90) 455.02.11

France
HEWLETT-PACKARD FRANCE
S.A.V. Calculateurs de Poche
Division Informatique
Personnelle
F - 91947 LES ULIS CEDEX
Tél. : (6) 907.78.25

Allemagne
HEWLETT-PACKARD GmbH
Vertriebszentrale
Berner Strasse 117
Postfach 560 140
D - 6000 FRANKFURT 56
Tél. : (611) 50041

Italie
HEWLETT-PACKARD ITALIANA S.P.A.
Casella postale 3645
(Milano)
Via G. Di Vittorio, 9
I - 20063 CERNUSCO SUL NAVIGLIO (Milan)
Tél. : (2) 90.36.91

Hollande
HEWLETT-PACKARD NEDERLAND B.V.
Van Heuven Goedhartlaan 121
ND - 1181 KK AMSTELVEEN
(Amsterdam)
P.O. Box 667
Tél. : (020) 472021

Norvège
HEWLETT-PACKARD NORGE A/S
P.O. Box 34
Oesterndalen 18
N - 1345 OESTERAAS
(Oslo)
Tél. : (2) 17.11.80

Espagne
HEWLETT-PACKARD ESPAÑA S.A.
Calle Jerez 3
E - MADRID 16
Tél. : (1) 458.2600

Suède
HEWLETT-PACKARD SVERIGE AB
SKALHOLTSGATAN 9, KISTA
Box 19
16393 SPANGA
Tél. : (0046) 87502000

Suisse
HEWLETT-PACKARD (SCHWEIZ) AG
Allmend 2
Ch - 8967 WIDEN
Tél. : (057) 50111

Royaume-Uni
HEWLETT-PACKARD Ltd
King Street Lane
Winnersh, Wokingham
GB - BERKSHIRE RG11 5AR
Tél. : (734) 784774

Dans les autres pays

Tous les centres de maintenance Hewlett-Packard ne sont pas équipés pour assurer la maintenance des calculateurs. Cependant, si vous avez acheté votre calculateur chez un revendeur agréé HP, vous pouvez être sûr que HP dispose d'un centre de maintenance dans ce pays.

En dehors de ces pays, vous pouvez contacter le bureau commercial HP le plus proche pour plus d'informations et, si l'appareil ne peut y être réparé, veuillez l'envoyer au centre de maintenance le plus proche.

Les frais d'expédition et éventuellement de douane sont à votre charge.

Coût de la maintenance

Les réparations hors garantie sont effectuées pour un prix forfaitaire incluant pièces et main-d'œuvre. Ce forfait est sujet à la TVA en France ou taxes similaires dans les autres pays. Ces taxes apparaissent en détails sur les factures.

Les calculateurs endommagés par accident ou utilisation hors des spécifications ne sont pas couverts par le forfait. Le prix de la réparation est alors fonction des pièces changées et du temps passé.

Garantie sur les réparations

Tout appareil réparé par Hewlett-Packard est garanti, pièces et main-d'œuvre, pendant 90 jours à compter de la date de réparation.

Instructions d'expédition

Si vous devez nous renvoyer votre calculateur pour réparation, conformez-vous aux indications suivantes :

- Joignez au calculateur la carte de maintenance portant la description de la panne.
- Si l'appareil est sous garantie, joignez une copie de la facture ou une preuve de la date d'achat.
- Expédiez le calculateur et les différents documents dans la boîte d'origine ou dans un autre emballage de protection pour éviter toute détérioration en cours de transport (ces dommages ne seraient pas couverts par la garantie). Nous vous conseillons d'assurer le colis. Celui-ci doit être expédié au centre de maintenance HP le plus proche.
- Que le calculateur soit sous garantie ou non, les frais d'expédition et éventuellement de douane sont à votre charge. Le retour est effectué port payé.

Programmation et applications

Pour tout problème de programmation, veuillez consulter un de nos revendeurs ou nous écrire.

De nombreux utilisateurs nous soumettent des programmes d'application ou des astuces de programmation. Néanmoins, nous ne pouvons accepter que les informations soumises à titre gratuit et sans restriction. A cet effet, veuillez ajouter la formule suivante à votre document :

"Je soumets volontairement ces informations à la Société Hewlett-Packard. Ces informations ne sont pas confidentielles et Hewlett-Packard peut en avoir l'usage de son choix sans obligation envers moi ou toute autre personne."

Conditions d'utilisation

- Température de fonctionnement : 0 à 55 °C.
- Température de stockage : – 40 à 65 °C.

Index des fonctions

Table des matières de l'index

ON Allume ou éteint le calculateur **(page 18).** Permet en outre de réinitialiser la mémoire permanente **(page 63),** de changer le séparateur décimal **(page 61),** et de tester le fonctionnement du calculateur **(page 263-264).**

Fonctions complexes

Re≷Im Active le mode complexe (en établissant la pile imaginaire) et échange les registres X réel et imaginaire **(page 124).**

I Active le mode complexe (en établissant la pile imaginaire) **(page 121).** Avec DIM permet de dimensionner indirectement les matrices **(page 174).** (Pour les fonctions du registre Index ou les touches de contrôle de ce dernier, voir **page 274**).

(i) Affiche le contenu du registre X imaginaire tant que la touche est enfoncée **(page 124).**

SF 8 Arme l'indicateur 8 pour activer le mode complexe **(page 121).**
CF 8 Désarme l'indicateur 8 pour annuler le mode complexe **(page 121).**

Conversions

→R Convertit un vecteur de représentation polaire r et Θ dans les registres X et Y en représentation rectangulaire x et y **(page 31).** Utilisation en mode complexe **(page 134).**
→P Convertit un vecteur de représentation rectangulaire x et y dans les registres X et Y en représentation polaire r et Θ **(page 30).** Utilisation en mode complexe **(page 134).**
→H.MS Convertit une valeur d'heures (ou degrés) décimales en heures ou degrés, minutes et secondes **(page 27).**
→H Convertit une valeur d'heures (ou degrés), minutes et secondes en heures (ou degrés) décimales **(page 27).**
→RAD Convertit une valeur de degrés en radians **(page 27).**
→DEG Convertit une valeur de radians et degrés **(page 27).**

Introduction de nombres

ENTER Place une copie du contenu du registre X (affichage) dans le registe Y; sert à séparer des nombres introduits consécutivement **(pages 23,37).**
CHS Change le signe du nombre ou de l'exposant de 10 affiché **(pages 19, 124).**
EEX Permet l'introduction d'exposant; les chiffres suivants constituent l'exposant de dix **(page 19).**
0 à 9 Touches numériques **(page 22).**
· Point décimal **(page 22).**

Contrôle de l'affichage

FIX Choisit le mode décimal fixe **(page 58).**
SCI Choisit le mode scientifique **(page 58).**
ENG Choisit le mode ingénieur **(page 59).**

Mantisse. La pression de f CLEAR PREFIX affiche les dix chiffres de la mantisse du contenu du registre X tant que vous maintenez la touche PREFIX enfoncée **(page 60).** Cette séquence annule en outre toute séquence de touche partielle **(page 19).**

Fonctions hyperboliques

HYP SIN, HYP COS, HYP TAN calculent respectivement les sinus, cosinus et tangente hyperboliques **(page 28).**

HYP-1 SIN, HYP-1 COS, HYP-1 TAN. Calculent respectivement les sinus, cosinus et tangente hyperboliques inverses **(page 28).**

Contrôle du registre Index

I Registre de stockage indirect pour : l'exécution indirect de programmes – branchements par GTO et GSB, boucle avec ISG et DSE – contrôle indirect d'indicateur et de format d'affichage **(page 107).** Sert aussi à l'entrée de nombres complexes et à l'activation du mode complexe **(page 121).**

(i) Sert à adresser un **autre** registre de stockage par l'intermédiaire du contenu du registre Index pour le stockage, le rappel, l'arithmétique dans les registres et le contrôle de boucles de programme **(page 107).** Sert aussi avec DIM pour l'allocation des registres de stockage **(page 215).**

Fonctions logarithmiques et exponentielles

LN Calcule le logarithme népérien du contenu de X **(page 28).**

e^x Elève e à la puissance du contenu de X **(page 28).**

LOG Calcule le logarithme en base dix du contenu de X **(page 28).**

10^x Elève 10 à la puissance du contenu de X **(page 28).**

y^x Elève le contenu de Y à la puissance du contenu de X (entrez y puis x). Fait descendre la pile **(page 29).**

Mathématiques

− + × ÷ Opérateurs arithmétiques ; font descendre la pile **(page 29).**

$\sqrt{x}$ Calcule la racine carrée du contenu de X **(page 25).**

x^2 Calcule le carré du contenu de X **(page 25).**

$x!$ Calcule la factorielle (n !) du contenu de X ou la fonction Gamma (Γ) de $(1 + x)$ **(page 25).**

$1/x$ Calcule l'inverse du contenu de X **(page 25).** (Pour l'utilisation avec les matrices, voir **page 275**).

π Affiche la valeur de π **(page 24).**

SOLVE Cherche la racine réelle de $f(x)$, où la fonction est définie dans un sous-programme écrit par l'utilisateur **(page 180).**

$\int_y^x$ Calcule l'intégrale définie de $f(x)$, où la fonction est définie dans un sous-programme écrit par l'utilisateur **(page 194).**

Fonctions matricielles

DIM Dimensionne une matrice A à E ou I **(page 141).**

RESULT Définit la matrice dans laquelle se trouvera le résultat d'une opération matricielle **(page 148).**

USER Mode utilisateur. Permet l'incrémentation automatique des numéros de rang et de colonne pour chaque exécution de STO ou RCL suivi de A à E ou (i) **(page 144).**

STO et RCL suivi de A à E ou (i). Stocke ou rappelle des éléments de matrice en utilisant les numéros de rang et de colonne présents dans les registres R_0 et R_1 **(pages 144, 146).**

STO g et RCL g suivi de A à E ou (i). Stocke ou rappelle des éléments de matrice en utilisant les numéros de rang et de colonne présents dans les registres Y et X **(page 146).**

STO et RCL suivi de A à E. Stocke ou rappelle des matrices pour la matrice spécifiée **(pages 142, 147).**

STO et RCL RESULT. Stocke ou rappelle l'identification de la matrice résultat **(page 148).**

RCL DIM suivi de A à E ou I. Rappelle les dimensions d'une matrice donnée dans les registres X (colonne) et Y (rang) **(page 142).**

$1/x$ Inverse la matrice dont l'identification est affichée, place le résultat dans la matrice résultat spécifiée et affiche l'identification de cette dernière **(page 150).**

+, −, × Ajoute, soustrait et multiplie les éléments correspondants de deux matrices ou d'une matrice et d'un scalaire. Stocke le résultat dans la matrice spécifiée **(pages 152, 155).**

÷ Pour deux matrices, multiplie l'inverse de la matrice dans X par la matrice dans Y. Pour une seule matrice, si elle est dans Y, divise tous ses éléments par le scalaire dans X, si elle est dans X, multiplie chaque élément de l'inverse de la matrice par le scalaire dans Y. Stocke le résultat dans la matrice spécifiée **(pages 152, 155).**

CHS Change le signe de tous les éléments de la matrice identifiée dans X **(page 150).**

MATRIX 0 à 9 Opérations matricielles.

MATRIX 0 Dimensionne toutes les matrices à 0 × 0 **(page 143).**

MATRIX 1 Définit les numéros de rang et de colonne dans R_0 et R_1 à 1 **(page 143).**

MATRIX 2 Transformation complexe : $\mathbf{Z}^P$ en $\tilde{\mathbf{Z}}$ **(page 164).**

MATRIX 3 Transformation complexe inverse : $\tilde{\mathbf{Z}}$ en $\mathbf{Z}^P$ **(page 164).**

MATRIX 4 Transposée : $\mathbf{X}$ en $\mathbf{Y}^T\mathbf{X}$ **(page 150).**

MATRIX 5 Multiplication de transposée : $\mathbf{Y}$ et $\mathbf{X}$ en $\mathbf{Y}^T\mathbf{X}$ **(page 154).**

MATRIX 6 Calcule les résiduelles dans la matrice résultat **(page 159).**

MATRIX 7 Calcule la norme de rang de la matrice identifiée dans X **(page 150).**

MATRIX 8 Calcule la norme de Frobenius de la matrice identifiée dans X **(page 150).**

MATRIX 9 Calcule le déterminant de la matrice identifiée dans le registre X (effectue aussi une décomposition LU de la matrice) **(page 150).**

Cy,x Transforme la matrice stockée de forme “partagée” ($\mathbf{Z}^P$) en forme “complexe” ($\mathbf{Z}^C$) **(page 162).**

Py,x Transforme la matrice stockée de forme “complexe” ($\mathbf{Z}^C$) en forme “partagée” ($\mathbf{Z}^P$) **(page 162).**

$x=0$ TEST 0 TEST 5 TEST 6 Tests conditionnels sur les identifications de matrices dans les registres X et Y. $x=0$ et TEST 0 ($x \neq 0$) compare le contenu du registre X à zéro. Les identifications de matrices sont considérées non-nuls. TEST 5 ($x = y$) et TEST 6 ($x \neq y$) testent si les identifications dans X et Y sont les mêmes. Le résultat affecte le cours de l'exécution (saut d'une ligne si faux) **(page 174).**

Modification des nombres

ABS Affiche la valeur absolue du contenu de X **(page 24).**

FRAC Affiche la partie fractionnaire du contenu de X **(page 24).**

INT Affiche la partie entière du contenu de X **(page 24).**

RND Arrondit la mantisse du contenu de X au nombre de décimales affiché **(page 24).**

Pourcentages

% Calcule x% du contenu de Y **(page 29).** Contrairement à la plupart des fonctions diadiques (sur 2 nombres), % ne fait pas descendre la pile.

Δ% Calcule la différence en pour-cent entre les contenus des registres X et Y **(page 30).** Ne fait pas descendre la pile.

Touches préfixe

f Choisit la fonction imprimée en jaune au-dessus de la touche suivante **(page 18).**

g Choisit la fonction imprimée en bleu sur la face inclinée de la touche suivante **(page 18).**

Pour les autres touches préfixe, voir Touches de contrôle de l'affichage **(page 273)**, Touches de stockage **(page 278)** et Index des touches de programmation **(page 278)**.

CLEAR [PREFIX] Annule tout préfixe ou séquence partiellement entrée telle que [f] [SCI] **(page 19)**. Affiche en outre les dix chiffres de la mantisse du contenu de X **(page 60)**.

Probabilités

[$C_{y,x}$] Combinaison. Calcule le nombre de jeux possibles de y éléments parmi x à la fois **(page 47)**, fait descendre la pile. (Pour l'utilisation avec les matrices, voir Touches de fonctions matricielles, **page 276**).

[$P_{y,x}$] Permutation. Calcule le nombre d'arrangements possibles de y éléments parmi x à la fois **(page 47)**, fait descendre la pile. (Pour l'utilisation avec les matrices, voir Touches de fonctions matricielles, **page 276**).

Manipulation de la pile

[$x \gtrless y$] Echange les contenus des registres X et Y **(page 34)**.

[$x \gtrless$] Echange les contenus du registre X et ceux d'un registre de stockage. Utilisé avec [I], [(i)] un chiffre ou [.] chiffre **(page 42)**.

[Re≷Im] Echange les contenus des registres X réel et imaginaire et active le mode complexe **(page 124)**.

[R↓] Permute les contenus de la pile vers le bas **(page 34)**.

[R↑] Permute les contenus de la pile vers le haut **(page 34)**.

[CLx] Efface le contenu du registre X **(page 21)**.

[←] En mode calcul : efface le dernier chiffre entré ou efface l'affichage (si l'introduction est terminée) **(page 21)**.

Statistiques

[Σ+] Accumule les contenus des registres X et Y dans les registres de stockage R_2 à R_7 **(page 49)**.

[Σ−] Efface les contenus des registres X et Y des registres de stockage R_2 à R_7 pour corriger une accumulation **(page 52)**.

[$\bar{x}$] Calcule les moyennes des valeurs x et y accumulées par [Σ+] **(page 53)**.

[s] Calcule l'écart-type de l'échantillon des valeurs x et y accumulées par [Σ+] **(page 53)**.

[$\hat{y},r$] Estimation linéaire et coefficient de corrélation. Calcule la valeur estimée de y ($\hat{y}$) pour une valeur donnée de x par la méthode des moindres carrés et place le résultat dans X. Calcule le coefficient de corrélation, r, des données accumulées et place le résultat dans Y **(page 55)**.

L.R. Régression linéaire. Calcule l'ordonnée à l'origine y d'une fonction linéaire approchant au mieux les données accumulées. Place la valeur de l'ordonnée dans X et la valeur de la pente de la fonction dans Y **(page 54)**.

RAN# Génère un nombre pseudo-aléatoire à partir d'une racine que vous pouvez spécifier par STO RAN# **(page 48)**.

CLEAR Σ Efface les contenus des registres statistiques (R_2 à R_7) **(page 49)**.

Registres de stockage

STO Stocke une copie du contenu de X dans le registre spécifié 0 à 9, .0 à .9, I, (i) **(page 42)**. Sert en outre aux calculs arithmétiques dans les registres : nouveau contenu = ancien contenu +, −, ×, ÷ par le contenu de X **(page 44)**.

RCL Rappelle une copie du contenu du registre spécifié 0 à 9, .0 à .9, I, (i) dans X **(page 42)**. Sert aussi aux calculs arithmétiques dans les registres : nouveau contenu de X = ancien contenu de X +, −, ×, ÷ contenu du registre **(page 44)**.

CLEAR REG Efface le contenu de tous les registres de stockage **(page 43)**.

LSTx Rappelle dans X le contenu de X avant la dernière opération **(page 35)**.

Trigonométrie

DEG Définit le mode degrés pour les fonctions trigonométriques ; pas d'indicateur **(page 26)**.

RAD Définit le mode radians pour les fonctions trigonométriques et affiche l'indicateur RAD **(page 26)**.

GRD Définit le mode grades pour les fonctions trigonométriques et affiche l'indicateur GRAD **(page 26)**.

SIN, COS, TAN Calculent respectivement le sinus, cosinus et tangente du contenu de X **(page 26)**.

SIN^{-1}, COS^{-1}, TAN^{-1} Calculent respectivement l'arc-sinus, l'arc-cosinus et l'arc-tangente du contenu de X **(page 26)**.

Index des touches de programmation

P/R Place le calculateur en mode programme (indicateur PRGM affiché) ou en mode RUN (indicateur PRGM effacé) **(page 66)**.

CLEAR PRGM En mode programme : efface tous les programmes de la mémoire et désalloue tous les registres de programme. En mode calcul : positionne le pointeur sur la ligne 000 **(page 67)**.

MEM Affiche la répartition courante de la mémoire (registres de données, espace non-alloué et mémoire programme) **(page 215)**.

En mode programme, supprime l'instruction affichée de la mémoire programme et décale les instructions suivantes **(page 83)**.

LBL Sert avec les labels ci-dessous pour indiquer le début d'un programme **(page 67)**.

A B C D E 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 .0 .1 .2 .3 .4 .5 .6 .7 .8 .9 Labels. Lorsque précédés de LBL, définissent le début d'un programme **(page 67)**. Sert aussi (sans LBL) à lancer l'exécution d'un programme **(page 69)**.

USER Active ou supprime le mode USER, qui échange les fonctions primaire (blanc) et secondaire (jaune) des cinq touches en haut à gauche (A à E) **(page 69)**. Le mode USER affecte aussi l'utilisation de STO ou RCL A à E, (i) avec les matrices. Il incrémente automatiquement les numéros de rang (R_0) ou de colonne (R_1) pour le stockage ou rappel des éléments de matrice **(page 144)**.

GTO Avec un label (voir ci-dessus) ou I, positionne le pointeur de programme au label indiqué. Si c'est une instruction de programme, l'exécution continue, sinon seul le positionnement a lieu **(page 90)**. Si R_I contient un nombre négatif, GTO I provoque le positionnement du pointeur à la ligne spécifiée par la valeur absolue du contenu de R_I **(page 109)**.

GTO CHS *nnn* Positionne le pointeur de programme à la ligne spécifiée par *nnn*. Non programmable **(page 82)**.

GSB Avec un label (voir ci-avant) ou I, lance l'exécution du sous-programme spécifié. Peut être utilisé en mode programme ou calcul. Une instruction RTN à la fin du sous-programme renvoie l'exécution à la ligne suivant le GSB **(page 101)**.

BST Recule le pointeur d'une ligne dans la mémoire programme. Affiche le numéro et le contenu de la ligne précédente **(page 83)**.

SST En mode programme : avance le pointeur d'une ligne dans la mémoire programme. En mode calcul : affiche et exécute la ligne courante du programme puis avance le pointeur d'une ligne **(page 82).**

PSE Arrête l'exécution du programme pendant environ une seconde et affiche le contenu de X puis reprend l'exécution **(page 68).**

R/S Lance l'exécution à la ligne courante en mémoire programme. Arrête l'exécution si un programme est en cours **(page 68).**

RTN Renvoie l'exécution à la ligne 000 et arrête l'exécution **(page 68).** Dans un sous-programme, renvoie le pointeur à la ligne suivant le GSB **(page 101).**

SF Arme l'indicateur spécifié (0 à 9). Les indicateurs sont définis par l'utilisateur, l'indicateur 8 est armé lorsque le calculateur est en mode complexe et l'indicateur 9 est armé pour un dépassement de capacité **(page 92).**

CF Efface l'indicateur spécifié (0 à 9) **(page 92).**

F? Teste l'indicateur spécifié. S'il est armé, l'exécution continue, sinon le pointeur saute une ligne avant que l'exécution reprenne **(page 92).**

$x \leq y$ $x = 0$ TEST 0 à 9. Chaque test compare le contenu de X à 0 ou au contenu de Y. Si le test est vrai, le calculateur exécute l'instruction suivante, sinon, le pointeur saute une ligne avant de reprendre l'exécution **(page 91).** $x = 0$ et TEST 0, 5 et 6 sont aussi valides pour les nombres complexes et les noms de matrices **(pages 132, 174).**

TEST 0 $x \neq 0$	TEST 3 $x \geqslant 0$	TEST 6 $x \neq y$	TEST 9 $x \geqslant y$
TEST 1 $x > 0$	TEST 4 $x \leqslant 0$	TEST 7 $x > y$	
TEST 2 $x < 0$	TEST 5 $x = y$	TEST 8 $x < y$	

DSE Décrémente la valeur du compteur dans le registre spécifié comme indiqué et saute une ligne si la nouvelle valeur est inférieure ou égale à la valeur test **(page 109).**

ISG Incrémente la valeur du compteur dans le registre spécifié comme indiqué et saute une ligne si la nouvelle valeur est supérieure ou égale à la valeur test **(page 109).**

Index alphabétique

F

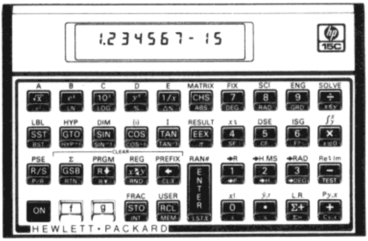
G

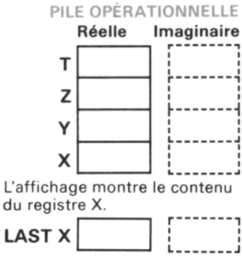
I

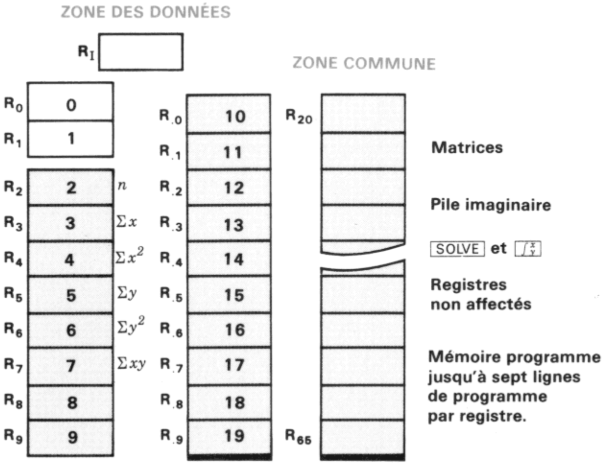
L

R

Clavier du HP-15C et mémoire permanente







Allocation initiale : R_0 à R_{19} pour les registres de données.

Vous pouvez changer l'allocation à l'aide de la fonction DIM (i).

Chaque registre contient sept octets. Chaque instruction de programme utilise un ou deux octets et le calculateur convertit un registre à la fois en mémoire programme selon les besoins en commençant au registre de plus haut numéro et en continuant vers le bas de la mémoire.

L'allocation des lignes de programme est automatique dans la zone commune de la mémoire.

Allocation initiale : R_{20} à R_{65} pour la zone commune, les fonctions mathématiques de haut niveau et les programmes sont stockés dans cet espace.

Hewlett-Packard France
S.A. au capital de 304 000 000 F, régie par les articles 118 à 150 de la loi sur les sociétés commerciales. RCS, Corbeil Essonnes B709 805 030

Siège social d'Evry
Parc d'activité du Bois Briard
2 avenue du Lac
91040 Evry Cedex
Tél. : (1) 60 77 83 83

Aix-en-Provence
Z.I. Mercure B
Rue Berthelot
13763 Les Milles Cedex
Tél. : 42 59 41 02

Antibes
Sophia Antipolis
Bâtiment B2
Route des Dolines
06560 Valbonne
Tél. : 93 65 39 40

Bordeaux
Parc d'activité Cadera
Quartier Jean Mermoz
Avenue du Président Kennedy
33700 Mérignac
Tél. : 56 34 00 84

Evry
Tour Lorraine
Boulevard de France
91035 Evry Cedex
Tél. : (1) 60 77 90 90

Grenoble
Chemin du Vieux Chêne
Miniparc Zist
38240 Meylan
Tél. : 76 41 08 42

Lille
Parc d'activité des Prés
1 rue Papin
59650 Villeneuve d'Asq Cedex
Tél. : 20 47 78 78

Lyon
Chemin des Mouilles
BP 162
69131 Ecully
Tél. : 78 33 81 25

Metz
Parc d'activité Queuleu
3 rue Graham Bell
BP 5149
57074 Metz Cedex
Tél. : 87 36 13 31

Nantes
Immeuble "Les 3B"
Nouveau Chemin de la Garde
ZAC de Bois Briand
44805 Nantes Cedex
Tél. : 40 50 32 22

Paris-Pte Maillot
15 boulevard de l'Amiral Bruix
75782 Paris Cedex 16
Tél. : (1) 45 02 12 20

Poitiers
6 place Sainte-Croix
86000 Poitiers
Tél. : 49 41 27 07

Reims
47 rue de Chativesle
51100 Reims
Tél. : 26 40 56 57

Rennes
Parc d'activité de la Poterie
Rue Louis Kerautret-Botmel
35000 Rennes
Tél. : 99 51 42 44

Rouen
98 avenue de Bretagne
76100 Rouen
Tél. : 35 63 57 66

Strasbourg
4 rue Thomas Mann
BP 56
67033 Strasbourg Cedex
Tél. : 88 26 36 46

Toulouse
Le Péripole III, 3 chemin du Pigeonnier de la Cépière
31081 Toulouse Cedex
Tél. : 61 40 11 12

Les Ulis
Z.I. de Courtabœuf
Avenue des Tropiques
91947 Les Ulis Cedex
Tél. : (1) 69 07 78 25

Villepinte
Parc d'activité Paris-Nord II
45 rue des 3 sœurs
93420 Villepinte
Tél. : (1) 48 63 80 80

Hewlett-Packard Belgique S.A/N.V.
100 boulevard de la WoluWe
B-1200 Bruxelles
Tél. : (02) 762 32 00

Hewlett-Packard (Suisse) S.A.
7 rue du Bois-du-Lan
CH-1217 Meyrin 1-Genève
Tél. : (22) 83 11 11

Hewlett-Packard (Canada)
17500 Route Transcanadienne
Voie de Service Sud
Kirkland, Québec H9J 2M5
Tél. : (514) 697 42 32

Hewlett-Packard S.A.
Direction pour l'Europe
150 route du Nant-d'Avril
CH-1217 Meyrin 2-Genève

HEWLETT PACKARD

00015-90003 - French 3/86

Imprimé au Canada