HEWLETT hp PACKARD

172 points de vente dans 65 pays assurent le service après-vente.

Hewlett-Packard France:
Siège social: Quartier de Courtabœuf, boîte postale n° 6, 91401 Orsay, tél. (1) 907 78 25
Agence de Lille: 201, rue Colbert, 59000 Lille, tél. (20) 51 44 14
Agence de Lyon: Chemin des Mouilles, boîte postale n° 12, 69130 Ecully, tél. (78) 33 81 25
Agence de Marseille: Aéroport principal de Marseille-Marignane, 13721 Marignane, tél. (91) 89 12 36
Agence de Rennes: 63, avenue de Rochester, 35000 Rennes, tél. (99) 36 33 21
Agence de Strasbourg: 74, allée de la Robertsau, 67000 Strasbourg, tél. (88) 35 23 20/21
Agence de Toulouse: Zone Aéronautique, avenue Clément-Ader, boîte postale n° 61, 31770 Colomiers, tél. (61) 78 11 55

Pour la Belgique: Hewlett-Packard Benelux S.A., 1, avenue du Col-Vert, B-1170 Bruxelles, tél. (02/03) 672 22 40

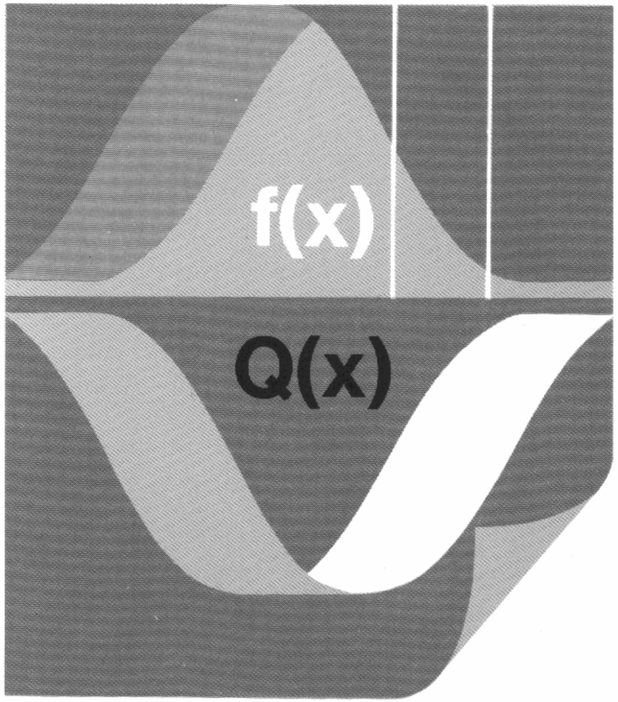
Pour la Suisse romande: Hewlett-Packard (Schweiz) AG, 9, chemin Louis-Pictet, 1214 Vernier-Genève, tél. (022) 41 49 57

Pour les pays du bassin méditerranéen, Afrique du Nord et Moyen-Orient: 35, Kolokotroni Street–Platia Kefallariou, GR-Kifissia-Athènes, Grèce, tél. 80 80 337/359/429 et 80 18 693

Pour l'Autriche/Pour les pays socialistes et l'URSS: Hewlett-Packard Ges.m.b.H., Handelskai 52/53, boîte postale n° 7, A-1205 Vienne, Autriche, tél. (0222) 33 66 06 à 09

Pour le Canada: Hewlett-Packard Canada, 275 Hymus Boulevard, Pointe-Claire, Québec H9R 1G7, tél. (514) 697-4232

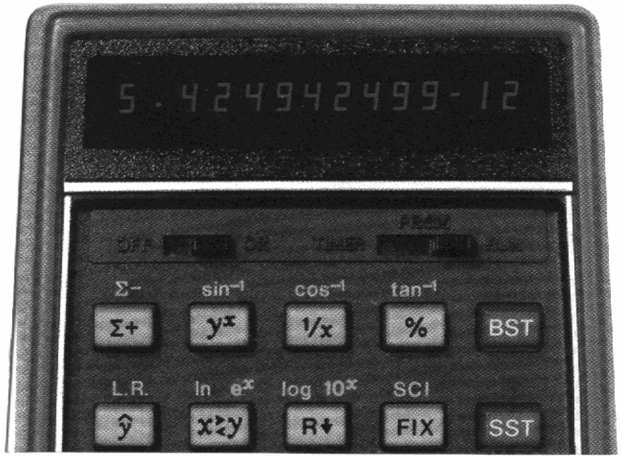
Direction pour l'Europe: Hewlett-Packard S.A., 7, rue du Bois-du-Lan, boîte postale n° 349, CH-1217 Meyrin 1-Genève, Suisse, tél. (022) 41 54 00



Imprimé en Suisse 00055-90022french-1.4K-3.75-W

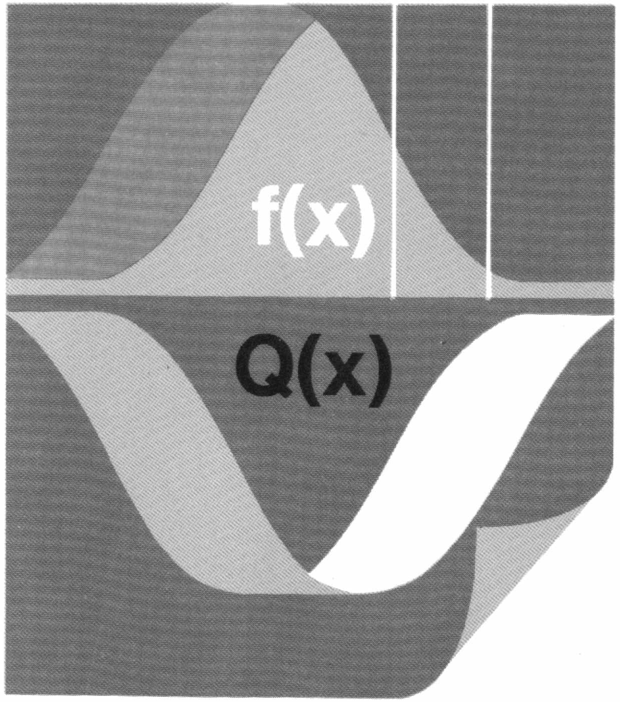
HEWLETT hp PACKARD

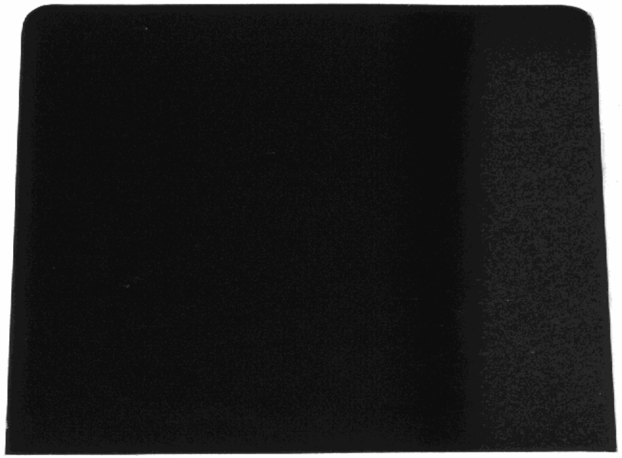
HP-55 programmes statistiques



Fascicule de 53 programmes sélectionnés dans les domaines tels que:

probabilités, fonctions de distribution, statistique générale, courbes d'ajustement, tests statistiques et autres.

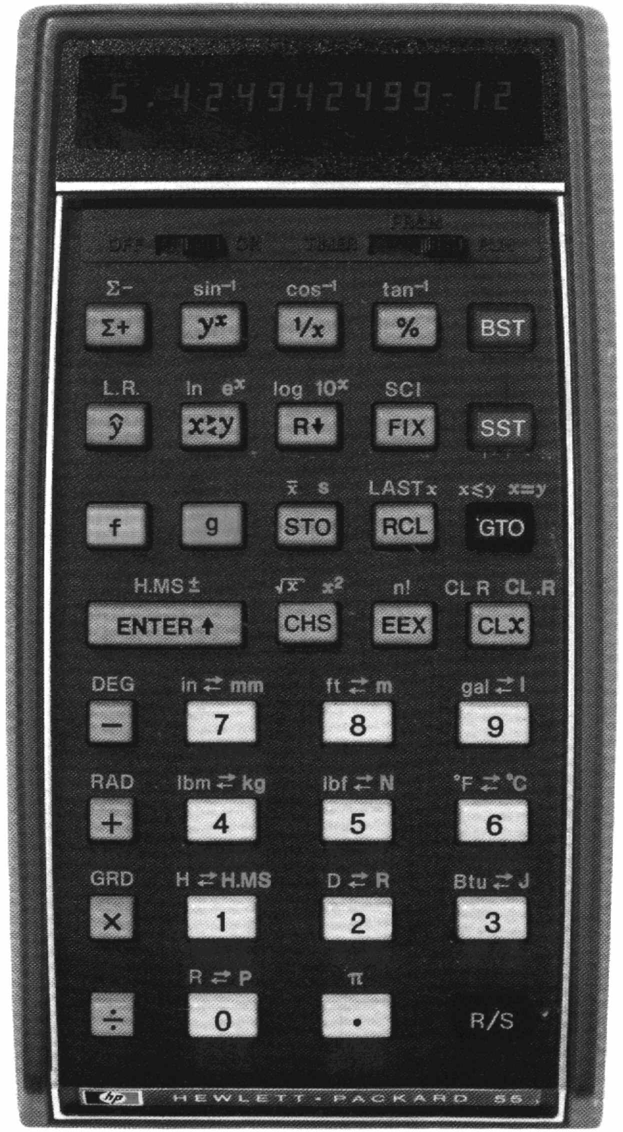




Les programmes figurant dans ce fascicule sont sans garantie d'aucune sorte. Par conséquent, la Société HEWLETT-PACKARD n'assume aucune responsabilité, consécutive ou non à l'utilisation de ces programmes ou de ce document.

HEWLETT hp PACKARD

HP-55
programmes statistiques



Grandeur réelle

INTRODUCTION

Les programmes figurant dans ce fascicule ont été choisis dans les domaines des probabilités, de la statistique générale, des fonctions de distribution, des courbes d'ajustement et des tests statistiques.
Chaque programme comprend une description générale, les formules utilisées, le mode opératoire, des exemples numériques, le programme proprement dit et les registres mémoire utilisés.
A la fin du fascicule, figure un index.
Nous vous conseillons, avant d'utiliser les programmes, de lire d'abord l'exemple du mode opératoire situé après le sommaire. Pour une programmation personnelle, reportez-vous au manuel d'utilisation du HP-55.
Nous souhaitons que le HP-55 soit un instrument utile pour vos calculs statistiques et vous remercions d'avance pour tous les commentaires, suggestions et contributions que vous voudrez bien nous communiquer, car ils nous aideront à mettre à votre disposition des programmes de grande qualité.

SOMMAIRE

MODE OPÉRATOIRE

Le mode opératoire vous servira de guide pour l'utilisation des programmes. Il se présente sous la forme d'un tableau comprenant cinq colonnes. Pour suivre les instructions, commencer par la ligne numéro 1 et lire de gauche à droite en effectuant les opérations indiquées au fur et à mesure que vous avancez. Les numéros de séquence suivis de «prime» (′) placé en haut et à droite indiquent qu'une autre séquence est à effectuer par rapport à la séquence portant le même numéro.

La colonne INSTRUCTIONS indique les instructions et commentaires relatifs aux opérations à effectuer. Les instructions sont exécutées séquentiellement, sauf indication contraire dans cette colonne.

Normalement, la première instruction est «Introduire le programme». Pour mettre un programme en mémoire: appuyer sur BST en mode RUN, passer en mode PRGM, introduire le programme, puis revenir en mode RUN.

Les processus répétés, utilisés dans la plupart des cas pour une longue série de données d'entrée ou de sortie, sont entourés d'un cadre imprimé en gras, conjointement avec une instruction «Effectuer».

La colonne DONNÉES précise les données à introduire et leurs unités.

La colonne TOUCHES indique les touches à presser.

↑ est le symbole utilisé pour indiquer la touche «ENTER↑». Tous les autres symboles figurant dans cette colonne sont identiques à ceux du HP-55.

Ne pas tenir compte des positions en blanc dans la colonne TOUCHES.

Certains programmes complexes nécessitent l'utilisation de touches (différentes des touches de commande du programme) indiquées dans la colonne TOUCHES afin d'obtenir les réponses.

Un exemple de mode opératoire est donné ci-après (test de Behrens-Fisher):

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n_1	x_i	Σ+				i
3	Effacer la donnée incorrecte x_k	x_k	f	Σ−			
4	Calcul de $\bar{x}$ et de $s_1/\sqrt{n_1}$		f	$\bar{x}$	STO	0	$\bar{x}$
			g	s	RCL	·	
			0	f	$\sqrt{x}$	÷	$s_1/\sqrt{n_1}$
			STO	1	g	CL·R	0.00
5	Effectuer 5 pour i = 1, 2,..., n_2	y_i	Σ+				i
5′	Effacer la donnée incorrecte y_h	y_h	f	Σ−			
6	Introduire D et calcul de d, θ	D	BST	R/S			d
			R/S				θ
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

Séquence 1: Dans tous les programmes, la première séquence est «Introduire le programme dans le calculateur».

Séquence 2: La séquence d'initialisation a pour but de vider le contenu de la pile opérationnelle et des registres $R_{.0}$ à $R_{.9}$.

Séquence 3: Les données x_i sont introduites dans la boucle. Au premier passage à travers la boucle, la variable «i» est égale à «1»; au second passage, «i» est égal à «2», etc.

Séquence 3′: Cette séquence est exécutée dans le cas où les données introduites dans la séquence 3 sont à supprimer.

Séquence 4: Pour obtenir les résultats intermédiaires et réinitialiser les registres, appuyer sur certaines touches. $\bar{x}$ et $s_1/\sqrt{n_1}$ sont calculés et affichés.

Séquence 5: Les données y_i sont introduites dans la boucle.

Séquence 5′: Cette séquence est exécutée dans le cas où les données introduites à la séquence 5 sont à supprimer.

Séquence 6: D est une donnée. Les réponses d et θ sont calculées.

Séquence 7: Cette séquence donne les instructions pour un nouveau cas. Dans cet exemple, il faut aller en 2.

ARRANGEMENT

Un arrangement est un sous-ensemble ordonné d'un ensemble d'objets distincts. Le nombre d'arrangements possibles, chacun contenant n objets, qui peuvent être réalisés à partir d'un ensemble de m objets distincts, est donné par:

$$ {}_{m}A_{n} = \frac{m!}{(m-n)!} = m(m-1)\ \dots\ (m-n+1) $$

où m et n sont des entiers tels que $0 \leqslant n \leqslant m$

Remarques:

1. ${}_{m}A_{n}$ peut aussi être désigné par A_n^m, A (m, n) ou $(m)_n$.
2. ${}_{m}P_{0} = 1$, mA1 = m, mAm = m!

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	41	↑
02.	33	STO
03.	00	0
04.	84	R/S
05.	32	g
06.	-35	x=y 35
07.	31	f
08.	-11	x⩽y 11
09.	00	0
10.	81	÷
11.	01	1
12.	32	g
13.	-32	x=y 32
14.	44	CLX
15.	32	g
16.	-38	x=y 38
17.	61	+
18.	51	–
19.	01	1
20.	61	+
21.	71	x
22.	31	f
23.	34	LAST X
24.	34	RCL

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	00	0
26.	01	1
27.	51	–
28.	32	g
29.	-32	x=y 32
30.	23	R↓
31.	-19	GTO 19
32.	23	R↓
33.	23	R↓
34.	-00	GTO 00
35.	31	f
36.	43	n!
37.	-00	GTO 00
38.	01	1
39.	-00	GTO 00
40.	41	↑
41.	31	f
42.	43	n!
43.	22	x⇄y
44.	84	R/S
45.	51	–
46.	31	f
47.	43	n!
48.	81	÷
49.	-00	GTO 00

REGISTRES	
R_0	m
R_1	
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	
$R_{.1}$	
$R_{.2}$	
$R_{.3}$	
$R_{.4}$	
$R_{.5}$	
$R_{.6}$	
$R_{.7}$	
$R_{.8}$	
$R_{.9}$	

Exemples:

${}_{27}A_{5} = 9687600.00$
${}_{73}A_{4} = 26122320.00$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire m, n	m	BST	R/S			m
		n	R/S				mAn
2'	Si m ⩽ 69, pour calculer plus rapidement		GTO	4	0		
		m	R/S				m
		n	R/S				mAn
3	Pour un nouveau cas, aller en 2						

COMBINAISON

Une combinaison est une sélection non ordonnée d'un ou plusieurs ensembles d'objets distincts. Le nombre de combinaisons possibles, chacune contenant n objets, est donné par:

$$_mC_n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!} = \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n}$$

où m et n sont des entiers tels que $0 \leqslant n \leqslant m$

Ce programme calcule mCn en utilisant l'algorithme suivant:

1. Si $n \leqslant m - n$

$$_mC_n = \frac{m-n+1}{1} \cdot \frac{m-n+2}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{m}{n}.$$

2. Si $n > m - n$, le programme calcule $_mC_{m-n}$.

Remarques:

1. mCn, qui est aussi appelé coefficient binomial, peut être désigné par C^m_n, C(m,n), ou $\binom{m}{n}$
2. $_mC_n = {}_mC_{m-n}$
3. $_mC_0 = {}_mC_m = 1$
4. $_mC_1 = {}_mC_{m-1} = m$

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	-29	x≤y 29
01.	51	–	26.	34	RCL
02.	31	f	27.	02	2
03.	34	LAST X	28.	-00	GTO 00
04.	31	f	29.	34	RCL
05.	-42	x≤y 42	30.	00	0
06.	33	STO	31.	22	x⇄y
07.	00	0	32.	61	+
08.	01	1	33.	31	f
09.	33	STO	34.	34	LAST X
10.	01	1	35.	81	÷
11.	61	+	36.	34	RCL
12.	33	STO	37.	02	2
13.	02	2	38.	71	x
14.	44	CLX	39.	33	STO
15.	32	g	40.	02	2
16.	-44	x=y 44	41.	-17	GTO 17
17.	23	R↓	42.	22	x⇄y
18.	01	1	43.	-06	GTO 06
19.	34	RCL	44.	01	1
20.	01	1	45.	-00	GTO 00
21.	61	+	46.		
22.	33	STO	47.		
23.	01	1	48.		
24.	31	f	49.		

REGISTRES
R_0 max(n, m−n)
R_1 Utilisé
R_2 Utilisé
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemples:

1. $_{73}C_4 = 1088430.00$
2. $_{27}C_5 = 80730.00$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire m, n	m	↑				
		n	BST	R/S			mCn
3	Pour un nouveau cas, aller en 2						

FORMULE DE BAYES

Soient $E_1, E_2, \ldots, E_n$, n événements exhaustifs s'excluant mutuellement, et A un événement pour lequel les probabilités conditionnelles, $P[A/E_i]$ de A, sachant que E_i est réalisé, sont connues. Si les $P[E_i]$ sont donnés, alors la probabilité conditionnelle $P[E_k/A]$ de chacun des événements E_k, sachant que A est réalisé, est donné par:

$$P\,[E_k/A] = \frac{P[E_k]\;P\,[A/E_k]}{\sum_{i=1}^{n} P\,[E_i] P\,[A/E_i]}$$

où k peut prendre les valeurs 1, 2, . . ., ou n

Référence:

E. Parzen, *Modern Probability Theory and its Applications,* John Wiley and Sons, 1960.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	51	−
01.	00	0	26.	33	STO
02.	33	STO	27.	01	1
03.	00	0	28.	−06	GTO 06
04.	33	STO	29.	71	x
05.	01	1	30.	34	RCL
06.	84	R/S	31.	00	0
07.	71	x	32.	81	÷
08.	33	STO	33.	−00	GTO 00
09.	61	+	34.		
10.	00	0	35.		
11.	34	RCL	36.		
12.	01	1	37.		
13.	01	1	38.		
14.	61	+	39.		
15.	33	STO	40.		
16.	01	1	41.		
17.	−06	GTO 06	42.		
18.	71	x	43.		
19.	33	STO	44.		
20.	51	−	45.		
21.	00	0	46.		
22.	34	RCL	47.		
23.	01	1	48.		
24.	01	1	49.		

REGISTRES
R_0 $\Sigma P[A/E_i]\,P[E_i]$
R_1 n
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

Si $P[E_1] = 0.95$
$P[A/E_1] = 0.005$
$P[E_2] = 0.05$
$P[A/E_2] = 0.995$
et $P[E_1/A] = 0.09$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	$P[E_i]$	↑				
		$P[A/E_i]$	R/S				i
3′	Effacer la donnée incorrecte						
	$P\,[E_m]$, $P\,[A/E_m]$	$P[E_m]$	↑				
		$P[A/E_m]$	GTO	1	8	R/S	
4	Calcul de $P\,[E_k/A]$	$P[E_k]$	↑				
		$P[A/E_k]$	GTO	2	9	R/S	$P[E_k/A]$
5	Pour une autre valeur de k, aller en 4						
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

PROBABILITÉ DE NON-RÉPÉTITION DANS UN ÉCHANTILLON

Soit un échantillon de taille n tiré avec remise à partir d'une population comprenant m objets différents. La probabilité P de non-répétition dans l'échantillon est:

$$P = \left(1 - \frac{1}{m}\right)\left(1 - \frac{2}{m}\right) \cdots \left(1 - \frac{n-1}{m}\right).$$

Connaissant les nombres entiers m et n tels que $m \geqslant n > 1$, ce programme calcule la probabilité P.

Remarque:

Le temps d'exécution de ce programme dépend de n; plus n est grand, plus le temps de calcul est long.

Référence:

E. Parzen, *Modern Probability Theory and its Applications,* John Wiley and Sons, 1960.

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	33	STO
02.	02	2
03.	01	1
04.	33	STO
05.	00	0
06.	34	RCL
07.	01	1
08.	34	RCL
09.	02	2
10.	01	1
11.	51	–
12.	33	STO
13.	02	2
14.	00	0
15.	32	g
16.	–27	x=y 27
17.	23	R↓
18.	22	x⇄y
19.	81	÷
20.	01	1
21.	22	x⇄y
22.	51	–
23.	33	STO
24.	71	x

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	00	0
26.	–06	GTO 06
27.	34	RCL
28.	00	0
29.	–00	GTO 00
30.		
31.		
32.		
33.		
34.		
35.		
36.		
37.		
38.		
39.		
40.		
41.		
42.		
43.		
44.		
45.		
46.		
47.		
48.		
49.		

REGISTRES
R_0 Utilisé
R_1 m
R_2 Utilisé
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

Dans une pièce contenant m personnes, quelle est la probabilité pour que pas plus d'une personne d'un échantillon de n personnes ait le même anniversaire?

$m = 365$ $\quad$ $n = 4, 23, 48$

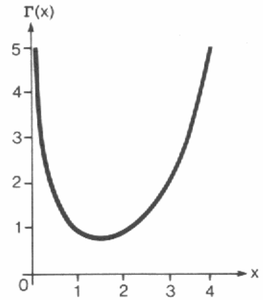
1. $n = 4$, $\quad P = 0.98$
2. $n = 23$, $\quad P = 0.49$
3. $n = 48$, $\quad P = 0.04$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire m	m	STO	1	BST		
3	Introduire n	n	R/S				P
4	Pour une autre valeur de n, aller en 3						
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

FONCTION GAMMA

Ce programme approxime la valeur de la fonction gamma $\Gamma(x)$ pour $1 \leqslant x < 70$.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} \, dt$$



1. $\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$
2. Pour $1 \leqslant x \leqslant 2$, l'approximation polynomiale peut être utilisée.

$$\Gamma(x) \cong 1 + b_1 (x-1) + b_2 (x-1)^2 + \ldots + b_8 (x-1)^8$$

où: $b_1 = -0.577191652$ $\quad b_2 = 0.988205891$
$b_3 = -0.897056937$ $\quad b_4 = 0.918206857$
$b_5 = -0.756704078$ $\quad b_6 = 0.482199394$
$b_7 = -0.193527818$ $\quad b_8 = 0.035868343$

Remarque:

Ce programme peut être utilisé pour calculer la fonction factorielle généralisée $x!$ pour $o \leqslant x < 69$.

$$x! = \Gamma(x+1)$$

Référence:

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions,* National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	01	1
02.	51	–
03.	31	f
04.	-09	x≤y 09
05.	33	STO
06.	71	x
07.	00	0
08.	-01	GTO 01
09.	41	↑
10.	41	↑
11.	41	↑
12.	34	RCL
13.	08	8
14.	71	x
15.	34	RCL
16.	07	7
17.	61	+
18.	71	x
19.	34	RCL
20.	06	6
21.	61	+
22.	71	x
23.	34	RCL
24.	05	5

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	61	+
26.	71	x
27.	34	RCL
28.	04	4
29.	61	+
30.	71	x
31.	34	RCL
32.	03	3
33.	61	+
34.	71	x
35.	34	RCL
36.	02	2
37.	61	+
38.	71	x
39.	34	RCL
40.	01	1
41.	61	+
42.	71	x
43.	01	1
44.	61	+
45.	34	RCL
46.	00	0
47.	71	x
48.	-00	GTO 00
49.		

REGISTRES
R_0 Utilisé
R_1 b_1
R_2 b_2
R_3 b_3
R_4 b_4
R_5 b_5
R_6 b_6
R_7 b_7
R_8 b_8
R_9
$R_{\bullet 0}$
$R_{\bullet 1}$
$R_{\bullet 2}$
$R_{\bullet 3}$
$R_{\bullet 4}$
$R_{\bullet 5}$
$R_{\bullet 6}$
$R_{\bullet 7}$
$R_{\bullet 8}$
$R_{\bullet 9}$

Exemples:

1. $\Gamma(5.25) = 35.21$
2. $7! = \Gamma(8) = 5040.00$
3. $2.34! = \Gamma(3.34) = 2.80$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Mettre en mémoire les constantes	b_1	STO	1			
		b_2	STO	2			
		b_3	STO	3			
		b_4	STO	4			
		b_5	STO	5			
		b_6	STO	6			
		b_7	STO	7			
		b_8	STO	8	BST		
3	Initialiser et introduire x	1	STO	0			
		x	R/S				Γ(x)
4	Pour un nouveau cas, aller en 3						

FONCTION GAMMA INCOMPLÈTE

$$\gamma(a, x) = \int_0^x e^{-t}\, t^{a-1}\, dt$$

$$= x^a e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{a(a+1)\ldots(a+n)}$$

où $a > 0$, $x > 0$.

Ce programme calcule les sommes partielles successives de cette série. Lorsque deux sommes partielles consécutives sont égales, le programme s'arrête et la dernière valeur trouvée, considérée comme étant la somme de la série, apparaît à l'affichage.

Remarque:

Lorsque x est très grand, le calcul d'un nouveau terme de la série peut entraîner un dépassement de capacité. Dans ce cas, l'affichage n'indique que des 9 et le programme s'arrête.

Référence:

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions,* National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	02	2
01.	33	STO	26.	61	+
02.	00	0	27.	32	g
03.	22	x⇄y	28.	-30	x=y 30
04.	33	STO	29.	-12	GTO 12
05.	01	1	30.	34	RCL
06.	12	y^x	31.	00	0
07.	34	RCL	32.	32	g
08.	01	1	33.	22	e^x
09.	81	÷	34.	81	÷
10.	33	STO	35.	-00	GTO 00
11.	02	2	36.		
12.	34	RCL	37.		
13.	00	0	38.		
14.	34	RCL	39.		
15.	01	1	40.		
16.	01	1	41.		
17.	61	+	42.		
18.	33	STO	43.		
19.	01	1	44.		
20.	81	÷	45.		
21.	34	RCL	46.		
22.	02	2	47.		
23.	71	×	48.		
24.	33	STO	49.		

REGISTRES
R_0 x
R_1 Utilisé
R_2 Utilisé
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

1. $\gamma(1, 2) = 0.86$
2. $\gamma(1, 0.1) = 0.10$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire a et x	a	↑				
		x	BST	R/S			$\gamma(a, x)$
3	Pour un nouveau cas, aller en 2						

FONCTION D'ERREUR ET FONCTION D'ERREUR COMPLÉMENTAIRE

Fonction d'erreur $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n+1)} x^{2n+1}$$

Fonction d'erreur complémentaire

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x$$

où $x > 0$.

Ce programme calcule les sommes partielles successives de cette série. Lorsque deux sommes partielles consécutives sont égales, le programme s'arrête et la dernière valeur trouvée, considérée comme étant la valeur de la série, apparaît à l'affichage.

Remarques:

1. Lorsque x est très grand, le calcul d'un nouveau terme de la série peut entraîner un dépassement de capacité. Dans ce cas, l'affichage n'indique que des 9 et le programme s'arrête.
2. Le temps de calcul de ce programme dépend de la valeur de x; plus la valeur de x est grande, plus le temps de calcul est long.

Référence:

Handbook of Mathematical Functions, Abramowitz and Stegun, National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	71	x
01.	33	STO	26.	33	STO
02.	00	0	27.	00	0
03.	41	↑	28.	61	+
04.	71	x	29.	32	g
05.	02	2	30.	-32	x=y 32
06.	71	x	31.	-14	GTO 14
07.	33	STO	32.	02	2
08.	01	1	33.	71	x
09.	01	1	34.	31	f
10.	33	STO	35.	83	π
11.	02	2	36.	31	f
12.	34	RCL	37.	42	$\sqrt{x}$
13.	00	0	38.	34	RCL
14.	34	RCL	39.	01	1
15.	01	1	40.	02	2
16.	34	RCL	41.	81	÷
17.	02	2	42.	32	g
18.	02	2	43.	22	e^x
19.	61	+	44.	71	x
20.	33	STO	45.	81	÷
21.	02	2	46.	84	R/S
22.	81	÷	47.	01	1
23.	34	RCL	48.	22	$x \rightleftarrows y$
24.	00	0	49.	51	−

REGISTRES
R_0 Utilisé
R_1 $2x^2$
R_2 Utilisé
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

erf (1.34) = 0.94

erfc (1.34) = 0.06

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Calcul de erf x et de erfc x	x	BST	R/S			erf x
			R/S				erfc x
3	Pour un nouveau cas, aller en 2						

GÉNÉRATEUR DE NOMBRES ALÉATOIRES

Ce programme calcule des nombres aléatoires u_i uniformément distribués tels que :

$$0 \leqslant u_i \leqslant 1$$

à l'aide de la formule suivante :

$$u_i = \text{partie fractionnaire de } [(\pi + u_{i-1})^5].$$

L'utilisateur devra choisir le nombre initial u_0 tel que :

$$0 \leqslant u_0 \leqslant 1.$$

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	23	R↓
01.	33	STO	26.	33	STO
02.	00	0	27.	00	0
03.	84	R/S	28.	-03	GTO 03
04.	31	f	29.	51	–
05.	83	π	30.	-26	GTO 26
06.	34	RCL	31.		
07.	00	0	32.		
08.	61	+	33.		
09.	05	5	34.		
10.	12	y^x	35.		
11.	41	↑	36.		
12.	41	↑	37.		
13.	43	EEX	38.		
14.	09	9	39.		
15.	61	+	40.		
16.	43	EEX	41.		
17.	09	9	42.		
18.	51	–	43.		
19.	01	1	44.		
20.	51	–	45.		
21.	51	–	46.		
22.	01	1	47.		
23.	31	f	48.		
24.	-29	x≤y 29	49.		

REGISTRES
R_0 u_i
R_1
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple :

Nombres aléatoires uniformément distribués générés par le programme ($u_0 = 0$) : 0.02, 0.73, 0.70, 0.31, 0.58, 0.85, 0.86, 0.43, 0.33, 0.60, 0.67, 0.93, 0.22, 0.32, 0.45, 0.50, ...

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire u_0	u_0	BST	R/S			u_0
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2, 3,...		R/S				u_i
4	Pour un nouveau cas, aller en 2						

MOYENNE ARITHMÉTIQUE, ÉCART TYPE, ERREUR MOYENNE (DONNÉES GROUPÉES)

Si l'on se donne une suite de valeurs

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

affectées des fréquences respectives

$$f_1, f_2, \ldots, f_n$$

le programme effectue les calculs statistiques suivants:

$$\text{Moyenne arithmétique } \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$\text{Ecart type } s = \sqrt{\frac{\Sigma f_i x_i^2 - (\Sigma f_i)\bar{x}^2}{\Sigma f_i - 1}}$$

$$\text{Erreur moyenne } s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{\Sigma f_i}} \; .$$

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	33	STO
02.	61	+
03.	00	0
04.	22	x⇄y
05.	71	x
06.	31	f
07.	34	LAST X
08.	22	x⇄y
09.	71	x
10.	31	f
11.	34	LAST X
12.	11	Σ+
13.	-00	GTO 00
14.	42	CHS
15.	34	RCL
16.	83	•
17.	00	0
18.	02	2
19.	51	–
20.	33	STO
21.	83	•
22.	00	0
23.	23	R↓
24.	-01	GTO 01

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	34	RCL
26.	00	0
27.	33	STO
28.	83	•
29.	00	0
30.	34	RCL
31.	83	•
32.	03	3
33.	33	STO
34.	83	•
35.	02	2
36.	31	f
37.	33	$\bar{x}$
38.	84	R/S
39.	32	g
40.	33	s
41.	84	R/S
42.	34	RCL
43.	00	0
44.	31	f
45.	42	$\sqrt{x}$
46.	81	÷
47.	-00	GTO 00
48.		
49.		

REGISTRES	
R_0	Σf_i
R_1	
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	$n, \Sigma f_i$
$R_{.1}$	$\Sigma f_i x_i$
$R_{.2}$	$\Sigma (f_i x_i)^2, \Sigma f_i x_i^2$
$R_{.3}$	$\Sigma f_i x_i^2$
$R_{.4}$	$\Sigma (f_i x_i^2)^2$
$R_{.5}$	$\Sigma f_i^2 x_i^3$
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

x_i	2	3.4	7	11	23	3.41
f_i	5	3	4	2	3	1

$\bar{x} = 7.92$

$s = 7.52$

$s_{\bar{x}} = 1.77$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL•R	STO	0	
			BST				0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	x_i	↑				
		f_i	R/S				i
3′	Effacer la donnée incorrecte x_k, f_k	x_k	↑				
		f_k	GTO	1	4	R/S	
4	Calcul de $\bar{x}$, s et $s_{\bar{x}}$		GTO	2	5	R/S	$\bar{x}$
			R/S				s
			R/S				$s_{\bar{x}}$
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

MOYENNE GÉOMÉTRIQUE

Soit une suite de n nombres positifs $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$; la moyenne géométrique est définie par:

$$G = (a_1, a_2, \ldots, a_n)^{\frac{1}{n}}$$

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	01	1
02.	33	STO
03.	01	1
04.	00	0
05.	33	STO
06.	00	0
07.	84	R/S
08.	34	RCL
09.	01	1
10.	71	x
11.	33	STO
12.	01	1
13.	34	RCL
14.	00	0
15.	01	1

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	12	y^x
26.	-00	GTO 00
27.	33	STO
28.	81	÷
29.	01	1
30.	34	RCL
31.	00	0
32.	01	1
33.	51	–
34.	33	STO
35.	00	0
36.	-07	GTO 07
37.		
38.		
39.		
40.		

REGISTRES
R_0 n
R_1 $\Pi\, a_i$
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$

Exemple:

La suite des nombres $\{2, 3.4, 3.41, 7, 11, 23\}$ a une moyenne géométrique $G = 5.87$.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	a_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte a_k	a_k	GTO	2	7	R/S	
4	Calcul de la moyenne G		GTO	2	0	R/S	G
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

MOYENNE HARMONIQUE

Soit une suite de n nombres positifs $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$; la moyenne harmonique est définie par:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}}.$$

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	00	0
02.	33	STO
03.	00	0
04.	33	STO
05.	01	1
06.	84	R/S
07.	13	1/x
08.	34	RCL
09.	01	1
10.	61	+
11.	33	STO
12.	01	1
13.	34	RCL
14.	00	0
15.	01	1
16.	61	+
17.	33	STO
18.	00	0
19.	-06	GTO 06
20.	34	RCL
21.	00	0
22.	34	RCL
23.	01	1
24.	81	÷

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	-00	GTO 00
26.	13	1/x
27.	33	STO
28.	51	–
29.	01	1
30.	34	RCL
31.	00	0
32.	01	1
33.	51	–
34.	33	STO
35.	00	0
36.	-06	GTO 06
37.		
38.		
39.		
40.		
41.		
42.		
43.		
44.		
45.		
46.		
47.		
48.		
49.		

REGISTRES
R_0 n
R_1 $\Sigma 1/a_i$
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

La suite des nombres $\{2, 3.4, 3.41, 7, 11, 23\}$ a une moyenne harmonique $H = 4.40$.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i=1, 2, ..., n	a_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte a_k	a_k	GTO	2	6	R/S	
4	Calcul de la moyenne H		GTO	2	0	R/S	H
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

MOYENNE GÉNÉRALISÉE

Soit une suite de n nombres positifs $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$; la moyenne généralisée est définie par:

$$M(t) = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} a_k{}^t \right)^{\frac{1}{t}}$$

où t est n'importe quel nombre.

Remarques:

1. Si $t=1$, la moyenne généralisée M(1) est égale à la moyenne arithmétique.
2. Si $t=-1$, la moyenne généralisée M(−1) est égale à la moyenne harmonique.

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	00	0
02.	33	STO
03.	00	0
04.	33	STO
05.	01	1
06.	84	R/S
07.	33	STO
08.	02	2
09.	84	R/S
10.	34	RCL
11.	02	2
12.	12	y^x
13.	34	RCL
14.	01	1
15.	61	+
16.	33	STO
17.	01	1
18.	34	RCL
19.	00	0
20.	01	1
21.	61	+
22.	33	STO
23.	00	0
24.	-09	GTO 09

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	34	RCL
26.	01	1
27.	34	RCL
28.	00	0
29.	81	÷
30.	34	RCL
31.	02	2
32.	13	$1/x$
33.	12	y^x
34.	-00	GTO 00
35.	34	RCL
36.	02	2
37.	12	y^x
38.	33	STO
39.	51	−
40.	01	1
41.	34	RCL
42.	00	0
43.	01	1
44.	51	−
45.	33	STO
46.	00	0
47.	-09	GTO 09
48.		
49.		

REGISTRES
R_0 n
R_1 $\Sigma a_k{}^t$
R_2 t
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

La suite des nombres {2, 3.4, 3.41, 7, 11, 23} a une moyenne généralisée M(2) = 11.00.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Introduire t	t	R/S				t
4	Effectuer 3 pour i=1, 2, ..., n	a_i	R/S				i
4'	Effacer la donnée incorrecte a_k	a_k	GTO	3	5	R/S	
5	Calcul de la moyenne M(t)		GTO	2	5	R/S	M(t)
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

MOYENNE MOBILE

Connaissant un ensemble de nombres $\{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$, ce programme calcule la moyenne mobile d'ordre n (n peut prendre les valeurs 2, 3, ..., 9) donnée par la séquence des moyennes arithmétiques suivantes:

$$\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}, \frac{x_2 + x_3 + \ldots + x_{n+1}}{n}, \frac{x_3 + x_4 + \ldots + x_{n+2}}{n}, \ldots$$

Les numérateurs sont les totaux mobiles d'ordre n.

Remarque:

Le programme calcule le total et la moyenne des n premiers nombres. Ensuite, x_{n+1} est ajouté et x_1 retranché du total. La nouvelle moyenne est calculée. Le procédé est utilisé jusqu'à ce que toutes les réponses soient trouvées. Ce programme est écrit de telle manière que la valeur que l'on a besoin d'enlever est stockée dans le registre R_n (où n est l'ordre). Dans l'exemple suivant, l'ordre est 6; c'est donc le registre R_6 qui contient cette valeur.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	33	STO
02.	83	·
03.	06	6
04.	34	RCL
05.	08	8
06.	33	STO
07.	09	9
08.	34	RCL
09.	07	7
10.	33	STO
11.	08	8
12.	34	RCL
13.	06	6
14.	33	STO
15.	07	7
16.	34	RCL
17.	05	5
18.	33	STO
19.	06	6
20.	34	RCL
21.	04	4
22.	33	STO
23.	05	5
24.	34	RCL
25.	03	3
26.	33	STO
27.	04	4
28.	34	RCL
29.	02	2
30.	33	STO
31.	03	3
32.	34	RCL
33.	01	1
34.	33	STO
35.	02	2
36.	34	RCL
37.	00	0
38.	33	STO
39.	01	1
40.	34	RCL
41.	83	·
42.	06	6
43.	33	STO
44.	00	0
45.	11	Σ+
46.	-00	GTO 00
47.		
48.		
49.		

REGISTRES
R_0 Utilisé
R_1 Utilisé
R_2 Utilisé
R_3 Utilisé
R_4 Utilisé
R_5 Utilisé
R_6 Utilisé
R_7 Utilisé
R_8 Utilisé
R_9 Utilisé
$R_{.0}$ Utilisé
$R_{.1}$ Utilisé
$R_{.2}$ Utilisé
$R_{.3}$ Utilisé
$R_{.4}$ Utilisé
$R_{.5}$ Utilisé
$R_{.6}$ Utilisé
$R_{.7}$ 0
$R_{.8}$ 0
$R_{.9}$ 0

Exemple:

Pour l'ensemble suivant de données {105, 121, 124, 97, 86, 134, 105, 81, 127, 132, 114, 121} les moyennes d'ordre 6 sont 111.17, 111.17, 104.50, 105.00, 110.83, 115.50, 113.33.

Les totaux mobiles d'ordre 6 sont 667.00, 667.00, 627.00, 630.00, 665.00, 693.00, 680.00.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R	BST		0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	x_i	R/S				i
4	Calcul de la moyenne mobile						
	d'ordre n		f	$\bar{x}$			Moyenne
5	(option) calcul du total						
	mobile d'ordre n		RCL	Σ+			total
6	Introduire la valeur suivante	x_k	R/S				n + 1
7	Supprimer une ancienne valeur		RCL				
		n*	f	Σ−			n
8	Aller en 4						
9	Pour un nouveau cas, aller en 2						
	*n peut être égale à 2, 3,..., 9.						

COVARIANCE ET COEFFICIENT DE CORRÉLATION

Soit une suite de valeurs données $\{(x_i, y_i), i=1, 2, \ldots, n\}$; la covariance et le coefficient de corrélation sont définis par:

$$\text{covariance } s_{xy} = \frac{1}{n-1}\left(\Sigma x_i y_i - \frac{1}{n}\Sigma x_i \Sigma y_i\right)$$

$$\text{ou } s_{xy}' = \frac{1}{n}\left(\Sigma x_i y_i - \frac{1}{n}\Sigma x_i \Sigma y_i\right)$$

$$\text{coefficient de corrélation } r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

s_x et s_y étant l'écart type

$$s_x = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2/n}{n-1}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2/n}{n-1}}$$

Remarque:

$-1 \leqslant r \leqslant 1$

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	33	STO
01.	32	g	26.	83	•
02.	44	CL•R	27.	06	6
03.	84	R/S	28.	84	R/S
04.	34	RCL	29.	34	RCL
05.	83	•	30.	83	•
06.	05	5	31.	00	0
07.	34	RCL	32.	81	÷
08.	83	•	33.	31	f
09.	01	1	34.	34	LAST X
10.	34	RCL	35.	01	1
11.	83	•	36.	51	–
12.	03	3	37.	71	x
13.	71	x	38.	–00	GTO 00
14.	34	RCL	39.	32	g
15.	83	•	40.	33	s
16.	00	0	41.	71	x
17.	81	÷	42.	34	RCL
18.	51	–	43.	83	•
19.	34	RCL	44.	06	6
20.	83	•	45.	22	x⇄y
21.	00	0	46.	81	÷
22.	01	1	47.	–00	GTO 00
23.	51	–	48.		
24.	81	÷	49.		

REGISTRES	
R_0	
R_1	
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Σx_i
$R_{.2}$	Σx_i^2
$R_{.3}$	Σy_i
$R_{.4}$	Σy_i^2
$R_{.5}$	$\Sigma x_i y_i$
$R_{.6}$	s_{xy}
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

y_i	92	85	78	81	54	51	40
x_i	26	30	44	50	62	68	74

$s_{xy} = -354.14$

$s_{xy}' = -303.55$

$r = -0.96$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2*	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	y_i	↑				
		x_i	Σ+				i
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k, y_k	y_k	↑				
		x_k	f	Σ–			
4	Calcul de la covariance s_{xy}		R/S				s_{xy}
	(option) calcul de s_{xy}'		R/S				s_{xy}'
5	Calcul du coefficient de corrélation r		GTO	3	9	R/S	r
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						
	* Remarque: si les sommes						
	sont déjà stockées dans les						
	registres, sauter 2, 3 et 3'						

MOMENTS, COEFFICIENTS D'ASYMÉTRIE ET D'APLATISSEMENT

Ce programme effectue les calculs statistiques suivants pour une suite de valeur $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$:

Moment d'ordre 1 $\quad \overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$

Moment d'ordre 2 $\quad m_2 = \frac{1}{n} \Sigma x_i^2 - \overline{x}^2$

Moment d'ordre 3 $\quad m_3 = \frac{1}{n} \Sigma x_i^3 - \frac{3}{n} \overline{x}\, \Sigma x_i^2 + 2\overline{x}^3$

Moment d'ordre 4 $\quad m_4 = \frac{1}{n} \Sigma x_i^4 - \frac{4}{n} \overline{x}\, \Sigma x_i^3 + \frac{6}{n} \overline{x}^2\, \Sigma x_i^2 - 3\overline{x}^4$

Coefficient d'asymétrie $\quad \gamma_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$

Coefficient d'aplatissement $\quad \gamma_2 = \frac{m_4}{m_2^{2}}$

Référence:

Theory and Problems of Statistics, M. R. Spiegel, Schaum's Outline, McGrawHill, 1961.

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	71	x
02.	03	3
03.	71	x
04.	51	–
05.	34	RCL
06.	01	1
07.	81	÷
08.	34	RCL
09.	00	0
10.	03	3
11.	12	y^x
12.	02	2
13.	71	x
14.	61	+
15.	84	R/S
16.	34	RCL
17.	83	•
18.	02	2
19.	34	RCL
20.	00	0
21.	34	RCL
22.	83	•
23.	05	5
24.	71	x

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	04	4
26.	71	x
27.	51	–
28.	34	RCL
29.	83	•
30.	04	4
31.	34	RCL
32.	00	0
33.	32	g
34.	42	x^2
35.	71	x
36.	06	6
37.	71	x
38.	61	+
39.	34	RCL
40.	01	1
41.	81	÷
42.	34	RCL
43.	00	0
44.	04	4
45.	12	y^x
46.	03	3
47.	71	x
48.	51	–
49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 $\overline{x}$
R_1 n
R_2 m_2
R_3 m_3
R_4 m_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{\bullet 0}$ n
$R_{\bullet 1}$ Σx_i^2
$R_{\bullet 2}$ Σx_i^4
$R_{\bullet 3}$ Σx_i
$R_{\bullet 4}$ Σx_i^2
$R_{\bullet 5}$ Σx_i^3
$R_{\bullet 6}$ 0
$R_{\bullet 7}$ 0
$R_{\bullet 8}$ 0
$R_{\bullet 9}$ 0

Exemple:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	2.1	3.5	4.2	6.5	4.1	3.6	5.3	3.7	4.9

$\overline{x} = 4.21$, $m_2 = 1.39$, $m_3 = 0.39$, $m_4 = 5.49$

$\gamma_1 = 0.24$, $\gamma_2 = 2.84$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R	BST		0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	x_i	↑	↑	x	Σ+	i
3′	Effacer la donnée incorrecte x_k	x_k	↑	↑	x	f	
			Σ−				
4	Calcul de la moyenne $\overline{x}$		f	$\overline{x}$	x⇄y	STO	
			0				$\overline{x}$
5	Calcul du moment m_2 d'ordre 2		RCL	·	1	RCL	
			·	0	STO	1	
			÷	x⇄y	g	x^2	
			−	STO	2		m_2
6	Calcul du moment m_3 d'ordre 3		RCL	·	5	RCL	
			0	RCL	·	1	
			R/S	STO	3		m_3
7	Calcul du moment m_4 d'ordre 4		R/S	STO	4		m_4
8	(option) calcul de γ_1, γ_2		RCL	3	RCL	2	
			1	·	5	y^x	
			÷				γ_1
			RCL	4	RCL	2	
			g	x^2	÷		γ_2
9	Pour un nouveau cas, aller en 2						

ERREUR MOYENNE POUR UNE RÉGRESSION LINÉAIRE

Soit $y = a_0 + a_1 x$ la droite ajustée, obtenue par la méthode des moindres carrés, pour un ensemble de points donnés $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ et $\hat{y}$ la valeur estimée sur cette droite pour une valeur de x donnée.

Le programme calcule:

1. L'erreur moyenne relative à la valeur y correspondant à x

$$s_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2 - a_0 \Sigma y_i - a_1 \Sigma x_i y_i}{n-2}}$$

2. L'erreur moyenne relative au coefficient de régression a_0

$$s_0 = s_{y \cdot x} \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n\left[\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}\right]}}$$

3. L'erreur moyenne relative au coefficient de régression a_1

$$s_1 = \frac{s_{y \cdot x}}{\sqrt{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}}$$

Remarque:

n est un entier positif supérieur à 2.

Référence:

Draper and Smith, *Applied Regression Analysis*, John Wiley and Sons, 1966.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	32	g
01.	71	x	26.	42	x^2
02.	51	–	27.	34	RCL
03.	34	RCL	28.	83	·
04.	83	·	29.	00	0
05.	05	5	30.	81	÷
06.	34	RCL	31.	51	–
07.	01	1	32.	31	f
08.	71	x	33.	42	$\sqrt{x}$
09.	51	–	34.	81	÷
10.	34	RCL	35.	34	RCL
11.	83	·	36.	83	·
12.	00	0	37.	02	2
13.	02	2	38.	34	RCL
14.	51	–	39.	83	·
15.	81	÷	40.	00	0
16.	31	f	41.	81	÷
17.	42	$\sqrt{x}$	42.	31	f
18.	84	R/S	43.	42	$\sqrt{x}$
19.	34	RCL	44.	22	$x \rightleftarrows y$
20.	83	·	45.	71	x
21.	02	2	46.	84	R/S
22.	34	RCL	47.	31	f
23.	83	·	48.	34	LAST X
24.	01	1	49.	-00	GTO 00

REGISTRES	
R_0	a_0
R_1	a_1
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Σx_i
$R_{.2}$	Σx_i^2
$R_{.3}$	Σy_i
$R_{.4}$	Σy_i^2
$R_{.5}$	$\Sigma x_i y_i$
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

y_i	92	85	78	81	54	51	40
x_i	26	30	44	50	62	68	74

$a_0 = 121.04$
$a_1 = -1.03$

L'équation de la droite de régression est $y = 121.04 - 1.03\ x$

$s_{y \cdot x} = 6.34$
$s_0 = 7.47$
$s_1 = 0.14$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2*	Initialiser		g	CL·R			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	y_i	↑				
		x_i	Σ+				i
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k, y_k	y_k	↑				
		x_k	f	Σ–			
4	Calcul de a_0, a_1		f	L. R.	STO	0	a_0
			$x \rightleftarrows y$	STO	1		a_1
5	Calcul de l'écart type		RCL	·	4	RCL	
			0	RCL	·	3	
			BST	R/S			$s_{y \cdot x}$
			R/S				s_0
			R/S				s_1
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						
	* Remarque: si les sommes						
	sont déjà stockées dans les						
	registres, sauter 2, 3 et 3'						

COEFFICIENT DE CORRÉLATION PARTIELLE

Le coefficient de corrélation partielle détermine les corrélations relatives de deux variables quelconques lorsque toutes les autres sont supposées constantes.

Par exemple, dans le cas de 3 variables X_1, X_2, X_3, le coefficient de corrélation partielle entre X_1 et X_2 pour X_3 donné est:

$$r_{12 \cdot 3} = \frac{r_{12} - r_{13}\, r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}}$$

où les r_{ij} sont les coefficients de corrélation de X_i et X_j.

De même, dans le cas de quatre variables, le coefficient de corrélation partiel entre X_1 et X_2 pour X_3 et X_4 donné est:

$$r_{12 \cdot 34} = \frac{r_{12 \cdot 4} - r_{13 \cdot 4}\, r_{23 \cdot 4}}{\sqrt{(1 - r_{13 \cdot 4}^2)(1 - r_{23 \cdot 4}^2)}} = \frac{r_{12 \cdot 3} - r_{14 \cdot 3}\, r_{24 \cdot 3}}{\sqrt{(1 - r_{14 \cdot 3}^2)(1 - r_{24 \cdot 3}^2)}} .$$

Tout coefficient de corrélation partiel peut être calculé au moyen de ces formules (en utilisant ce programme), si les coefficients de corrélation r_{12}, r_{13}, r_{23}, . . . sont donnés.

Remarque:

Ce programme calcule $r_{13 \cdot 2}$, $r_{23 \cdot 1}$ à l'aide de formules similaires.

Référence:

S. Wilks, *Mathematical Statistics,* John Wiley and Sons, 1962.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	51	–
01.	33	STO	26.	22	x⇄y
02.	02	2	27.	81	÷
03.	32	g	28.	84	R/S
04.	42	x^2	29.	34	RCL
05.	01	1	30.	01	1
06.	51	–	31.	34	RCL
07.	22	x⇄y	32.	02	2
08.	33	STO	33.	34	RCL
09.	01	1	34.	00	0
10.	32	g	35.	-01	GTO 01
11.	42	x^2	36.		
12.	01	1	37.		
13.	51	–	38.		
14.	71	x	39.		
15.	31	f	40.		
16.	42	$\sqrt{x}$	41.		
17.	22	x⇄y	42.		
18.	33	STO	43.		
19.	00	0	44.		
20.	34	RCL	45.		
21.	01	1	46.		
22.	34	RCL	47.		
23.	02	2	48.		
24.	71	x	49.		

REGISTRES
R_0 r_{12}, r_{13}, r_{23}
R_1 r_{13}, r_{23}, r_{12}
R_2 r_{23}, r_{12}, r_{13}
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

Si l'on a $r_{12} = -0.96$, $r_{13} = -0.1$, $r_{23} = 0.12$, les coefficients de corrélation partiels sont:

$r_{12 \cdot 3} = -0.96$
$r_{13 \cdot 2} = 0.05$
$r_{23 \cdot 1} = 0.09$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire les données –						
	calcul des coefficients	r_{12}	↑				
	de corrélation	r_{13}	↑				
		r_{23}	BST	R/S			$r_{12 \cdot 3}$
			R/S				$r_{13 \cdot 2}$
			R/S				$r_{23 \cdot 1}$
3	Pour un nouveau cas, aller en 2						

VARIABLE CENTRÉE RÉDUITE ET SCORE CENTRE RÉDUIT

Connaissant un ensemble de données $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, ce programme calcule l'ensemble des $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ définis par

$$y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} \qquad \text{avec } i = 1, 2, \ldots, n$$

où $\bar{x}$ et s représentent respectivement la moyenne de l'échantillon, et l'écart type relatif à l'ensemble $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. L'ensemble $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ a pour moyenne zéro et pour écart type 1.

Ce programme peut aussi transformer les y_i en z_i de manière à ce que l'ensemble $\{z_1, z_2, \ldots, z_n\}$ ait pour moyenne μ et pour écart type δ (μ et δ étant donnés)

$$z_i = \sigma y_i + \mu$$

$$\text{avec } i = 1, 2, \ldots, n$$

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	34	RCL
02.	02	2
03.	51	−
04.	34	RCL
05.	03	3
06.	81	÷
07.	84	R/S
08.	34	RCL
09.	01	1
10.	71	×
11.	34	RCL
12.	00	0
13.	61	+
14.	-00	GTO 00
15.	31	f
16.	33	$\bar{x}$
17.	33	STO
18.	02	2
19.	32	g
20.	33	s
21.	33	STO
22.	03	3
23.	-00	GTO 00
24.		

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.		
26.		
27.		
28.		
29.		
30.		
31.		
32.		
33.		
34.		
35.		
36.		
37.		
38.		
39.		
40.		
41.		
42.		
43.		
44.		
45.		
46.		
47.		
48.		
49.		

REGISTRES	
R_0	μ
R_1	σ
R_2	$\bar{x}$
R_3	s
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Σx_i
$R_{.2}$	Σx_i^2
$R_{.3}$	Utilisé
$R_{.4}$	Utilisé
$R_{.5}$	Utilisé
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

$\mu = 75, \quad \sigma = 10, \quad s = 10.54$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	57	62	73	48	78	54	59	75	67	81	66
y_i	−0.80	−0.33	0.72	−1.66	1.19	−1.09	−0.61	0.91	0.15	1.48	0.05
z_i	66.98	71.72	82.16	58.44	86.90	64.13	68.88	84.06	76.47	89.75	75.52

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R			0.00
3	Introduire μ, σ pour avoir z_i	μ	STO	0			
		σ	STO	1			
4	Effectuer 4 pour i = 1, 2,..., n	x_i	Σ+				i
4'	Effacer la donnée incorrecte x_k	x_k	f	Σ−			
5	Calcul et mise en mémoire de $\bar{x}$, s		GTO	1	5	R/S	s
6	Effectuer 6 pour i = 1, 2,..., n	x_i	BST	R/S			y_i
	(option) calcul de z_i		R/S				z_i
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

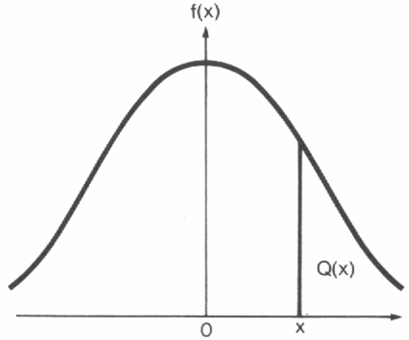
DISTRIBUTION NORMALE

Une distribution normale type est représentée par la fonction:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} .$$

la surface de droite étant

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt .$$



Pour $x \geqslant 0$, le programme calcule Q(x) par la formule d'approximation polynomiale:

$$Q(x) = f(x)\,(b_1\,t + b_2\,t^2 + b_3\,t^3 + b_4\,t^4 + b_5\,t^5) + \epsilon(x)$$

avec $|\epsilon(x)| < 7.5 \times 10^{-8}$

$$t = \frac{1}{1 + rx},\ r = 0.2316419$$

$b_1 = .31938153,\quad b_2 = -.356563782$

$b_3 = 1.781477937,\quad b_4 = -1.821255978$

$b_5 = 1.330274429$

Remarque:

Dans ce programme, x doit être $\geqslant 0$. Les équations $f(-x) = f(x)$, $Q(-x) = 1 - Q(x)$ avec $x \geqslant 0$, peuvent être utilisées pour calculer f et Q

Référence:

Handbook of Mathematical Functions, Abramowitz and Stegun, National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	41	↑
01.	71	x	26.	41	↑
02.	02	2	27.	41	↑
03.	81	÷	28.	34	RCL
04.	42	CHS	29.	05	5
05.	32	g	30.	71	x
06.	22	e^x	31.	34	RCL
07.	31	f	32.	04	4
08.	83	π	33.	61	+
09.	02	2	34.	71	x
10.	71	x	35.	34	RCL
11.	31	f	36.	03	3
12.	42	$\sqrt{x}$	37.	61	+
13.	81	÷	38.	71	x
14.	33	STO	39.	34	RCL
15.	07	7	40.	02	2
16.	84	R/S	41.	61	+
17.	34	RCL	42.	71	x
18.	00	0	43.	34	RCL
19.	34	RCL	44.	01	1
20.	06	6	45.	61	+
21.	71	x	46.	71	x
22.	01	1	47.	34	RCL
23.	61	+	48.	07	7
24.	13	$^1/x$	49.	71	x

REGISTRES
R_0 r
R_1 b_1
R_2 b_2
R_3 b_3
R_4 b_4
R_5 b_5
R_6 x
R_7 f(x)
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemples:

1. x = 1.18
   f(x) = 0.20
   Q(x) = 0.12

2. x = 2.28
   f(x) = 0.03
   Q(x) = 0.01

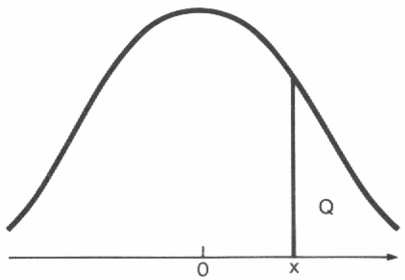
NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Mettre en mémoire les constantes	r	STO	0			
		b_1	STO	1			
		b_2	STO	2			
		b_3	STO	3			
		b_4	STO	4			
		b_5	STO	5	BST		
3	Introduire x; calcul de f (x)	x	↑	STO	6	R/S	f(x)
4	Calcul de Q (x)		R/S				Q(x)
5	Pour un nouveau cas, aller en 3						

BORNE INFÉRIEURE DE L'INTÉGRALE D'UNE DISTRIBUTION NORMALE

Ce programme détermine la valeur de x telle que:

$$Q = \int_x^{\infty} \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\, dt$$

avec Q donné tel que $0 < Q \leqslant 0.5$.



On utilise la formule d'approximation suivante:

$$x = t - \frac{c_0 + c_1\, t + c_2\, t^2}{1 + d_1\, t + d_2\, t^2 + d_3\, t^3} + \epsilon(Q)$$

Avec $|\epsilon(Q)| < 4.5 \times 10^{-4}$

$$t = \sqrt{\ln \frac{1}{Q^2}}$$

$c_0 = 2.515517$ $d_1 = 1.432788$

$c_1 = 0.802853$ $d_2 = 0.189269$

$c_2 = 0.010328$ $d_3 = 0.001308$

Référence:

Handbook of Mathematical Functions, Abramowitz and Stegun, National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	61	+
01.	41	↑	26.	33	STO
02.	71	x	27.	07	7
03.	13	1/x	28.	44	CLX
04.	31	f	29.	34	RCL
05.	22	ln	30.	02	2
06.	31	f	31.	71	x
07.	42	$\sqrt{x}$	32.	34	RCL
08.	33	STO	33.	01	1
09.	06	6	34.	61	+
10.	41	↑	35.	71	x
11.	41	↑	36.	34	RCL
12.	41	↑	37.	00	0
13.	34	RCL	38.	61	+
14.	05	5	39.	34	RCL
15.	71	x	40.	07	7
16.	34	RCL	41.	81	÷
17.	04	4	42.	51	–
18.	61	+	43.	-00	GTO 00
19.	71	x	44.		
20.	34	RCL	45.		
21.	03	3	46.		
22.	61	+	47.		
23.	71	x	48.		
24.	01	1	49.		

REGISTRES
R_0 c_0
R_1 c_1
R_2 c_2
R_3 d_1
R_4 d_2
R_5 d_3
R_6 t
R_7 $1+d_1 t+d_2 t^2+d_3 t^3$
R_8
R_9
$R_{\bullet 0}$
$R_{\bullet 1}$
$R_{\bullet 2}$
$R_{\bullet 3}$
$R_{\bullet 4}$
$R_{\bullet 5}$
$R_{\bullet 6}$
$R_{\bullet 7}$
$R_{\bullet 8}$
$R_{\bullet 9}$

Exemples:

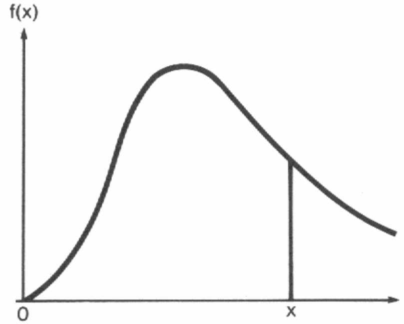
1. $Q = 0.12$
   $x = 1.18$
2. $Q = 0.05$
   $x = 1.65$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Mettre en mémoire les constantes	c_0	STO	0			
		c_1	STO	1			
		c_2	STO	2			
		d_1	STO	3			
		d_2	STO	4			
		d_3	STO	5	BST		
3	Introduire Q	Q	R/S				x
4	Pour un nouveau cas, aller en 3						

LOI DU CHI-CARRÉ

Ce programme calcule la fonction densité du chi-carré

$$f(x) = \frac{x^{\frac{\nu}{2}-1}}{2^{\frac{\nu}{2}}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\,e^{\frac{x}{2}}}$$



avec $x \geqslant 0$, ν étant le degré de liberté.

Remarques:

1. Le programme impose que $\nu \leqslant 141$. Si $\nu > 141$ et s'il est pair, l'affichage ne donne que des 9 pour $\Gamma(\ /2)$. Si $\nu > 141$ et s'il est impair, aucun signal particulier n'est affiché, mais les résultats sont incorrects.
2. Si à la fois x et ν sont grands, l'affichage peut clignoter.
3. Si ν est pair

$$\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) = \left(\frac{\nu}{2} - 1\right)$$

   Si ν est impair

$$\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) = \left(\frac{\nu}{2} - 1\right)\left(\frac{\nu}{2} - 2\right)\ldots\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right).$$

4. $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$
5. f(x) peut être utilisé comme entrée pour le programme «Distribution du chi-carré» pour calculer les distriburions cumulatives. Dans ce cas, enregistrer f(x) avec le plus grand nombre de chiffres possible pour la réintroduction.

Référence:

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions,* National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	31	f
01.	41	↑	26.	42	$\sqrt{x}$
02.	02	2	27.	71	x
03.	81	÷	28.	84	R/S
04.	01	1	29.	33	STO
05.	51	–	30.	02	2
06.	33	STO	31.	34	RCL
07.	00	0	32.	00	0
08.	84	R/S	33.	12	y^x
09.	83	•	34.	22	x⇄y
10.	05	5	35.	81	÷
11.	32	g	36.	02	2
12.	–20	x=y 20	37.	34	RCL
13.	23	R↓	38.	00	0
14.	33	STO	39.	01	1
15.	71	x	40.	61	+
16.	01	1	41.	12	y^x
17.	01	1	42.	81	÷
18.	51	–	43.	34	RCL
19.	–09	GTO 09	44.	02	2
20.	34	RCL	45.	02	2
21.	01	1	46.	81	÷
22.	71	x	47.	32	g
23.	31	f	48.	22	e^x
24.	83	π	49.	81	÷

REGISTRES
R_0 $(\nu/2)-1$
R_1 Utilisé
R_2 x
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemples:

1. $\nu = 20$,

   $\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) = 362880.00$

   f(9.591) = 0.02

   (Appuyer sur f SCI 9: affichage de 1.527751934-02)

2. $\nu = 3$

   $\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) = 0.89$

   f(7.82) = 0.02

   (Appuyer sur f SCI 9: affichage de 2.235743714-02)

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser	1	STO	1	BST		1.00
3	Introduire ν	ν	R/S				$(\nu/2)-1$
4	Si ν est pair, aller en 6						
5	Calcul de $\Gamma(\nu/2)$ pour ν impair		R/S				$\Gamma(\nu/2)$
	Aller en 7						
6	Calcul de $\Gamma(\nu/2)$ pour ν pair		f	nl	GTO	2	
			9				$\Gamma(\nu/2)$
7	Introduire x; calcul de f(x)	x	R/S				f(x)
8	Pour un nouveau cas, aller en 2						

DISTRIBUTION DU CHI-CARRÉ

x, ν et f(x) étant connus, ce programme utilise une série convergente pour calculer la distribution cumulative du chi-carré

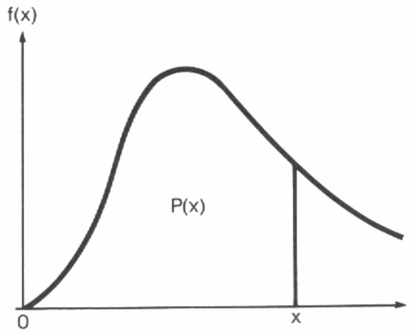
$$P(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

$$= \frac{2x}{\nu} f(x)\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{(\nu+2)(\nu+4)\ldots(\nu+2k)}\right]$$

où $x \geqslant 0$

ν est le degré de liberté, et la fonction densité

$$f(x) = \frac{x^{\frac{\nu}{2}-1}}{2^{\frac{\nu}{2}}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) e^{\frac{x}{2}}}.$$



Le programme calcule les sommes partielles successives de cette série. Quand deux sommes partielles consécutives sont égales, cette valeur est alors assimilée à la somme de la série.

Remarque:

f(x) peut être calculé au moyen du programme «Distribution du chi-carré».

Référence:

Handbook of Mathematical Functions, Abramowitz and Stegun, National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	03	3
01.	33	STO	26.	71	x
02.	02	2	27.	33	STO
03.	84	R/S	28.	03	3
04.	33	STO	29.	61	+
05.	00	0	30.	32	g
06.	81	÷	31.	-33	x=y 33
07.	02	2	32.	-15	GTO 15
08.	71	x	33.	34	RCL
09.	71	x	34.	01	1
10.	33	STO	35.	71	x
11.	01	1	36.	-00	GTO 00
12.	01	1	37.		
13.	33	STO	38.		
14.	03	3	39.		
15.	34	RCL	40.		
16.	02	2	41.		
17.	34	RCL	42.		
18.	00	0	43.		
19.	02	2	44.		
20.	61	+	45.		
21.	33	STO	46.		
22.	00	0	47.		
23.	81	÷	48.		
24.	34	RCL	49.		

REGISTRES
R_0 ν
R_1 $2xf(x)/\nu$
R_2 x
R_3 Utilisé
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemples:

1. $f(x) = 1.527751934 \times 10^{-2}$

   $x = 9.591$

   $\nu = 20$

   $P(x) = 0.03$

Remarque: Pour f(x), voir le programme «Loi du chi-carré».

2. $f(x) = 2.235743714 \times 10^{-2}$

   $x = 7.82$

   $\nu = 3$

   $P(x) = 0.95$

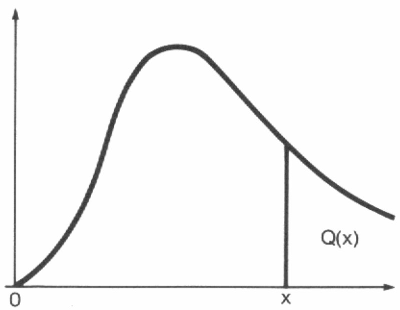
NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire f (x), x et ν	f(x)	↑				
		x	BST	R/S			x
		ν	R/S				P(x)
3	Pour un nouveau cas, aller en 2						

DISTRIBUTION DE F

Ce programme calcule la valeur de l'intégrale de la distribution de F:

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right) y^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}y\right)^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}} \, dy$$

pour x positif donné, ν_1, ν_2 degrés de liberté, avec ν_1 ou ν_2 pair.



L'intégrale est calculée à l'aide des séries suivantes:

1. ν_1 pair

$$Q(x) = t^{\frac{\nu_2}{2}} \left[1 + \frac{\nu_2}{2}(1-t) + \ldots + \frac{\nu_2(\nu_2+2)\ldots(\nu_2+\nu_1-4)}{2 \cdot 4 \ldots (\nu_1-2)} (1-t)^{\frac{\nu_1-2}{2}} \right]$$

2. ν_2 pair

$$Q(x) = 1 - (1-t)^{\frac{\nu_1}{2}} \left[1 + \frac{\nu_1}{2} t + \ldots + \frac{\nu_1(\nu_1+2)\ldots(\nu_2+\nu_1-4)}{2 \cdot 4 \ldots (\nu_2-2)} t^{\frac{\nu_2-2}{2}} \right]$$

$$\text{avec } t = \frac{\nu_2}{\nu_2 + \nu_1 x}.$$

Remarque:

Si ν_1 et ν_2 sont tous les deux pairs, les deux formules conduisent à des résultats identiques. On peut gagner du temps en choisissant le degré le plus petit comme degré pair. Par exemple, si $\nu_1 = 10$, $\nu_2 = 20$, choisir ν_1 pair pour obtenir la réponse.

Référence:

Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards, 1968, Abramowitz and Stegun.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE	REGISTRES
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE		
00.			25.	34	RCL	R_0 t, 1–t
01.	61	+	26.	00	0	R_1 ν_1
02.	81	÷	27.	71	x	R_2 ν_2
03.	33	STO	28.	34	RCL	R_3 $t^{\nu_2}/2$
04.	00	0	29.	04	4	R_4 0, 2,...
05.	34	RCL	30.	02	2	R_5 Utilisé
06.	02	2	31.	61	+	R_6
07.	02	2	32.	33	STO	R_7
08.	81	÷	33.	04	4	R_8
09.	12	y^x	34.	34	RCL	R_9
10.	33	STO	35.	01	1	$R_{.0}$
11.	03	3	36.	32	g	$R_{.1}$
12.	01	1	37.	–44	x=y 44	$R_{.2}$
13.	34	RCL	38.	23	R↓	$R_{.3}$
14.	00	0	39.	81	÷	$R_{.4}$
15.	51	–	40.	33	STO	$R_{.5}$
16.	33	STO	41.	61	+	$R_{.6}$
17.	00	0	42.	05	5	$R_{.7}$
18.	01	1	43.	–19	GTO 19	$R_{.8}$
19.	34	RCL	44.	34	RCL	$R_{.9}$
20.	02	2	45.	05	5	
21.	34	RCL	46.	34	RCL	
22.	04	4	47.	03	3	
23.	61	+	48.	71	x	
24.	71	x	49.	–00	GTO 00	

Exemples:

1. $\nu_1 = 7, \nu_2 = 6$

   Q (4.21) = 0.05

2. $\nu_1 = 4, \nu_2 = 20$

   Q (2.25) = 0.10

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser	0	STO	4			
		1	STO	5	BST		1.00
3	Si ν_2 est pair, aller en 5						
4	Introduire ν_1, ν_2 et x	ν_1	STO	1			
		ν_2	STO	2			
		x	RCL	1	x	RCL	
			2	R/S			Q(x)
5	ν_2 pair	ν_2	STO	1			
		ν_1	STO	2			
		x	1/x	RCL	1	x	
			RCL	2	R/S		1 – Q(x)
			1	x⇄y	–		Q(x)
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

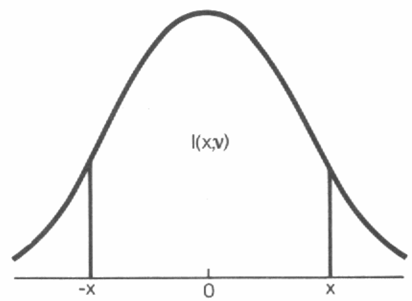
DISTRIBUTION DE t

Ce programme calcule la valeur de l'intégrale de la distribution t

$$I(x, \nu) = \int_{-x}^{x} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\left(1 + \frac{y^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}}{\sqrt{\pi\nu}\;\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\, dy$$

avec $x > 0$

ν représente le nombre de degrés de liberté de la distribution.



Les formules utilisées sont:

1. ν pair

$$I(x, \nu) = \sin\theta \left\{1 + \frac{1}{2}\cos^2\theta + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\cos^4\theta + \ldots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (\nu - 3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots (\nu - 2)}\cos^{\nu-2}\theta\right\}$$

2. ν impair

$$
I(x,\nu) = \begin{cases} \dfrac{2\theta}{\pi} & \text{si } \nu = 1 \\[2ex] \dfrac{2\theta}{\pi} + \dfrac{2}{\pi}\cos\theta\left\{\sin\theta\left[1 + \dfrac{2}{3}\cos^2\theta + \ldots\right.\right. \\ \qquad \left.\left. + \dfrac{2\cdot 4 \ldots (\nu-3)}{1\cdot 3 \ldots (\nu-2)}\cos^{\nu-3}\theta\right]\right\} & \text{si } \nu > 1 \end{cases}
$$

$$
\text{ou } \theta = \text{arc tg}\left(\frac{x}{\sqrt{\nu}}\right)
$$

Référence:

Handbook of Mathematical Functions, Abramowitz and Stegun, National Bureau of Standards, 1968.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	61	+
01.	31	f	26.	33	STO
02.	42	$\sqrt{x}$	27.	03	3
03.	81	÷	28.	34	RCL
04.	32	g	29.	01	1
05.	14	$\tan^{-1}$	30.	32	g
06.	33	STO	31.	-41	x=y 41
07.	04	4	32.	23	R↓
08.	31	f	33.	81	÷
09.	13	cos	34.	34	RCL
10.	32	g	35.	02	2
11.	42	x^2	36.	71	x
12.	33	STO	37.	33	STO
13.	02	2	38.	61	+
14.	01	1	39.	00	0
15.	33	STO	40.	-17	GTO 17
16.	00	0	41.	34	RCL
17.	34	RCL	42.	00	0
18.	03	3	43.	34	RCL
19.	01	1	44.	04	4
20.	61	+	45.	31	f
21.	71	x	46.	12	sin
22.	34	RCL	47.	71	x
23.	03	3	48.	-00	GTO 00
24.	02	2	49.		

REGISTRES
R_0 1 + $(\cos^2\theta)/2$ + ...
R_1 ν
R_2 $\cos^2\theta$
R_3 0, 2, 4,... ou 1, 3, 5...
R_4 θ
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemples:

1. I(2.201, 11) = 0.95
2. I(2.75, 30) = 0.99

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Mettre le calculateur dans le mode RAD		f	RAD	BST		
3	Si ν est impair, aller en 4′						
4	ν est pair	0	STO	3			
		x	↑				
		ν	STO	1	R/S		I (x, ν)
4′	Si ν = 1, aller en 4″	1	STO	3			
		x	↑				
		ν	STO	1	f	$\sqrt{x}$	
			÷	g	$\tan^{-1}$	STO	
			4	GTO	0	8	
			R/S				
			RCL	4	f	cos	
			x	RCL	4	+	
			2	x	f	π	
			÷				I (x, ν)
4″	ν = 1	x	g	$\tan^{-1}$	2	x	
			f	π	÷		I (x, 1)
5	Pour un nouveau cas, aller en 3						

DISTRIBUTION NORMALE À DEUX VARIABLES

Ce programme calcule la densité de probabilité conjointe de deux variables

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\, \sigma_1\, \sigma_2 \sqrt{1 - \rho^2}}\, e^{-P(x,y)}$$

avec

$$P(x, y) = \frac{1}{2(1 - \rho^2)} \left[\frac{(x - \mu_1)^2}{{\sigma_1}^2} - 2\rho \frac{(x - \mu_1)(y - \mu_2)}{\sigma_1 \sigma_2} + \frac{(y - \mu_2)^2}{{\sigma_2}^2} \right]$$

Remarques:

1. $\sigma_1 \neq 0,\ \sigma_2 \neq 0$
2. Le programme exige que $\rho^2 < 1$.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	32	g
02.	42	x^2
03.	22	x⇄y
04.	34	RCL
05.	00	0
06.	51	−
07.	34	RCL
08.	01	1
09.	81	÷
10.	33	STO
11.	06	6
12.	32	g
13.	42	x^2
14.	61	+
15.	34	RCL
16.	06	6
17.	34	RCL
18.	07	7
19.	71	x
20.	34	RCL
21.	04	4
22.	71	x
23.	02	2
24.	71	x

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	51	−
26.	34	RCL
27.	05	5
28.	02	2
29.	71	x
30.	81	÷
31.	42	CHS
32.	32	g
33.	22	e^x
34.	34	RCL
35.	05	5
36.	31	f
37.	42	$\sqrt{x}$
38.	34	RCL
39.	01	1
40.	71	x
41.	34	RCL
42.	03	3
43.	71	x
44.	02	2
45.	71	x
46.	31	f
47.	83	π
48.	71	x
49.	81	÷

REGISTRES
R_0 μ_1
R_1 σ_1
R_2 μ_2
R_3 σ_2
R_4 ρ
R_5 $1 - \rho^2$
R_6 $(x-\mu_1)/\sigma_1$
R_7 $(y-\mu_2)/\sigma_2$
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

$\mu_1 = -1,\ \sigma_1 = 1.5$
$\mu_2 = 1,\ \sigma_2 = 0.5$
$\rho = 0.7$
$f(1, 2) = 0.04$
$f(-1, 1) = 0.30$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire $\mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2, \rho$	μ_1	STO	0			
		σ_1	STO	1			
		μ_2	STO	2			
		σ_2	STO	3	1	↑	
		ρ	STO	4	g	x^2	
			−	STO	5	BST	
3	Introduire x et y	x	↑				
		y	RCL	2	−	RCL	
			3	÷	STO	7	
			R/S				f(x, y)
4	Pour une autre valeur de x, y, aller en 3						
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

DISTRIBUTION NORMALE DU LOGARITHME

Si X désigne une variable aléatoire dont le logarithme est distribué suivant une loi normale de moyenne m et de variance σ^2, X est alors distribué suivant une loi normale logarithmique représentée par une fonction de distribution:

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - m)^2}$$

avec $x > 0$.

Ce programme calcule f(x) pour m et σ^2 donnés; il donne en outre:

– la médiane e^{m}

– le mode $e^{m-\sigma^2}$

– la moyenne $e^{m+(\sigma^2/2)}$

– la variance $e^{\sigma^2+2m}\,(e^{\sigma^2} - 1)$.

Remarque:

Le programme exige que $\sigma^2 \neq 0$.

Référence:

Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering, K. A. Brownlee, John Wiley & Sons, 1965.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	51	–
01.	34	RCL	26.	32	g
02.	01	1	27.	42	x^2
03.	34	RCL	28.	34	RCL
04.	00	0	29.	00	0
05.	02	2	30.	81	÷
06.	81	÷	31.	02	2
07.	61	+	32.	81	÷
08.	32	g	33.	42	CHS
09.	22	e^x	34.	32	g
10.	84	R/S	35.	22	e^x
11.	32	g	36.	31	f
12.	42	x^2	37.	83	π
13.	34	RCL	38.	02	2
14.	00	0	39.	71	x
15.	32	g	40.	34	RCL
16.	22	e^x	41.	00	0
17.	01	1	42.	71	x
18.	51	–	43.	31	f
19.	71	x	44.	42	$\sqrt{x}$
20.	84	R/S	45.	81	÷
21.	31	f	46.	34	RCL
22.	22	ln	47.	02	2
23.	34	RCL	48.	81	÷
24.	01	1	49.	-20	GTO 20

REGISTRES
R_0 σ^2
R_1 m
R_2 x
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

m = 1 $\sigma^2 = 1$		f(.1)	= 0.02
Médiane	= 2.72	f(.6)	= 0.21
Mode	= 1.00	f(1)	= 0.24
Moyenne	= 4.48		
Variance	= 34.51		

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Mettre en mémoire m, σ^2	σ^2	STO	0			
		m	STO	1	BST		
3	Calcul de la moyenne et du mode		g	e^x			mediane
			RCL	1	RCL	0	
			–	g	e^x		mode
4	Calcul de la moyenne et de la variance		R/S				moyenne
			R/S				variance
5	Introduire x	x	STO	2	R/S		f(x)
6	Pour une autre valeur de x, aller en 5						

CALCUL DES PARAMÈTRES DE LA LOI DE WEIBULL

La fonction densité de probabilité de Weibull est donnée par

$$f(x) = \frac{bx^{(b-1)}}{\theta^b} e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^b}$$

avec $\theta > 0, \quad b > 0, \quad x > 0.$

La fonction de distribution cumulative est

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^b}$$

Ce programme calcule les paramètres de la distribution de Weibull b et θ pour un ensemble $\{x_1, \ldots, x_n\}$ donné.

Une application fréquente est l'utilisation de l'analyse de Weibull pour de mauvaises données où tous les échantillons sont testés comme mauvais. Pour utiliser le programme, cataloguer ces échantillons de manière à placer les moins mauvais en premier et les plus mauvais en dernier.

Le rang moyen (R.M.) est donné par

$$\frac{R_i - 0.3}{n + 0.4}$$

où R_i est le rang de la mauvaise donnée x_i. En utilisant le rang moyen comme approximation de $F(x_i)$, on effectue un ajustement, par la méthode des moindres carrés, de la droite représentant la distribution cumulative

$$\ln \ln \left(\frac{1}{1 - F(x)}\right) = b \ln x - b \ln \theta.$$

Pour obtenir les estimations de b et θ, la solution est similaire à celle du problème de la régression linéaire.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	61	+
01.	01	1	26.	00	0
02.	33	STO	27.	22	x⇄y
03.	00	0	28.	51	–
04.	32	g	29.	13	1/x
05.	44	CL·R	30.	31	f
06.	84	R/S	31.	22	ln
07.	33	STO	32.	31	f
08.	01	1	33.	22	ln
09.	84	R/S	34.	22	x⇄y
10.	31	f	35.	11	Σ+
11.	22	ln	36.	-09	GTO 09
12.	34	RCL	37.	31	f
13.	00	0	38.	21	L. R.
14.	83	•	39.	22	x⇄y
15.	03	3	40.	84	R/S
16.	51	–	41.	81	÷
17.	34	RCL	42.	42	CHS
18.	01	1	43.	32	g
19.	83	•	44.	22	e^x
20.	04	4	45.	-00	GTO 00
21.	61	+	46.		
22.	81	÷	47.		
23.	01	1	48.		
24.	33	STO	49.		

REGISTRES	
R_0	Utilisé
R_1	n
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Utilisé
$R_{.2}$	Utilisé
$R_{.3}$	Utilisé
$R_{.4}$	Utilisé
$R_{.5}$	Utilisé
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

x_i: 34, 60, 75, 95, 119, 158 (heures trouvées mauvaises)
(les x_i doivent être introduits dans l'ordre croissant)
$n = 6$
$b = 1.95$
$\theta = 104.09$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Introduire n	n	R/S				
4	Effectuer 4 pour i = 1, 2,..., n	x_i	R/S				i
5	Calcul de b et θ		GTO	3	7	R/S	b
			R/S				θ
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

DISTRIBUTION BINOMIALE

Ce programme calcule la valeur de la densité de probabilité d'une variable distribuée suivant une loi binomiale pour p et n donnés:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

avec n entier positif

$0 < p < 1$ et

$x = 0, 1, 2, ..., n.$

Il utilise la relation de récurrence

$$f(x+1) = \frac{p(n-x)}{(x+1)(1-p)} f(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, ..., n-1)$$

pour trouver la fonction de répartition

$$P(x) = \sum_{k=0}^{x} f(k).$$

Remarques:

1. $f(0) = P(0)$.
2. Quand x est grand et à cause de l'erreur d'arrondi, la valeur de la fonction $P(x)$ risque d'être légèrement supérieure à 1. Dans ce cas, on considère $P(x) = 1$ comme étant la réponse exacte.
3. Le temps de calcul de ce programme dépend de la valeur de x; plus la valeur de x est grande, plus le temps de calcul est long.
4. La moyenne m et la variance σ^2 sont données par:

$$m = np$$
$$\sigma^2 = np\,(1-p)$$

Référence:

Modern Probability Théory and its Applications, E. Parzen, John Wiley & Sons, 1960.

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	33	STO
02.	06	6
03.	00	0
04.	33	STO
05.	00	0
06.	34	RCL
07.	03	3
08.	33	STO
09.	04	4
10.	33	STO
11.	05	5
12.	34	RCL
13.	01	1
14.	34	RCL
15.	00	0
16.	51	–
17.	34	RCL
18.	00	0
19.	01	1
20.	61	+
21.	81	÷
22.	34	RCL
23.	02	2
24.	71	x

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	34	RCL
26.	04	4
27.	71	x
28.	33	STO
29.	04	4
30.	33	STO
31.	61	+
32.	05	5
33.	34	RCL
34.	00	0
35.	01	1
36.	61	+
37.	33	STO
38.	00	0
39.	34	RCL
40.	06	6
41.	32	g
42.	-44	x=y 44
43.	-12	GTO 12
44.	34	RCL
45.	04	4
46.	84	R/S
47.	34	RCL
48.	05	5
49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 Compteur
R_1 n
R_2 p, p/(1 – p)
R_3 f(0)
R_4 Utilisé
R_5 Utilisé
R_6 x
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

$n = 6$, $p = 0.49$
$f(0) = 0.02$
$f(4) = 0.22$
$P(4) = 0.90$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire n et p	n	STO	1			
		p	STO	2	STO	4	
			1	–	CHS	RCL	
			1	y^x	STO	3	f(0)
			RCL	2	1	RCL	
			2	–	÷	STO	
			2	BST			
3	Pour x≥1	x	R/S				f(x)
			R/S				P(x)
4	Pour une autre valeur de x, aller en 3						
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

DISTRIBUTION DE POISSON

La densité de probabilité est donnée par la fonction

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

avec $\lambda > 0$

et $x = 0, 1, 2, \dots$.

Fonction de répartition

$$P(x) = \sum_{k=0}^{x} f(k).$$

Ce programme calcule f(x) et P(x) pour λ donné, à l'aide de la relation de récurrence:

$$f(x+1) = \frac{\lambda}{x+1} f(x).$$

Remarques:

1. $f(0) = P(0)$
2. Quand x est grand et à cause de l'erreur d'arrondi, la valeur de la fonction P(x) risque d'être légèrement supérieure à 1. Dans ce cas, on considère $P(x) = 1$ comme étant la réponse exacte.
3. Le temps de calcul de ce programme dépend de la valeur de x; plus la valeur de x est grande, plus le temps de calcul est long.
4. Moyenne = variance = λ

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	34	RCL
01.	42	CHS	26.	03	3
02.	32	g	27.	71	x
03.	22	e^x	28.	33	STO
04.	33	STO	29.	03	3
05.	02	2	30.	33	STO
06.	84	R/S	31.	61	+
07.	33	STO	32.	04	4
08.	05	5	33.	34	RCL
09.	00	0	34.	00	0
10.	33	STO	35.	01	1
11.	00	0	36.	61	+
12.	34	RCL	37.	33	STO
13.	02	2	38.	00	0
14.	33	STO	39.	34	RCL
15.	03	3	40.	05	5
16.	33	STO	41.	32	g
17.	04	4	42.	–44	x=y 44
18.	34	RCL	43.	–18	GTO 18
19.	01	1	44.	34	RCL
20.	34	RCL	45.	03	3
21.	00	0	46.	84	R/S
22.	01	1	47.	34	RCL
23.	61	+	48.	04	4
24.	81	÷	49.	–06	GTO 06

REGISTRES
R_0 Compteur
R_1 λ
R_2 f(0)
R_3 Utilisé
R_4 Utilisé
R_5 x
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{\bullet 0}$
$R_{\bullet 1}$
$R_{\bullet 2}$
$R_{\bullet 3}$
$R_{\bullet 4}$
$R_{\bullet 5}$
$R_{\bullet 6}$
$R_{\bullet 7}$
$R_{\bullet 8}$
$R_{\bullet 9}$

Exemple:

$\lambda = 3.2$
$f(0) = 0.04$
$f(7) = 0.03$
$P(7) = 0.98$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire λ	λ	STO	1	BST	R/S	f(0)
3	Pour x ⩾ 1	x	R/S				f(x)
			R/S				P(x)
4	Pour une autre valeur de x, aller en 3						
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

DISTRIBUTION BINOMIALE NÉGATIVE

Ce programme calcule la valeur de la densité de probabilité d'une distribution binomiale négative pour p et r donnés:

$$f(x) = \binom{x + r - 1}{r - 1} p^r (1 - p)^x$$

avec r entier positif

$0 < p < 1$ et

$x = 0, 1, 2, \dots .$

Il utilise la relation de récurrence

$$f(x + 1) = \frac{(1 - p)(x + r)}{x + 1} f(x)$$

pour trouver la fonction de répartition

$$P(x) = \sum_{k=0}^{x} f(k).$$

Remarques:

1. $f(0) = P(0)$
2. Quand x est grand et à cause de l'erreur d'arrondi, la valeur de la fonction $P(x)$ risque d'être légèrement supérieure à 1. Dans ce cas, on considère $P(x) = 1$ comme étant la réponse exacte.
3. Le temps de calcul de ce programme dépend de la valeur de x; plus la valeur de x est grande, plus le temps de calcul est long.
4. La moyenne m et la variance σ^2 sont données par

$$m = \frac{r(1 - p)}{p}$$

$$\sigma^2 = \frac{r(1 - p)}{p^2} \quad .$$

5. Si p représente la probabilité de réalisation d'un événement donné, f(x) représente la probabilité pour qu'après x + r essais, l'événement se réalise r fois.

Référence:

Modern Probability Theory and its Applications, E. Parzen, John Wiley & Sons, 1960.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	61	+
01.	33	STO	26.	33	STO
02.	06	6	27.	00	0
03.	00	0	28.	81	÷
04.	33	STO	29.	34	RCL
05.	00	0	30.	04	4
06.	34	RCL	31.	71	x
07.	03	3	32.	33	STO
08.	33	STO	33.	04	4
09.	04	4	34.	33	STO
10.	33	STO	35.	61	+
11.	05	5	36.	05	5
12.	01	1	37.	34	RCL
13.	34	RCL	38.	00	0
14.	01	1	39.	34	RCL
15.	51	–	40.	06	6
16.	34	RCL	41.	32	g
17.	00	0	42.	–44	x=y 44
18.	34	RCL	43.	–12	GTO 12
19.	02	2	44.	34	RCL
20.	61	+	45.	04	4
21.	71	x	46.	84	R/S
22.	34	RCL	47.	34	RCL
23.	00	0	48.	05	5
24.	01	1	49.	–00	GTO 00

REGISTRES
R_0 Compteur
R_1 p
R_2 r
R_3 f(0)
R_4 Utilisé
R_5 Utilisé
R_6 x
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

$p = 0{,}9$, $r = 4$
$f(1) = 0.26$
$P(1) = 0.92$
$f(2) = 0.07$
$P(2) = 0.98$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire p et r	p	STO	1			
		r	STO	2	y^x	STO	
			3	BST			f(0)
3	Pour $x \geqslant 1$	x	R/S				f(x)
			R/S				P(x)
4	Pour une autre valeur de x, aller en 3						
5	Pour un nouveau cas aller en 2						

DISTRIBUTION HYPERGÉOMÉTRIQUE

Ce programme calcule la valeur de la densité de probabilité d'une distribution hypergéométrique pour a, b et n donnés:

$$f(x) = \frac{\binom{a}{x}\binom{b}{n-x}}{\binom{a+b}{n}}$$

avec a, b, n entiers positifs

$x \leqslant a,\ n - x \leqslant b$ et

$x = 0, 1, 2, \ldots, n.$

Il utilise la relation de récurrence

$$f(x+1) = \frac{(x-a)(x-n)}{(x+1)(b-n+x+1)} f(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$$

pour calculer la fonction de répartition

$$P(x) = \sum_{k=0}^{x} f(k).$$

Remarques:

1. $n \leqslant 69$
2. $f(0) = P(0)$
3. Le temps de calcul de ce programme dépend de la valeur de x; plus la valeur de x est grande, plus le temps de calcul est long.
4. Quand x est grand et à cause de l'erreur d'arrondi, la valeur de la fonction P(x) risque d'être légèrement supérieure à 1. Dans ce cas, on considère P(x) = 1 comme étant la réponse exacte.
5. La moyenne m et la variance σ^2 sont données par:

$$m = \frac{an}{a+b}$$

$$\sigma^2 = \frac{abn(a+b-n)}{(a+b)^2(a+b-1)}.$$

Référence:

Mathematical Statistics, J. E. Freund, Prentice Hall, 1962.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	81	÷
01.	33	STO	26.	34	RCL
02.	00	0	27.	05	5
03.	34	RCL	28.	71	x
04.	01	1	29.	33	STO
05.	51	–	30.	05	5
06.	34	RCL	31.	33	STO
07.	00	0	32.	61	+
08.	34	RCL	33.	06	6
09.	03	3	34.	34	RCL
10.	51	–	35.	07	7
11.	71	x	36.	01	1
12.	34	RCL	37.	34	RCL
13.	00	0	38.	00	0
14.	01	1	39.	61	+
15.	61	+	40.	33	STO
16.	81	÷	41.	00	0
17.	31	f	42.	32	g
18.	34	LAST X	43.	–45	x=y 45
19.	34	RCL	44.	–03	GTO 03
20.	02	2	45.	34	RCL
21.	34	RCL	46.	05	5
22.	03	3	47.	84	R/S
23.	51	–	48.	34	RCL
24.	61	+	49.	06	6

REGISTRES
R_0 Compteur
R_1 a
R_2 b
R_3 n
R_4 f(0)
R_5 Utilisé
R_6 Utilisé
R_7 x
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

Etant donné a = 8, b = 12, n = 6, on a:
f(0) = 0.02
f(3) = 0.32
P(3) = 0.86
f(5) = 0.02
P(5) = 1.00

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire a, b, n	a	STO	1			
		b	STO	2			
		n	STO	3	RCL	2	
			f	n!	f	LAST x	
			RCL	3	−	f	
			n!	÷	RCL	1	
			RCL	2	+	f	
			n!	f	LAST x	RCL	
			3	−	f	n!	
			÷	÷	STO	4	f(0)
3	Pour x ⩾ 1	x	STO	7	RCL	4	
			STO	5	STO	6	
			0	BST	R/S		f(x)
			R/S				P(x)
4	Pour une autre valeur de x, aller en 3						
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

LOI MULTINOMIALE

Ce programme calcule la probabilité corrélée de k variables aléatoires (k = 2, 3, . . . ou 8) distribuées suivant la loi multinomiale suivante

$$f(x_1, x_2, ..., x_k) = \frac{n!}{x_1!\, x_2! \ldots x_k!}\, \theta_1^{x_1}\, \theta_2^{x_2} \ldots \theta_k^{x_k}$$

où

$$\sum_{i=1}^{k} \theta_i = 1, \quad \sum_{i=1}^{k} x_i = n, \quad \theta_i > 0 \text{ et}$$

$$x_i = 0, 1, 2, ..., n \quad (i = 1, 2, ..., k).$$

Les paramètres de cette distribution sont n, θ_1, θ_2, . . . et θ_k.

Remarque:

Le programme impose n ⩽ 69.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	34	RCL
01.	31	f	26.	04	4
02.	43	n!	27.	33	STO
03.	34	RCL	28.	03	3
04.	01	1	29.	34	RCL
05.	31	f	30.	05	5
06.	34	LAST X	31.	33	STO
07.	12	y^x	32.	04	4
08.	22	x⇄y	33.	34	RCL
09.	81	÷	34.	06	6
10.	33	STO	35.	33	STO
11.	71	x	36.	05	5
12.	00	0	37.	34	RCL
13.	34	RCL	38.	07	7
14.	01	1	39.	33	STO
15.	33	STO	40.	06	6
16.	09	9	41.	34	RCL
17.	34	RCL	42.	08	8
18.	02	2	43.	33	STO
19.	33	STO	44.	07	7
20.	01	1	45.	34	RCL
21.	34	RCL	46.	09	9
22.	03	3	47.	33	STO
23.	33	STO	48.	08	8
24.	02	2	49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 Utilisé
R_1 Utilisé
R_2 Utilisé
R_3 Utilisé
R_4 Utilisé
R_5 Utilisé
R_6 Utilisé
R_7 Utilisé
R_8 Utilisé
R_9 Utilisé
$R_{.0}$ n!
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

Soit $\theta_1 = 0.2$, $\theta_2 = 0.1$, $\theta_3 = 0.2$, $\theta_4 = 0.15$, $\theta_5 = 0.17$, $\theta_6 = 0.18$ et $n = 20$.
f(1, 2, 3, 4, 5, 5) = 1.274857927–04
f(2, 4, 0, 4, 2, 8) = 1.688980098–06

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Effectuer 2 pour $i = 1, 2, \ldots, k$	θ_i	STO				
		i					θ_i
3	Si k = 8, aller en 6						
4	Fixer tous les autres $\theta_i = 1$	1					
5	Effectuer 5 pour $i = k + 1, \ldots, 8$		STO				
		i					1.00
6	Introduire n	n	f	n!	STO	0	
			STO	·	0	BST	
7	Effectuer 7 pour $i = 1, 2, \ldots, k$	x_i	R/S				θ_i
8	Si k = 8, aller en 11						
9	Fixer tous les autres $x_i = 1$	1					
10	Effectuer 10 8–k fois		R/S				1.00
11	Calcul de f $(x_1, \ldots, x_k)$		RCL	0			$f(x_1, \ldots, x_k)$
12	Pour une autre valeur de x		RCL	·	0	STO	
			0				
	Aller en 7						
13	Pour un nouveau cas, aller en 2						

AJUSTEMENT D'UNE FONCTION EXPONENTIELLE

Ce programme calcule l'ajustement d'un nombre n de paires de points $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n,\}$ par la méthode des moindres carrés, avec $y_i > 0$ à l'aide d'une fonction exponentielle du type:

$$y = a\,e^{bx} \qquad (a > 0).$$

Cette équation se linéarise par:

$$\ln y = \ln a + bx.$$

Le programme calcule les éléments suivants:

1. Coefficients a, b:

$$b = \frac{\Sigma x_i \ln y_i - \frac{1}{n}(\Sigma x_i)(\Sigma \ln y_i)}{\Sigma x_i^2 - \frac{1}{n}(\Sigma x_i)^2}$$

$$a = \exp\left[\frac{\Sigma \ln y_i}{n} - b\,\frac{\Sigma x_i}{n}\right]$$

2. Coefficient de détermination

$$r^2 = \frac{\left[\Sigma x_i \ln y_i - \frac{1}{n}\Sigma x_i\, \Sigma \ln y_i\right]^2}{\left[\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}\right]\left[\Sigma(\ln y_i)^2 - \frac{(\Sigma \ln y_i)^2}{n}\right]}$$

3. La valeur estimée $\hat{y}$ pour x donné:

$$\hat{y} = a\,e^{bx}$$

Remarque:

n est un entier positif différent de 1.

Référence:

Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering, K. A. Brownlee, John Wiley & Sons, 1965.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.		
01.	32	g
02.	44	CL•R
03.	84	R/S
04.	31	f
05.	22	ln
06.	22	x⇄y
07.	11	Σ+
08.	-03	GTO 03
09.	31	f
10.	22	ln
11.	22	x⇄y
12.	31	f
13.	11	Σ-
14.	-03	GTO 03
15.	31	f
16.	21	L. R.
17.	32	g
18.	22	e^x
19.	33	STO
20.	00	0
21.	84	R/S
22.	22	x⇄y
23.	33	STO
24.	01	1

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
25.	84	R/S
26.	32	g
27.	42	x^2
28.	41	↑
29.	41	↑
30.	32	g
31.	33	s
32.	22	x⇄y
33.	81	÷
34.	32	g
35.	42	x^2
36.	71	x
37.	84	R/S
38.	34	RCL
39.	01	1
40.	71	x
41.	32	g
42.	22	e^x
43.	34	RCL
44.	00	0
45.	71	x
46.	-37	GTO 37
47.		
48.		
49.		

REGISTRES	
R_0	a
R_1	b
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Σx_i
$R_{.2}$	Σx_i^2
$R_{.3}$	$\Sigma \ln y_i$
$R_{.4}$	$\Sigma (\ln y_i)^2$
$R_{.5}$	$\Sigma x_i \ln y_i$
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

x_i	0.72	1.31	1.95	2.58	3.14
y_i	2.16	1.61	1.16	0.85	0.5

1. a = 3.45, b = −0.58
   $y = 3.45\, e^{-0.58x}$
2. $r^2 = 0.98$
3. pour x = 1.5, $\hat{y} = 1.44$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	x_i	↑				
		y_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k, y_k	x_k	↑				
		y_k	GTO	0	9	R/S	
4	Calcul de a, b et r^2		GTO	1	5	R/S	a
			R/S				b
			R/S				r^2
5	Calcul de la valeur estimée $\hat{y}$	x	R/S				$\hat{y}$
6	Pour une autre valeur de x, aller en 5						
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

AJUSTEMENT D'UNE FONCTION LOGARITHMIQUE

Ce programme ajuste une fonction logarithmique

$$y = a + b \ln x$$

à un ensemble de points

$$\{(x_i, y_i),\ i = 1, 2, \ldots, n\}$$

avec $x_i > 0$.

Il calcule :

1. Les coefficients de régression

$$b = \frac{\Sigma\, y_i \ln x_i - \frac{1}{n}\, \Sigma \ln x_i\, \Sigma\, y_i}{\Sigma\, (\ln x_i)^2 - \frac{1}{n}\, (\Sigma \ln x_i)^2}$$

$$a = \frac{1}{n}\, (\Sigma\, y_i - b\, \Sigma \ln x_i)$$

2. Le coefficient de détermination

$$r^2 = \frac{\left[\Sigma\, y_i \ln x_i - \frac{1}{n} \Sigma \ln x_i\, \Sigma\, y_i\right]^2}{\left[\Sigma\, (\ln x_i)^2 - \frac{1}{n}\, (\Sigma \ln x_i)^2\right] \left[\Sigma y_i^2 - \frac{1}{n}\, (\Sigma\, y_i)^2\right]}$$

3. La valeur estimée $\hat{y}$ pour x donné

$$\hat{y} = a + b \ln x$$

Remarque :

n est un entier positif différent de 1.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	32	g
02.	44	CL•R
03.	84	R/S
04.	22	x⇄y
05.	31	f
06.	22	ln
07.	11	Σ+
08.	-03	GTO 03
09.	22	x⇄y
10.	31	f
11.	22	ln
12.	31	f
13.	11	Σ−
14.	-03	GTO 03
15.	31	f
16.	21	L. R.
17.	33	STO
18.	00	0
19.	84	R/S
20.	22	x⇄y
21.	33	STO
22.	01	1
23.	84	R/S
24.	32	g

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	42	x^2
26.	41	↑
27.	41	↑
28.	32	g
29.	33	s
30.	22	x⇄y
31.	81	÷
32.	32	g
33.	42	x^2
34.	71	x
35.	84	R/S
36.	31	f
37.	22	ln
38.	34	RCL
39.	01	1
40.	71	x
41.	34	RCL
42.	00	0
43.	61	+
44.	-35	GTO 35
45.		
46.		
47.		
48.		
49.		

REGISTRES	
R_0	a
R_1	b
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	$\Sigma \ln x_i$
$R_{.2}$	$\Sigma (\ln x_i)^2$
$R_{.3}$	Σy_i
$R_{.4}$	Σy_i^2
$R_{.5}$	$\Sigma y_i \ln x_i$
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

x_i	3	4	6	10	12
y_i	1.5	9.3	23.4	45.8	60.1

1. $a = -47.02$, $b = 41.39$
   $y = -47.02 + 41.39 \ln x$
2. $r^2 = 0.98$
3. pour $x = 8$, $\hat{y} = 39.06$
   pour $x = 14.5$, $\hat{y} = 63.67$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	x_i	↑				
		y_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k, y_k	x_k	↑				
		y_k	GTO	0	9	R/S	
4	Calcul de a, b et r^2		GTO	1	5	R/S	a
			R/S				b
			R/S				r^2
5	Calcul de la valeur estimée $\hat{y}$	x	R/S				$\hat{y}$
6	Pour une autre valeur de x, aller en 5						
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

AJUSTEMENT D'UNE FONCTION PUISSANCE

Ce programme ajuste une fonction puissance

$$y = a\,x^b \qquad (a > 0)$$

à un ensemble de points

$$\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$$

avec $\quad x_i > 0,\ y_i > 0$

Si on linéarise cette équation de la manière suivante

$$\ln y = b \ln x + \ln a$$

le problème peut être résolu comme un problème d'ajustement linéaire.

Eléments calculés par le programme:

1. Coefficients de régression

$$b = \frac{\Sigma (\ln x_i)(\ln y_i) - \dfrac{(\Sigma \ln x_i)(\Sigma \ln y_i)}{n}}{\Sigma (\ln x_i)^2 - \dfrac{(\Sigma \ln x_i)^2}{n}}$$

$$a = \exp\left[\frac{\Sigma \ln y_i}{n} - b\,\frac{\Sigma \ln x_i}{n}\right]$$

2. Coefficient de détermination

$$r^2 = \frac{\left[\Sigma (\ln x_i)(\ln y_i) - \dfrac{(\Sigma \ln x_i)(\Sigma \ln y_i)}{n}\right]^2}{\left[\Sigma (\ln x_i)^2 - \dfrac{(\Sigma \ln x_i)^2}{n}\right]\left[\Sigma (\ln y_i)^2 - \dfrac{(\Sigma \ln y_i)^2}{n}\right]}$$

3. La valeur estimée $\hat{y}$ pour x donné:

$$\hat{y} = a x^b$$

Remarque:

n est un entier positif différent de 1

Référence:

Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering, K. A. Brownlee, John Wiley & Sons, 1965.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	32	g
02.	44	CL·R
03.	84	R/S
04.	31	f
05.	22	ln
06.	22	x⇄y
07.	31	f
08.	22	ln
09.	11	Σ+
10.	-03	GTO 03
11.	31	f
12.	22	ln
13.	22	x⇄y
14.	31	f
15.	22	ln
16.	31	f
17.	11	Σ-
18.	-03	GTO 03
19.	31	f
20.	21	L. R.
21.	32	g
22.	22	e^x
23.	33	STO
24.	00	0

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	84	R/S
26.	22	x⇄y
27.	33	STO
28.	01	1
29.	84	R/S
30.	32	g
31.	42	x^2
32.	41	↑
33.	41	↑
34.	32	g
35.	33	s
36.	22	x⇄y
37.	81	÷
38.	32	g
39.	42	x^2
40.	71	x
41.	84	R/S
42.	34	RCL
43.	01	1
44.	12	y^x
45.	34	RCL
46.	00	0
47.	71	x
48.	-41	GTO 41
49.		

REGISTRES	
R_0	a
R_1	b
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	$\Sigma \ln x_i$
$R_{.2}$	$\Sigma(\ln x_i)^2$
$R_{.3}$	$\Sigma \ln y_i$
$R_{.4}$	$\Sigma(\ln y_i)^2$
$R_{.5}$	$\Sigma \ln x_i \ln y_i$
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

x_i	10	12	15	17	20	22	25	27	30	32	35
y_i	0.95	1.05	1.25	1.41	1.73	2.00	2.53	2.98	3.85	4.59	6.02

1. $a = 0.03$, $b = 1.46$
   $y = 0.03x^{1.46}$
2. $r^2 = 0.94$
3. Pour $x = 18$, $y = 1.76$
   $x = 23$, $y = 2.52$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i=1, 2, ..., n	x_i	↑				
		y_i	R/S				
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k, y_k	x_k	↑				
		y_k	GTO	1	1	R/S	
4	Calcul de a, b et r^2		GTO	1	9	R/S	a
			R/S				b
			R/S				r^2
5	Calcul de la valeur estimée $\hat{y}$	x	R/S				$\hat{y}$
6	Pour une autre valeur de x, aller en 5						
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

ANALYSE DE LA VARIANCE (UNE VARIABLE À LA FOIS)

L'analyse de la variance est un test de comparaison simultanée de plusieurs moyennes d'un nombre k de groupes de traitement. Le groupe i ($i=1, 2, \ldots, k$) a n_i d'observations (le traqtement peut comporter un nombre égal ou inégal d'observations).

$$\text{Somme}_i = \text{somme des observations dans le groupe de traitement i}$$

$$= \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$$

$$\text{Total SS} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

$$\text{Treat SS} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{n_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

$$\text{Erreur SS} = \text{Total SS} - \text{Treat SS}$$

$$df_1 = \text{Treat df} = k - 1$$

$$df_2 = \text{Erreur df} = \sum_{i=1}^{k} n_i - k$$

$$\text{Treat MS} = \frac{\text{Treat SS}}{\text{Treat df}}$$

$$\text{Erreur MS} = \frac{\text{Erreur SS}}{\text{Erreur df}}$$

$$F = \frac{\text{Treat MS}}{\text{Erreur MS}} \left(\text{avec } k-1 \text{ et } \sum_{i=1}^{k} n_i - k \text{ degrés de liberté}\right)$$

Référence:

Mathematical Statistics, J. E. Freund, Prentice Hall, 1962.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	33	STO
02.	61	+
03.	00	0
04.	32	g
05.	42	x^2
06.	33	STO
07.	61	+
08.	05	5
09.	01	1
10.	34	RCL
11.	01	1
12.	61	+
13.	33	STO
14.	01	1
15.	-00	GTO 00
16.	01	1
17.	33	STO
18.	61	+
19.	03	3
20.	34	RCL
21.	00	0
22.	32	g
23.	42	x^2
24.	34	RCL

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	01	1
26.	81	÷
27.	33	STO
28.	61	+
29.	02	2
30.	34	RCL
31.	00	0
32.	33	STO
33.	07	7
34.	33	STO
35.	61	+
36.	06	6
37.	34	RCL
38.	01	1
39.	33	STO
40.	61	+
41.	04	4
42.	00	0
43.	33	STO
44.	00	0
45.	33	STO
46.	01	1
47.	34	RCL
48.	07	7
49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 Utilisé
R_1 Utilisé
R_2 Utilisé
R_3 Utilisé
R_4 Σn_i
R_5 $\Sigma\Sigma x_{ij}^2$
R_6 $\Sigma\Sigma x_{ij}$
R_7 Somme$_i$
R_8 0
R_9 0
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

	i \ j	1	2	3	4	5	6
	1	10	8	5	12	14	11
Traitement	2	6	9	8	13		
	3	14	13	10	17	16	

Somme 1 = 60.00
Somme 2 = 36.00
Somme 3 = 70.00
Total SS = 172.93
Treat SS = 66.93
Erreur SS = 106.00
F = 3.79.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		f	CLR	BST		0.00
3	Effectuer 3–5 pour i = 1, 2,..., k						
4	Effectuer 4 pour j = 1, 2,..., n_i	x_{ij}	R/S				i
5			GTO	1	6	R/S	Somme $_i$
6	Calcul de F		RCL	5	RCL	6	
			g	x^2	RCL	4	
			÷	–			Total SS
			RCL	2	RCL	6	
			g	x^2	RCL	4	
			÷	–			Treat SS
			–				Erreur SS
			f	LAST x	RCL	3	
			1	–	÷	x⇄y	
			RCL	4	RCL	3	
			–	÷	÷		F
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST t SUR DES PAIRES DE VARIABLES

Soit une série d'observations prises deux par deux dans deux populations normales de moyennes inconnues μ_1 et μ_2.

x_i	x_1	x_2	...	x_n
y_i	y_1	y_2	...	y_n

Si

$$D_i = x_i - y_i$$

$$\overline{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} D_i$$

$$s_D = \sqrt{\frac{\Sigma D_i^2 - \frac{1}{n}(\Sigma D_i)^2}{n-1}}$$

$$s_{\overline{D}} = \frac{s_D}{\sqrt{n}}$$

Le test statistique

$$t = \frac{\overline{D}}{s_{\overline{D}}},$$

qui a $(n-1)$ degrés de liberté peut être utilisé pour tester l'hypothèse nulle:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Référence:

Statistics in Research, B. Ostle, Iowa State University Press, 1963.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	81	÷
01.	32	g	26.	84	R/S
02.	44	CL·R	27.	34	RCL
03.	84	R/S	28.	83	·
04.	51	–	29.	00	0
05.	11	Σ+	30.	01	1
06.	-03	GTO 03	31.	51	–
07.	51	–	32.	-00	GTO 00
08.	31	f	33.		
09.	11	Σ–	34.		
10.	-03	GTO 03	35.		
11.	32	g	36.		
12.	33	s	37.		
13.	34	RCL	38.		
14.	83	·	39.		
15.	00	0	40.		
16.	31	f	41.		
17.	42	$\sqrt{x}$	42.		
18.	81	÷	43.		
19.	33	STO	44.		
20.	00	0	45.		
21.	31	f	46.		
22.	33	$\bar{x}$	47.		
23.	34	RCL	48.		
24.	00	0	49.		

REGISTRES
R_0 $s_{\bar{D}}$
R_1
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$ n
$R_{.1}$ ΣD_i
$R_{.2}$ ΣD_i^2
$R_{.3}$ Utilisé
$R_{.4}$ Utilisé
$R_{.5}$ Utilisé
$R_{.6}$ 0
$R_{.7}$ 0
$R_{.8}$ 0
$R_{.9}$ 0

Exemple:

x_i	14	17.5	17	17.5	15.4
y_i	17	20.7	21.6	20.9	17.2

t = -7.16
df = 4.00

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	x_i	↑				
		y_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k, y_k	x_k	↑				
		y_k	GTO	0	7	R/S	
4	Calcul de t et df		GTO	1	1	R/S	t
			R/S				df
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST t SUR DEUX MOYENNES

Supposons que $\{x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}\}$ et $\{y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}\}$ soient deux échantillons pris au hasard de deux populations normales de moyennes inconnues μ_1 et μ_2 et de variance égale et inconnue σ^2.

Ce programme permet de tester l'hypothèse nulle

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$$

où D est un nombre donné.

Soit

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i$$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - D}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\ \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 - n_1 \bar{x}^2 + \Sigma y_i^2 - n_2 \bar{y}^2}{n_1 + n_2 - 2}}}.$$

On peut utiliser la statistique de t dont la distribution a $n_1 + n_2 - 2$ degrés de liberté pour tester l'hypothèse nulle.

Référence:

Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering, K. A. Brownlee, John Wiley & Sons, 1965.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	22	x⇄y
02.	51	–
03.	34	RCL
04.	00	0
05.	13	$^1/x$
06.	34	RCL
07.	83	•
08.	00	0
09.	13	$^1/x$
10.	61	+
11.	31	f
12.	42	$\sqrt{x}$
13.	81	÷
14.	34	RCL
15.	02	2
16.	34	RCL
17.	03	3
18.	32	g
19.	42	x^2
20.	34	RCL
21.	00	0
22.	71	x
23.	51	–
24.	34	RCL

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	83	•
26.	02	2
27.	61	+
28.	34	RCL
29.	04	4
30.	32	g
31.	42	x^2
32.	34	RCL
33.	83	•
34.	00	0
35.	71	x
36.	51	–
37.	34	RCL
38.	00	0
39.	34	RCL
40.	83	•
41.	00	0
42.	61	+
43.	02	2
44.	51	–
45.	81	÷
46.	31	f
47.	42	$\sqrt{x}$
48.	81	÷
49.	–00	GTO 00

REGISTRES
R_0 n_1
R_1 Σx_i
R_2 Σx_i^2
R_3 $\bar{x}$
R_4 $\bar{y}$
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$ n_2
$R_{.1}$ Σy_i
$R_{.2}$ Σy_i^2
$R_{.3}$ Utilisé
$R_{.4}$ Utilisé
$R_{.5}$ Utilisé
$R_{.6}$ 0
$R_{.7}$ 0
$R_{.8}$ 0
$R_{.9}$ 0

Exemple:

x: 79, 84, 108, 114, 120, 103, 122, 120

y: 91, 103, 90, 113, 108, 87, 100, 80, 99, 54

$n_1 = 8$

$n_2 = 10$

Si D = 0 (i.e., $H_0: \mu_1 = \mu_2$)

et $\bar{x} = 106.25$

$\bar{y} = 92.5$

$t = 1.73$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL•R			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n_1	x_i	Σ+				i
3'	Effacer la donnée incorrecte x_k	x_k	f	Σ–			
4	Mettre en mémoire les sommes; calcul de $\bar{x}$		RCL	•	0	STO	
			0	RCL	•	1	
			STO	1	RCL	•	
			2	STO	2	f	
			$\bar{x}$	STO	3		$\bar{x}$
5	Initialiser pour y		g	CL•R			0.00
6	Effectuer 6 pour j = 1, 2,..., n_2	y_j	Σ+				j
6'	Effacer la donnée incorrecte y_h	y_h	f	Σ–			
7	Calcul de $\bar{y}$		f	$\bar{x}$	STO	4	$\bar{y}$
8	Introduire D; calcul de t	D	RCL	4	+	RCL	
			3	BST	R/S		t
9	Pour une autre valeur de D, aller en 8						
10	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST DE SIGNIFICATION D'UNE MOYENNE

Pour une population du type (x_1, x_2, …, x_n) ayant pour variance σ^2, le test de l'hypothèse nulle

$$H_0: \text{moyenne } \mu = \mu_0$$

est basé sur la statistique z (ayant une distribution suivant une loi du type normal)

$$z = \frac{\sqrt{n}\ (\bar{x} - \mu_0)}{\sigma}\ .$$

Si la variance σ^2 est inconnue, on utilise au lieu de Z:

$$t = \frac{\sqrt{n}\ (\bar{x} - \mu_0)}{s}$$

La statistique t a une distribution suivant une loi de t à n−1 degrés de liberté. $\bar{x}$ et s représentent respectivement la moyenne et l'écart type.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.		
01.	33	STO
02.	00	0
03.	84	R/S
04.	31	f
05.	33	$\bar{x}$
06.	34	RCL
07.	00	0
08.	51	−
09.	34	RCL
10.	83	·
11.	00	0
12.	31	f
13.	42	$\sqrt{x}$
14.	71	x
15.	33	STO
16.	01	1
17.	32	g
18.	33	s
19.	34	RCL
20.	01	1
21.	22	x⇄y
22.	81	÷
23.	84	R/S
24.	34	RCL
25.	01	1
26.	22	x⇄y
27.	81	÷
28.	-00	GTO 00
29.		
30.		
31.		
32.		
33.		
34.		
35.		
36.		
37.		
38.		
39.		
40.		
41.		
42.		
43.		
44.		
45.		
46.		
47.		
48.		
49.		

REGISTRES	
R_0	μ_0
R_1	$\sqrt{n}\ (\bar{x} - \mu_0)$
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Σx_i
$R_{.2}$	Σx_i^2
$R_{.3}$	Utilisé
$R_{.4}$	Utilisé
$R_{.5}$	Utilisé
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

Si $\mu_0 = 2$, on obtient pour l'ensemble

{2.73, 0.45, 2.52, 1.19, 3.51, 2.75, 1.79, 1.83, 1, 0.87, 1.9, 1.62, 1.74, 1.92, 1.24, 2.68,}

test statistique $t = 0.69$
et $z = 0.57$ si $\sigma = 1$.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL•R			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,…, n	x_i	Σ+				i
4	Introduire μ_0	μ_0	BST	R/S			μ_0
5	Calcul de t		R/S				t
6	Introduire σ (si connu)	σ	R/S				z
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST DE SIGNIFICATION DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION

La statistique suivante t, sous l'hypothèse de l'analyse de corrélation normale, peut être utilisée pour tester l'hypothèse nulle $\rho = 0$

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

où r représente l'estimation (basée sur un échantillon de n objets) du véritable coefficient de corrélation ρ. Cette statistique t a une distribution t à $n-2$ degrés de liberté.

Pour tester l'hypothèse nulle $\rho = \rho_0$, on utilise la statistique z.

$$z = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \frac{(1+r)(1-\rho_0)}{(1-r)(1+\rho_0)}$$

où z est distribué suivant une loi normale.

Références:

1. Hogg and Craug, *Introduction to Mathematical Statistics,* Macmillan Co., 1970.
2. J. Freund, *Mathematical Statistics,* Prentice-Hall, 1971.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.		
01.	34	RCL
02.	01	1
03.	02	2
04.	51	–
05.	31	f
06.	42	$\sqrt{x}$
07.	34	RCL
08.	00	0
09.	71	x
10.	01	1
11.	34	RCL
12.	00	0
13.	41	↑
14.	71	x
15.	51	–
16.	31	f
17.	42	$\sqrt{x}$
18.	81	÷
19.	84	R/S
20.	34	RCL
21.	00	0
22.	01	1
23.	61	+
24.	01	1

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
25.	34	RCL
26.	00	0
27.	51	–
28.	81	÷
29.	01	1
30.	34	RCL
31.	02	2
32.	51	–
33.	71	x
34.	01	1
35.	34	RCL
36.	02	2
37.	61	+
38.	81	÷
39.	31	f
40.	22	ln
41.	34	RCL
42.	01	1
43.	03	3
44.	51	–
45.	31	f
46.	42	$\sqrt{x}$
47.	71	x
48.	02	2
49.	81	÷

REGISTRES	
R_0	r
R_1	n
R_2	ρ_0
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	
$R_{.1}$	
$R_{.2}$	
$R_{.3}$	
$R_{.4}$	
$R_{.5}$	
$R_{.6}$	
$R_{.7}$	
$R_{.8}$	
$R_{.9}$	

Exemple:

Si $r = 0.12$ et $n = 31$, on obtient:
$t = 0.65$ et
$Z = 0.64$ (pour $\rho_0 = 0$).

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Introduire r et n	r	STO	0			
		n	STO	1			
3	Introduire ρ_0 (pour avoir z)	ρ_0	STO	2			
4	Pour calculer seulement z, aller en 6						
5	Calcul de t		BST	R/S			t
6	Calcul de z		GTO	2	0	R/S	z
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

CALCUL DE LA VALEUR DU CHI-CARRÉ (VALEURS PRÉVUES ÉGALES)

Ce programme calcule la valeur du chi-carré χ^2 pour vérifier le degré de perfection d'un ajustement lorsque les fréquences prévues sont égales.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{n\,\Sigma O_i^2}{\Sigma O_i} - \Sigma O_i$$

où O_i = fréquences observées

$$E = \text{fréquences prévues} = \frac{\Sigma O_i}{n}\ .$$

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.		
01.	34	RCL	26.		
02.	83	·	27.		
03.	02	2	28.		
04.	34	RCL	29.		
05.	83	·	30.		
06.	00	0	31.		
07.	71	x	32.		
08.	34	RCL	33.		
09.	83	·	34.		
10.	01	1	35.		
11.	81	÷	36.		
12.	31	f	37.		
13.	34	LAST X	38.		
14.	51	–	39.		
15.	-00	GTO 00	40.		
16.			41.		
17.			42.		
18.			43.		
19.			44.		
20.			45.		
21.			46.		
22.			47.		
23.			48.		
24.			49.		

REGISTRES
R_0
R_1
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{\bullet 0}$ n
$R_{\bullet 1}$ ΣO_i
$R_{\bullet 2}$ ΣO_i^2
$R_{\bullet 3}$ Utilisé
$R_{\bullet 4}$ Utilisé
$R_{\bullet 5}$ Utilisé
$R_{\bullet 6}$ 0
$R_{\bullet 7}$ 0
$R_{\bullet 8}$ 0
$R_{\bullet 9}$ 0

Exemple:

Un joueur lance un dé 120 fois (voir ci-dessous tableau des fréquences). Les fréquences prévues étant égales (E = 20), χ^2 peut-il être utilisé pour tester si le dé est juste?

numéro	1	2	3	4	5	6
fréquence O_i	25	17	15	23	24	16

$\chi^2 = 5.00$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	O_i	Σ+				i
3'	Effacer la donnée incorrecte O_k	O_k	f	Σ–			
4	Calcul de χ^2		BST	R/S			χ^2
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

CALCUL DE LA VALEUR DU CHI-CARRÉ (VALEURS PRÉVUES DIFFÉRENTES)

Le test de l'accord global entre une «distribution observée» et une «distribution théorique» spécifiée «a priori» ou ajustée aux observations est obtenu en calculant la quantité

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

où les O_i sont les fréquences observées et les E_i les fréquences prévues pour la distribution ajustée.

Remarque:

Afin d'exécuter le meilleur test d'ajustement à un ensemble de données, la combinaison de plusieurs classes peut se révéler nécessaire pour s'assurer que chaque fréquence théorique n'est pas trop petite (pas plus petite que 5).

Référence:

J. E. Freund, *Mathematical Statistics*, Prentice-Hall, 1962.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.			25.	51	−
01.	00	0	26.	31	f
02.	33	STO	27.	34	LAST X
03.	00	0	28.	22	x⇄y
04.	33	STO	29.	32	g
05.	01	1	30.	42	x^2
06.	84	R/S	31.	22	x⇄y
07.	51	−	32.	81	÷
08.	31	f	33.	33	STO
09.	34	LAST X	34.	51	−
10.	22	x⇄y	35.	01	1
11.	32	g	36.	34	RCL
12.	42	x^2	37.	00	0
13.	22	x⇄y	38.	01	1
14.	81	÷	39.	51	−
15.	33	STO	40.	33	STO
16.	61	+	41.	00	0
17.	01	1	42.	−06	GTO 06
18.	34	RCL	43.		
19.	00	0	44.		
20.	01	1	45.		
21.	61	+	46.		
22.	33	STO	47.		
23.	00	0	48.		
24.	−06	GTO 06	49.		

REGISTRES	
R_0	n
R_1	$\Sigma(O_i - E_i)^2/E_i$
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	
$R_{.1}$	
$R_{.2}$	
$R_{.3}$	
$R_{.4}$	
$R_{.5}$	
$R_{.6}$	
$R_{.7}$	
$R_{.8}$	
$R_{.9}$	

Exemple:

O_i	8	50	47	56	5	14
E_i	9.6	46.75	51.85	54.4	8.25	9.15

$\chi^2 = 4.84$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		BST	R/S			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	O_i	↑				
		E_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte O_k, E_k	O_k	↑				
		E_k	GTO	2	5	R/S	
4	Rappeler χ^2 du registre R_1		RCL	1			χ^2
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TABLEAU DE CONTINGENCE (2 × k)

Les tableaux de contingence peuvent être utilisés pour tester l'hypothèse nulle: deux variables sont indépendantes.

	1	2	3	...	k	Totaux
A	a_1	a_2	a_3	...	a_k	N_A
B	b_1	b_2	b_3	...	b_k	N_B
Totaux	N_1	N_2	N_3	...	N_k	N

Le test statistique χ^2 a k−1 degrés de liberté

$$\chi^2 = \frac{N}{N_A} \sum_{i=1}^{k} \frac{a_i^2}{N_i} + \frac{N}{N_B} \sum_{i=1}^{k} \frac{b_i^2}{N_i} - N$$

Le coefficient de contingence C de Pearson mesure le degré d'association de deux variables

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}}.$$

Référence:

Statistics in Research, B. Ostle, Iowa State University Press, 1963.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	REGISTRES
00.			25.	-00	GTO 00	R_0 N_A
01.	33	STO	26.	34	RCL	R_1 N_B
02.	03	3	27.	83	·	R_2 a_i
03.	33	STO	28.	02	2	R_3 b_i
04.	61	+	29.	34	RCL	R_4
05.	01	1	30.	00	0	R_5
06.	22	x⇄y	31.	81	÷	R_6
07.	33	STO	32.	34	RCL	R_7
08.	02	2	33.	83	·	R_8
09.	33	STO	34.	04	4	R_9
10.	61	+	35.	34	RCL	$R_{.0}$ k
11.	00	0	36.	01	1	$R_{.1}$ $\Sigma a_i/\sqrt{N_i}$
12.	61	+	37.	81	÷	$R_{.2}$ $\Sigma a_i^2/N_i$
13.	31	f	38.	61	+	$R_{.3}$ $\Sigma b_i/\sqrt{N_i}$
14.	42	$\sqrt{x}$	39.	01	1	$R_{.4}$ $\Sigma b_i^2/N_i$
15.	34	RCL	40.	51	−	$R_{.5}$ $\Sigma a_i b_i/N_i$
16.	03	3	41.	34	RCL	$R_{.6}$ 0
17.	22	x⇄y	42.	00	0	$R_{.7}$ 0
18.	81	÷	43.	34	RCL	$R_{.8}$ 0
19.	34	RCL	44.	01	1	$R_{.9}$ 0
20.	02	2	45.	61	+	
21.	31	f	46.	71	x	
22.	34	LAST X	47.	-00	GTO 00	
23.	81	÷	48.			
24.	11	Σ+	49.			

Exemple:

	1	2	3
A	2	5	4
B	3	8	7

$\chi^2 = 0.02$ $C = 0.03$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R	STO	0	
			STO	1	BST		0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., k	a_i	↑				
		b_i	R/S				i
4	Calcul de χ^2		GTO	2	6	R/S	χ^2
5	Calcul de C		↑	↑	RCL	0	
			RCL	1	+	+	
			÷	f	$\sqrt{x}$		C
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TABLEAU DE CONTINGENCE 2×2 AVEC CORRECTION DE YATES

Ce programme calcule χ^2 pour une table de contingence 2×2 contenant des fréquences observées. Dans ce calcul, la correction de continuité de Yates est utilisée.

Pour la table suivante:

	1	2
Groupe A	a	b
Groupe B	c	d

$$\chi^2 = \frac{(a+b+c+d)\,[|ad-bc| - ½\,(a+b+c+d)]^2}{(a+b)\,(a+c)\,(c+d)\,(b+d)}$$

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
00.		
01.	61	+
02.	33	STO
03.	05	5
04.	61	+
05.	61	+
06.	33	STO
07.	04	4
08.	22	x⇄y
09.	34	RCL
10.	03	3
11.	71	x
12.	34	RCL
13.	01	1
14.	34	RCL
15.	02	2
16.	71	x
17.	51	–
18.	32	g
19.	42	x^2
20.	31	f
21.	42	$\sqrt{x}$
22.	22	x⇄y
23.	02	2
24.	81	÷

AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE	
25.	51	–
26.	32	g
27.	42	x^2
28.	34	RCL
29.	00	0
30.	34	RCL
31.	01	1
32.	61	+
33.	81	÷
34.	34	RCL
35.	00	0
36.	34	RCL
37.	02	2
38.	61	+
39.	81	÷
40.	34	RCL
41.	05	5
42.	81	÷
43.	34	RCL
44.	01	1
45.	34	RCL
46.	03	3
47.	61	+
48.	81	÷
49.	71	x

REGISTRES	
R_0	a
R_1	b
R_2	c
R_3	d
R_4	a + b + c + d
R_5	c + d
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	
$R_{.1}$	
$R_{.2}$	
$R_{.3}$	
$R_{.4}$	
$R_{.5}$	
$R_{.6}$	
$R_{.7}$	
$R_{.8}$	
$R_{.9}$	

Exemple:

	1	2
A	9	21
B	17	13

$\chi^2 = 3.33$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Mise en mémoire des données	a	STO	0			
		b	STO	1			
		c	STO	2			
		d	STO	3			
3	Calcul de χ^2		BST	R/S			χ^2
4	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST DU CHI-CARRÉ DE BARLETT

$$\chi^2 = \frac{f \ln s^2 - \sum_{i=1}^{k} f_i \ln s_i^2}{1 + \frac{1}{3(k-1)}\left[\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{f_i}\right) - \frac{1}{f}\right]}$$

avec s_i^2 = variance du ième échantillon
f_i = degrés de liberté relatif à s_i^2
$i = 1, 2, \ldots, k$
k = nombre d'échantillons.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i s_i^2}{f}$$

$$f = \sum_{i=1}^{k} f_i .$$

Ce χ^2 suit approximativement une distribution de chi-carré avec $k-1$ degrés de liberté pouvant être utilisée pour tester l'hypothèse nulle à savoir que $s_1^2, s_2^2, \ldots, s_k^2$ sont des estimations de la variance σ^2 d'une même population, c'est-à-dire:

$$H_0: s_1^2, s_2^2, \ldots, s_k^2 \text{ sont des estimations de } \sigma^2.$$

Référence:

Statistical Theory with Engineering Applications, A. Hald, John Wiley & Sons, 1960.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	22	ln
01.	33	STO	26.	34	RCL
02.	61	+	27.	03	3
03.	03	3	28.	71	x
04.	13	1/x	29.	34	RCL
05.	33	STO	30.	83	•
06.	61	+	31.	01	1
07.	02	2	32.	51	–
08.	81	÷	33.	34	RCL
09.	34	RCL	34.	02	2
10.	00	0	35.	34	RCL
11.	31	f	36.	03	3
12.	22	ln	37.	13	1/x
13.	34	RCL	38.	51	–
14.	01	1	39.	34	RCL
15.	71	x	40.	83	•
16.	11	Σ+	41.	00	0
17.	-00	GTO 00	42.	01	1
18.	34	RCL	43.	51	–
19.	83	•	44.	03	3
20.	03	3	45.	71	x
21.	34	RCL	46.	81	÷
22.	03	3	47.	01	1
23.	81	÷	48.	61	+
24.	31	f	49.	81	÷

REGISTRES
R_0 s_i^2
R_1 f_i
R_2 $\Sigma\, 1/f_i$
R_3 Σf_i
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$ k
$R_{.1}$ $\Sigma f_i \ln s_i^2$
$R_{.2}$ $\Sigma (f_i \ln s_i^2)^2$
$R_{.3}$ $\Sigma f_i s_i^2$
$R_{.4}$ $\Sigma (f_i s_i^2)^2$
$R_{.5}$ $\Sigma f_i^2 s_i^2 \ln s_i^2$
$R_{.6}$ 0
$R_{.7}$ 0
$R_{.8}$ 0
$R_{.9}$ 0

Exemple:

i	1	2	3	4	5	6
s_i^2	5.5	5.1	5.2	4.7	4.8	4.3
f_i	10	20	17	18	8	15

$\chi^2 = 0.25$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL•R	STO	2	
			STO	3	BST		0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., k	s_i^2	STO	0			
		f_i	STO	1	R/S		i
4	Calcul de χ^2		GTO	1	8	R/S	χ^2
5	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST DE BEHRENS-FISHER

Ce programme permet d'effectuer un test de comparaison des moyennes μ_1 et μ_2 (inconnues) de deux populations du type normal de variances inégales σ_1^2 et σ_2^2 à partir de deux échantillons $\{x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}\}$ et $\{y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}\}$ prélevés dans ces deux populations en calculant

$$d = \frac{\bar{x} - \bar{y} - D}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

où $\bar{x}$ et $\bar{y}$ sont les moyennes respectives des deux échantillons, et s_1^2, s_2^2 leur variantes estimées.

Ceci est utilisé, à la place du test, pour tester l'hypothèse nulle

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$$

Les valeurs extrêmes de ce test sont compilées dans les tables de Fisher-Yates pour plusieurs valeurs de n_1, n_2, α et θ où α est le niveau de signification et

$$\theta = \text{arc tg}\left(\frac{s_1}{s_2}\sqrt{\frac{n_2}{n_1}}\right).$$

Notation:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n_1} \qquad s_1^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - [(\Sigma x_i)^2/n_1]}{n_1 - 1}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y_i}{n_2} \qquad s_2^2 = \frac{\Sigma y_i^2 - [(\Sigma y_i)^2/n_2]}{n_2 - 1}$$

Référence:

Fisher and Yates, *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research,* Hafner Publishing Co., 1970.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.			25.	23	R↓
01.	41	↑	26.	32	g
02.	41	↑	27.	42	x^2
03.	31	f	28.	34	RCL
04.	33	$\bar{x}$	29.	01	1
05.	22	x⇄y	30.	32	g
06.	23	R↓	31.	42	x^2
07.	61	+	32.	61	+
08.	34	RCL	33.	31	f
09.	00	0	34.	42	$\sqrt{x}$
10.	22	x⇄y	35.	81	÷
11.	51	–	36.	84	R/S
12.	41	↑	37.	34	RCL
13.	41	↑	38.	01	1
14.	32	g	39.	34	RCL
15.	33	s	40.	02	2
16.	34	RCL	41.	81	÷
17.	83	•	42.	32	g
18.	00	0	43.	14	$\tan^{-1}$
19.	31	f	44.	–00	GTO 00
20.	42	$\sqrt{x}$	45.		
21.	81	÷	46.		
22.	33	STO	47.		
23.	02	2	48.		
24.	22	x⇄y	49.		

REGISTRES
R_0 $\bar{x}$
R_1 $s_1/\sqrt{n_1}$
R_2 $s_2/\sqrt{n_2}$
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{\bullet 0}$ Utilisé
$R_{\bullet 1}$ Utilisé
$R_{\bullet 2}$ Utilisé
$R_{\bullet 3}$ Utilisé
$R_{\bullet 4}$ Utilisé
$R_{\bullet 5}$ Utilisé
$R_{\bullet 6}$ 0
$R_{\bullet 7}$ 0
$R_{\bullet 8}$ 0
$R_{\bullet 9}$ 0

Exemple: x: 79, 84, 108, 114, 120, 103, 122, 120

y: 91, 103, 90, 113, 108, 87, 100, 80, 99, 54

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (D = 0), $n_1 = 8$, $n_2 = 10$, $\bar{x} = 106.25$

$s_1/\sqrt{n_1} = 5.88$, $d = 1.73$, $\theta = 47.88°$ (=0.84 radians = 53.20 grades)

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL•R			0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n_1	x_i	Σ+				i
3′	Effacer la donnée incorrecte x_k	x_k	f	Σ–			
4	Calcul de $\bar{x}$ et de $s_1/\sqrt{n_1}$		f	$\bar{x}$	STO	0	$\bar{x}$
			g	s	RCL	•	
			0	f	$\sqrt{x}$	÷	$s_1/\sqrt{n_1}$
			STO	1	g	CL•R	0.00
5	Effectuer 5 pour i = 1, 2,..., n_2	y_i	Σ+				i
5′	Effacer la donnée incorrecte y_h	y_h	f	Σ–			
6	Introduire D; calcul de d et θ	D	BST	R/S			d
			R/S				θ
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

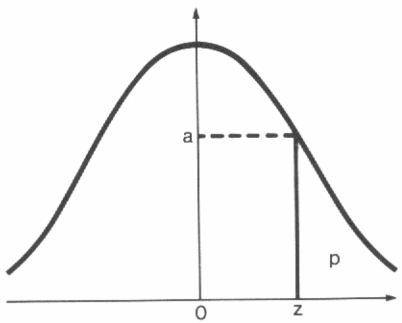
COEFFICIENT DE CORRÉLATION BI-SÉRIALE

Le coefficient de corrélation bisériale r_b est utilisé lorsqu'une variable y est mesurée quantitativement tandis que l'autre variable continue x est dichotomisée artificiellement (c'est-à-dire définie artificiellement par deux groupes). Ce coefficient mesure le degré d'association linéaire entre X et Y.

$$r_b = \frac{n\,(\Sigma' y_i) - n_1\, \Sigma y_i}{na \sqrt{n\, \Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2}}$$

Supposons que x soit égal à 0 ou 1.

Soit : n_1 = nombre de x tels que x = 1
n = nombre total de points de données
$\Sigma' y_i$ = somme des y tels que x = 1
$\Sigma\, y_i$ = somme de tous les y
a = ordonnée correspondant à z sur la courbe de Gauss telle que la surface située à droite de z soit égale à $p = \frac{n_1}{n}$.



Remarque :

Pour que l'interprétation de y_b ait un sens, il faut que :

1. y soit distribué normalement ;
2. la vraie distribution de x soit normale.

Référence :

Statistics in Research, B. Ostle, Iowa State University Press, 1963.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	34	RCL
02.	83	·
03.	03	3
04.	34	RCL
05.	83	·
06.	01	1
07.	61	+
08.	33	STO
09.	02	2
10.	31	f
11.	34	LAST X
12.	34	RCL
13.	83	·
14.	00	0
15.	71	x
16.	22	x⇄y
17.	34	RCL
18.	01	1
19.	71	x
20.	51	–
21.	34	RCL
22.	83	·
23.	00	0
24.	34	RCL

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	83	·
26.	02	2
27.	34	RCL
28.	83	·
29.	04	4
30.	61	+
31.	71	x
32.	34	RCL
33.	02	2
34.	32	g
35.	42	x^2
36.	51	–
37.	31	f
38.	42	$\sqrt{x}$
39.	34	RCL
40.	00	0
41.	34	RCL
42.	83	·
43.	00	0
44.	71	x
45.	71	x
46.	81	÷
47.	-00	GTO 00
48.		
49.		

REGISTRES	
R_0	a
R_1	n_1
R_2	Σy_i
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	$\Sigma' y_i$
$R_{.2}$	$\Sigma' y_i^2$
$R_{.3}$	$\Sigma y_i - \Sigma' y_i$
$R_{.4}$	$\Sigma y_i^2 - \Sigma' y_i^2$
$R_{.5}$	0
$R_{.6}$	0
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple :

x_i	0	1	1	0	1	0	0	0	1
y_i	3.1	2.8	5.6	0.3	2.5	2.4	4.8	2.9	7.7

$n_1 = 4$
$n = 9$
$a = 0.40$
$r_b = 0.59$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R	BST		0.00
3	Effectuer 3 pour $x_i = 1$	0	↑				
		y_i	Σ+				
3'	Effacer la donnée incorrecte y_k	0	↑				
	$(x_k = 1)$	y_k	f	Σ−			
4	Effectuer 4 pour $x_i = 0$	y_i	↑				
		0	Σ+				
4'	Effacer la donnée incorrecte y_h	y_h	↑				
	$(x_h = 0)$	0	f	Σ−			
5	Introduire a et n_1	a	STO	0			
		n_1	STO	1			
6	Calcul de r_b		R/S				r_b
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

COEFFICIENT DE CORRÉLATION DES RANGS DE SPEARMAN

Le coefficient de corrélation des rangs de Spearman est défini par :

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

avec n = nombre de paires d'observations (x_i, y_i)

$Di = \text{rang}(x_i) - \text{rang}(y_i) = R_i - S_i$

Si les variables aléatoires X et Y correspondant à ces n paires d'observations sont indépendantes, nous avons pour r_s une moyenne nulle et une variance

$$\frac{1}{n-1}$$

On peut tester alors l'hypothèse nulle

H_0: X, Y sont indépendants.

en utilisant

$$z = r_s \sqrt{n-1}$$

qui est approximativement une variable distribuée suivant une loi normale (pour n grand, par exemple $n \geqslant 10$).

Si l'hypothèse nulle d'indépendance n'est pas rejetée, on peut déduire que le coefficient de corrélation de la population $\rho(x, v) = 0$, mais la dépendance entre les variables n'implique pas nécessairement que $\rho(x, y) \neq 0$.

Remarque :

$-1 \leqslant r_s \leqslant 1$
$r_s = 1$ indique que les deux séries de rangs sont identiques
et $r_s = -1$ indique que les deux séries de rangs sont exactement inverses.

Référence :

Nonparametric Statistical Inference, J. D. Gibbons, Mc Graw Hill, 1971.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.		
01.	51	−
02.	32	g
03.	42	x^2
04.	33	STO
05.	61	+
06.	01	1
07.	34	RCL
08.	00	0
09.	01	1
10.	61	+
11.	33	STO
12.	00	0
13.	-00	GTO 00
14.	51	−
15.	32	g
16.	42	x^2
17.	33	STO
18.	51	−
19.	01	1
20.	34	RCL
21.	00	0
22.	01	1
23.	51	−
24.	-11	GTO 11

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
25.	01	1
26.	34	RCL
27.	01	1
28.	06	6
29.	71	x
30.	34	RCL
31.	00	0
32.	32	g
33.	42	x^2
34.	01	1
35.	51	−
36.	34	RCL
37.	00	0
38.	71	x
39.	81	÷
40.	51	−
41.	84	R/S
42.	34	RCL
43.	00	0
44.	01	1
45.	51	−
46.	31	f
47.	42	$\sqrt{x}$
48.	71	x
49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 n
R_1 ΣD_i^2
R_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

(Remarque: seuls les rangs R_i et S_i sont utilisés comme les données.)

Etudiant	x_i Note en mathématique	y_i Note en statistique	R_i Rang de x_i	S_i Rang de y_i
1	82	81	6	7
2	67	75	14	11
3	91	85	3	4
4	98	90	1	2
5	74	80	11	8
6	52	60	15	15
7	86	94	4	1
8	95	78	2	9
9	79	83	9	6
10	78	76	10	10
11	84	84	5	5
12	80	69	8	13
13	69	72	13	12
14	81	88	7	3
15	73	61	12	14

$r_s = 0.76$
$z = 2.85$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser	0	STO	0	STO	1	
			BST				0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., n	R_i	↑				
		S_i	R/S				i
3'	Effacer la donnée incorrecte R_k, S_k	R_k	↑				
		S_k	GTO	1	4	R/S	
4	Calcul de r_s et de z		GTO	2	5	R/S	r_s
			R/S				z

DIFFÉRENCES ENTRE PROPORTIONS

Soit $x_1, x_2, \ldots, x_k$ les valeurs observées d'un ensemble de variables aléatoires indépendantes, distribuées suivant une loi binomiale avec les paramètres n_i et θ_i $(i = 1, 2, \ldots, k)$.

Une loi de Chi-Carré donnée par

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - n_i \hat{\theta})^2}{n_i \hat{\theta} (1 - \hat{\theta})}$$

peut être utilisée pour tester l'hypothèse nulle $\theta_1 = \theta_2 = \ldots = \theta_k$ où

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{k} x_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i \, .$$

Ce χ^2 est distribué suivant une loi de χ^2 avec $k-1$ degrés de liberté.

Référence:

J. Freund, *Mathematical Statistics*, Prentice-Hall, 1971.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.		
01.	51	–
02.	33	STO
03.	03	3
04.	33	STO
05.	61	+
06.	01	1
07.	31	f
08.	34	LAST X
09.	33	STO
10.	02	2
11.	33	STO
12.	61	+
13.	00	0
14.	61	+
15.	31	f
16.	42	$\sqrt{x}$
17.	34	RCL
18.	03	3
19.	22	x⇄y
20.	81	÷
21.	34	RCL
22.	02	2
23.	31	f
24.	34	LAST X

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
25.	81	÷
26.	11	Σ+
27.	-00	GTO 00
28.	34	RCL
29.	83	•
30.	02	2
31.	34	RCL
32.	00	0
33.	81	÷
34.	34	RCL
35.	83	•
36.	04	4
37.	34	RCL
38.	01	1
39.	81	÷
40.	61	+
41.	01	1
42.	51	–
43.	34	RCL
44.	00	0
45.	34	RCL
46.	01	1
47.	61	+
48.	71	×
49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 Σx_i
R_1 $\Sigma(n_i - x_i)$
R_2 x_i
R_3 $n_i - x_i$
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$ k
$R_{.1}$ Utilisé
$R_{.2}$ Utilisé
$R_{.3}$ Utilisé
$R_{.4}$ Utilisé
$R_{.5}$ Utilisé
$R_{.6}$ 0
$R_{.7}$ 0
$R_{.8}$ 0
$R_{.9}$ 0

Exemple:

	n_i	x_i
Echantillon 1	400	232
Echantillon 2	500	260
Echantillon 3	400	197

$\chi^2 = 6.47$
$\hat{\theta} = -0.53$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R	STO	0	
			STO	1	BST		0.00
3	Effectuer 3 pour i = 1, 2,..., k	n_i	↑				
		x_i	R/S				i
4	Calcul de χ^2		GTO	2	8	R/S	χ^2
5	(optionnel) calcul de $\hat{\theta}$		RCL	0	↑	↑	
			RCL	1	+	÷	$\hat{\theta}$
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

COEFFICIENT DE CORRÉLATION DES RANGS DE KENDALL

Supposons que n individus soient classés de 1 à n par k observateurs selon un critère. Le coefficient de corrélation w mesure l'accord des observateurs sur les rangs attribués (ou la corrélation des rangs).

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{k} R_{ij} \right)^2}{k^2\, n(n^2 - 1)} - \frac{3(n+1)}{n-1}$$

R_{ij} étant le rang attribué au ième individu par le ième observateur.

W varie de 0 (pas de préférence commune) à 1 (accord parfait). On peut tester l'hypothèse nulle que les observateurs n'ont aucune préférence commune à l'aide de tables spéciales; ou bien, si $n > 7$, en calculant:

$$\chi^2 = k\,(n-1)\,W$$

qui suit approximativement la distribution du chi-carré à n−1 degrés de liberté.

Référence:

Nonparametric Statistical Inference, J. D. Gibbons, Mc Graw Hill, 1971.

Table pour petits échantillons:

Rank Correlation Methods, M. G. Kendall, Hafner Publishing Co., 1962.

AFFICHAGE		TOUCHE	AFFICHAGE		TOUCHE
LIGNE	CODE		LIGNE	CODE	
00.			25.	61	+
01.	33	STO	26.	33	STO
02.	61	+	27.	04	4
03.	02	2	28.	00	0
04.	34	RCL	29.	33	STO
05.	01	1	30.	01	1
06.	01	1	31.	33	STO
07.	61	+	32.	02	2
08.	33	STO	33.	34	RCL
09.	01	1	34.	04	4
10.	-00	GTO 00	35.	-00	GTO 00
11.	34	RCL	36.	01	1
12.	01	1	37.	61	+
13.	33	STO	38.	81	÷
14.	00	0	39.	31	f
15.	34	RCL	40.	34	LAST X
16.	02	2	41.	51	−
17.	32	g	42.	34	RCL
18.	42	x^2	43.	04	4
19.	33	STO	44.	01	1
20.	61	+	45.	51	−
21.	03	3	46.	81	÷
22.	34	RCL	47.	03	3
23.	04	4	48.	71	x
24.	01	1	49.	-00	GTO 00

REGISTRES
R_0 k
R_1 j
R_2 ΣR_{ij}
R_3 $\Sigma(\Sigma R_{ij})^2$
R_4 n
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple:

Table pour R_{ij} (n = 10, k = 3)

i \ j	1	2	3
1	6	7	3
2	1	4	2
3	9	3	5
4	2	6	1
5	10	8	9
6	3	2	6
7	5	9	8
8	4	1	4
9	8	10	10
10	7	5	7

$W = 0.69$
$\chi^2 = 18.64$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser	0	STO	1	STO	2	
			STO	3	STO	4	
			BST				0.00
3	Effectuer 3–5 pour i = 1, 2,..., n						
4	Effectuer 4 pour j = 1, 2,..., k	R_{ij}	R/S				j
5			GTO	1	1	R/S	i
6	Calcul de W		RCL	3	4	x	
			RCL	0	g	x^2	
			÷	RCL	4	÷	
			RCL	4	GTO	3	
			6	R/S			W
7	Calcul de χ^2		RCL	0	x	RCL	
			4	1	–	x	χ^2
8	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST DE KRUSKAL-WALLIS

Ce programme permet de tester l'hypothèse nulle que k échantillons aléatoires indépendants de dimensions $n_1, n_2, \ldots,$ et n_k proviennent de la même population.

Pour ce faire, on ordonne toutes les valeurs des k échantillons ensemble (comme s'ils formaient un seul échantillon) suivant un ordre de grandeur croissant. Soit R_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, k$; $j = 1, 2, \ldots, n_i$) le rang de la j ième valeur dans le i ième échantillon.

Le test H de Kruskal-Wallis peut être utilisé pour tester l'hypothèse nulle.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i} R_{ij}\right)^2}{n_i} - 3(N+1)$$

où $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$.

Lorsque les dimensions de tous les échantillons sont grandes (> 5), H est distribué approximativement suivant une loi de χ^2 avec $k-1$ degrés de liberté. Pour les petits échantillons, le test est basé sur une table spéciale.

Table pour de petits échantillons (k = 3):

Alexander and Quade, *On the Kruskal-Wallis Three sample H-statistic*, University of North Carolina, Department of Biostatistics, Inst. Statistics Mimeo Ser. 602, 1968.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.		
01.	33	STO
02.	61	+
03.	02	2
04.	34	RCL
05.	01	1
06.	01	1
07.	61	+
08.	33	STO
09.	01	1
10.	-00	GTO 00
11.	34	RCL
12.	01	1
13.	33	STO
14.	61	+
15.	00	0
16.	34	RCL
17.	02	2
18.	32	g
19.	42	x^2
20.	22	x⇄y
21.	81	÷
22.	33	STO
23.	61	+
24.	03	3

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
25.	34	RCL
26.	04	4
27.	01	1
28.	61	+
29.	33	STO
30.	04	4
31.	00	0
32.	33	STO
33.	01	1
34.	33	STO
35.	02	2
36.	34	RCL
37.	04	4
38.	-00	GTO 00
39.	81	÷
40.	34	RCL
41.	00	0
42.	01	1
43.	61	+
44.	81	÷
45.	31	f
46.	34	LAST X
47.	51	–
48.	03	3
49.	71	x

REGISTRES
R_0 N
R_1 n_i
R_2 ΣR_{ij}
R_3 $\Sigma[(\Sigma R_{ij})^2/n_i]$
R_4 k
R_5 0
R_6 0
R_7 0
R_8 0
R_9 0
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemples:

(Remarque: seuls les rangs R_{ij} sont utilisés comme données.)

Echantillon 1	2.73	0.45	2.52	1.19	3.51	2.75				
Rangs R_{1j}	29	5	26	10	33	30				
Echantillon 2	1.79	1.83	1	0.87	1.9	1.62	1.74	1.92		
Rangs R_{2j}	11	12	9	7	20	18	19	21		
Echantillon 3	1.24	2.68	0.88	2.5	1.61	1.65	3.03	0.38	0.22	
Rangs R_{3j}	14	28	8	25	17	15	32	4	2	
Echantillon 4	0.57	2.54	0.36	1.56	2.59	1.23	–0.1	2.98	2.15	2.25
Rangs R_{4j}	6	27	3	16	24	13	1	31	22	23

N = 33.00
H = 2.29

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		f	CLR	BST		0.00
3	Effectuer 3–5 pour i = 1, 2,..., k						
4	Effectuer 4 pour j = 1, 2,..., n_i	R_{ij}	R/S				j
5			GTO	1	1	R/S	i
6	Calcul de H		RCL	3	4	x	
			RCL	0			N
			GTO	3	9	R/S	H
7	Pour un nouveau cas, aller en 2						

TEST DE MANN-WHITNEY

Ce programme effectue le test statistique de Mann-Whitney sur deux échantillons indépendants de dimensions égales ou non. Il teste si l'hypothèse nulle d'identité entre deux populations est vraie ou fausse.

Le test statistique de Mann-Whitney est défini comme suit :

$$U = n_1\, n_2 + \frac{n_1\,(n_1 + 1)}{2} - \sum_{i=1}^{n_1} R_i$$

n_1 et n_2 étant les dimensions des deux échantillons. Les éléments échantillons sont groupés en une seule suite (comme s'il ne s'agissait que d'un seul échantillon), dans un ordre de grandeur croissant et R_i ($i = 1, 2, \ldots, n_1$) représente les rangs attribués aux éléments du premier échantillon (peu importe lequel des deux échantillons est considéré comme premier).

Si n_1 et n_2 sont petits, le test de Mann-Whitney se fonde sur une distribution exacte de U et sur des tables spéciales. Si n_1 et n_2 sont tous deux grands (par exemple supérieur à 8) nous avons :

$$z = \frac{U - \dfrac{n_1\, n_2}{2}}{\sqrt{n_1\, n_2\,(n_1 + n_2 + 1)/12}}$$

qui représente approximativement une variable aléatoire distribuée suivant une loi normale.

Référence :

Mathematical Statistics, S. S. Wilks, John Wiley & Sons, 1962.

Table pour petits échantillons :

Handbook of Statistical Tables, D. B. Owen, Addison-Wesley, 1962.

AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE	AFFICHAGE LIGNE	AFFICHAGE CODE	TOUCHE
00.			25.	22	x⇄y
01.	33	STO	26.	34	RCL
02.	61	+	27.	02	2
03.	00	0	28.	71	x
04.	34	RCL	29.	02	2
05.	01	1	30.	81	÷
06.	01	1	31.	51	–
07.	61	+	32.	22	x⇄y
08.	33	STO	33.	34	RCL
09.	01	1	34.	02	2
10.	-00	GTO 00	35.	61	+
11.	34	RCL	36.	01	1
12.	02	2	37.	61	+
13.	34	RCL	38.	34	RCL
14.	01	1	39.	01	1
15.	01	1	40.	71	x
16.	61	+	41.	34	RCL
17.	02	2	42.	02	2
18.	81	÷	43.	71	x
19.	61	+	44.	01	1
20.	71	x	45.	02	2
21.	34	RCL	46.	81	÷
22.	00	0	47.	31	f
23.	51	–	48.	42	√x
24.	84	R/S	49.	81	÷

REGISTRES
R_0 ΣR_i
R_1 n_1
R_2 n_2
R_3
R_4
R_5
R_6
R_7
R_8
R_9
$R_{.0}$
$R_{.1}$
$R_{.2}$
$R_{.3}$
$R_{.4}$
$R_{.5}$
$R_{.6}$
$R_{.7}$
$R_{.8}$
$R_{.9}$

Exemple :

(Remarque : seuls les rangs R_i pour le premier échantillon sont utilisés comme données.)

Echantillon 1	14.9	11.3	13.2	16.6	17	14.1	15.4	13	16.9	
Rang R_i	7	1	4	12	14	5	10	3	13	
Echantillon 2	15.2	19.8	14.7	18.3	16.2	21.2	18.9	12.2	15.3	19.4
Rang	8	18	6	15	11	19	16	2	9	17

$n_1 = 9$ $n_2 = 10$ $U = 66.00$ $z = 1.71$

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser	0	STO	0	STO	1	
			BST				0.00
3	Mettre en mémoire n_2	n_2	STO	2			
4	Effectuer 4 pour $i = 1, 2, \ldots, n_1$	R_i	R/S				i
5	Calcul de U et de z		GTO	1	1	R/S	U
			R/S				z
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

CARRÉ MOYEN DE DIFFÉRENCES SUCCESSIVES

Lorsque l'on utilise un test et des techniques d'évaluation, la méthode pour extraire l'échantillon d'une population est dans la plupart des cas aléatoire. Si les observations sont choisies dans l'ordre $x_1, x_2, \ldots, x_n$, le carré moyen des différences successives

$$\eta = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i+1})^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

peut être utilisé pour tester ce choix aléatoire.

Si n est grand (par exemple, supérieur à 20) et la population est du type normal, la quantité

$$z = \frac{1 - \eta/2}{\sqrt{\dfrac{n-2}{n^2-1}}}$$

est approximativement distribuée suivant une loi normale. Les tendances persistantes sont associées aux grandes valeurs positives de z, et les oscillations courtes aux grandes valeurs négatives.

Référence:

Dixon and Massey, *Introduction to Statistical Analysis,* McGraw-Hill, 1969.

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
00.		
01.	34	RCL
02.	83	·
03.	06	6
04.	22	x⇄y
05.	51	–
06.	31	f
07.	34	LAST X
08.	33	STO
09.	83	·
10.	06	6
11.	11	Σ+
12.	-00	GTO 00
13.	32	g
14.	33	s
15.	32	g
16.	42	x^2
17.	34	RCL
18.	83	·
19.	00	0
20.	01	1
21.	51	–
22.	71	x
23.	34	RCL
24.	83	·

AFFICHAGE LIGNE	CODE	TOUCHE
25.	04	4
26.	22	x⇄y
27.	81	÷
28.	84	R/S
29.	02	2
30.	81	÷
31.	01	1
32.	22	x⇄y
33.	51	–
34.	34	RCL
35.	83	·
36.	00	0
37.	02	2
38.	51	–
39.	34	RCL
40.	83	·
41.	00	0
42.	32	g
43.	42	x^2
44.	01	1
45.	51	–
46.	81	÷
47.	31	f
48.	42	$\sqrt{x}$
49.	81	÷

REGISTRES	
R_0	
R_1	
R_2	
R_3	
R_4	
R_5	
R_6	
R_7	
R_8	
R_9	
$R_{.0}$	n
$R_{.1}$	Σx_i
$R_{.2}$	Σx_i^2
$R_{.3}$	$\Sigma(x_i - x_{i+1})$
$R_{.4}$	$\Sigma(x_i - x_{i+1})^2$
$R_{.5}$	Utilisé
$R_{.6}$	x_i
$R_{.7}$	0
$R_{.8}$	0
$R_{.9}$	0

Exemple:

Pour l'ensemble des données suivantes:

{0.53, 0.52, 0.39, 0.49, 0.97, 0.29, 0.65, 0.30, 0.40, 0.06, 0.14, 0.16, 0.68 0.22, 0.68, 0.08, 0.52, 0.50, 0.63, 0.20, 0.67, 0.44, 0.64, 0.40, 0.97, 0.03, 0.73, 0.24, 0.57, 0.35}

n = 30
η = 2.81
z = –2.29.

NO	INSTRUCTIONS	DONNÉES	TOUCHES				RÉSULTATS
1	Introduire le programme						
2	Initialiser		g	CL·R	BST		0.00
3	Introduire x_1	x_1	STO	·	6	Σ+	1.00
4	Effectuer 4 pour i = 2, 3,..., n	x_i	R/S				i
5	Calcul de η et z		GTO	1	3	R/S	η
			R/S				z
6	Pour un nouveau cas, aller en 2						

INDEX

Scan Copyright ©
The Museum of HP Calculators
www.hpmuseum.org

Original content used with permission.

Thank you for supporting the Museum of HP Calculators by purchasing this Scan!

Please to not make copies of this scan or make it available on file sharing services.