

HEWLETT-PACKARD

# HP-67/HP-97

Statistik-Paket



Das hierin enthaltene Programm-Material ist mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Hewlett-Packard übernimmt infolgedessen keine Verantwortung und wird keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

## Einleitung

Die 21 Programme des Statistik-Paketes sind verschiedenen Gebieten der allgemeinen Statistik entnommen.

Das Programmpaket enthält zu jedem dieser Programme eine oder zwei Magnetkarten und ausführliche Beschreibungen im jeweiligen Abschnitt dieses Handbuchs. Dort sind neben allgemeinen Angaben zum Programm auch die verwendeten Formeln und eine Liste mit Bedienungsanweisungen angegeben, die bei der Verwendung der Programme zu beachten sind. Die Handhabung der Programme wird außerdem durch Beispiele erläutert, für die auch die Tasten angegeben sind, die für diese spezielle Rechnung zu drücken sind. In den Speicherlisten finden Sie weitere Kommentare zu der Arbeitsweise des jeweiligen Programms. Wenn Sie die Wirkungsweise der Programme anhand dieser Listen genau verfolgen, können Sie zahlreiche Erfahrungen bezüglich der Programmierung Ihres Rechners sammeln.

Auf der Vorderseite der Magnetkarten sind Symbole aufgedruckt, die als «Kurzanleitung» für die Verwendung des Programms gedacht sind. Wenn Sie sich zum ersten Mal mit einem speziellen Programm befassen, sollten Sie die Tabelle mit den Bedienungsanweisungen zur Hilfe nehmen. Im Anschluß daran werden Ihnen die Abkürzungen auf der Programmkarte genügend Informationen für die Verwendung des Programms bieten. Sie können diesen Symbolen entnehmen, welche Daten einzugeben sind, welche Programmtasten Sie drücken müssen und wie die angezeigten Ergebnisse zu interpretieren sind. Eine Zusammenstellung aller Symbole, die bei der Beschriftung der Magnetkarten verwendet werden, finden Sie im Anhang Seite 172.

Wenn Sie bereits einige Programme des mit Ihrem Rechner gelieferten Standardpaketes verwendet haben, wissen Sie, wie die Programme eingelesen werden und die Bedienungsanweisungen zu befolgen sind. Falls Sie sich aber noch nicht mit der Verwendung vorprogrammierter Magnetkarten befaßt haben, sollten Sie sich einige Minuten Zeit nehmen und die Abschnitte *Einlesen eines Programms* und *Aufbau der Bedienungsanweisungen* im Handbuch zu Ihrem Standardpaket nachlesen. Wir hoffen, daß Ihnen das Statistik-Paket ein nützliches Hilfsmittel bei Ihren täglichen Berechnungen ist und sehen gerne Ihren Kommentaren, Fragen und Vorschlägen entgegen; sie sind unsere wichtigste Quelle für die Entwicklung neuer benutzerorientierter Programme.

# Notizen



## Inhaltsverzeichnis

Einige Bemerkungen zur Verwendung der Programme .....	7
<b>Allgemeine Statistik</b>	
1. <b>Statistische Grundgrößen</b>	
Statistische Grundgrößen für zwei Variablen, unklassifizierte oder klassifizierte Daten .....	10
2. <b>Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung</b>	
Berechnet die Fakultät (erweiterter Bereich) sowie Kombinationen mit oder ohne Berücksichtigung der Anordnung .....	16
3. <b>Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis) (für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten)</b>	
Das Programm berechnet verschiedene Momente, die Schiefe und Steilheit als Maß für die Eigenschaften einer Verteilung ...	20
4. <b>Erzeugung von Zufallszahlen</b>	
Es werden bis zu 500 000 verschiedene gleichverteilte Pseudo-Zufallszahlen, normalverteilte Zufallszahlen und exponentialverteilte Zufallsziffern erzeugt .....	24
5. <b>Histogramm</b>	
Das Programm errechnet Daten für ein Histogramm mit 24 Intervallen gleicher Breite zwischen vorgegebenen Grenzen ...	30
<b>Varianzanalyse</b>	
6. <b>Einfache Varianzanalyse</b>	
Das Programm testet die beobachteten Unterschiede zwischen den Mittelwerten von k Stichproben .....	36
7. <b>Doppelte Varianzanalyse</b>	
Zerlegung der Gesamt-Variabilität einer gegebenen Datenmenge in einzelne Komponenten mit verschiedenen Einflüssen .....	42
8. <b>Einfache Kovarianzanalyse</b>	
Testen den Einfluß einer Variablen unabhängig von dem Effekt einer zweiten Variablen .....	48
<b>Verteilungsfunktionen</b>	
9. <b>Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral</b>	
Das Programm berechnet die Dichtefunktion und die Verteilungsfunktion einer standardisierten Normalverteilung sowie das invertierte Normalverteilungsintegral .....	56

## 10. Chi-Quadrat-Verteilung

Das Programm berechnet die Dichtefunktion der Chi-Quadrat-Verteilung und über eine Reihenentwicklung die Chi-Quadrat-Verteilungsfunktion ..... 60

## 11. t-Verteilung

Das Programm berechnet die Dichtefunktion der t-Verteilung und die Verteilungsfunktion, wenn  $x$  und die Anzahl der Freiheitsgrade  $v$  gegeben ist ..... 64

## 12. F-Verteilung

Das Integral der F-Verteilung wird für gegebene Werte  $x$  ( $x > 0$ ) und Anzahl der Freiheitsgrade  $v_1$  und  $v_2$  berechnet, vorausgesetzt, daß entweder  $v_1$  oder  $v_2$  geradzahlig ist ..... 68

## Kurvenanpassung

### 13. Multiple lineare Regression

Lineare Regression nach der Kleinst-Quadrate-Methode für zwei unabhängige Variablen ..... 72

### 14. Approximation von Funktionen durch Polynome

Wenn die Funktion  $f(x)$  in Form der Funktionswerte an Punkten gleichen Abstands gegeben ist, kann das Programm ein Polynom  $m$ -ten Grades ( $2 \leq m \leq 4$ ) anpassen..... 76

## Statistische Tests

### 15. t-Test

Der t-Test für gepaarte Stichproben testet die Nullhypothese  $H_0: \mu_1 = \mu_2$ . Für unabhängige Stichproben testet das Programm die Nullhypothese  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d$  ..... 82

### 16. Chi-Quadrat-Test

Der Wert der  $\chi^2$ -Testvariablen wird als Maß für die Güte der Anpassung berechnet ..... 88

### 17. Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest)

$2 \times k$ - und  $3 \times k$ -Kontingenztafeln werden zum Testen der Nullhypothese verwendet, daß die Variablen voneinander unabhängig sind ..... 92

### 18. Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient

Das Programm prüft, ob die von zwei Beobachtern vorgenommene Einteilung von Individuen in verschiedene Ränge im wesentlichen übereinstimmt ..... 100

## **Qualitätskontrolle**

### **19. Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten**

Mit Hilfe von Kontrollkarten läßt sich das Einhalten der Sollwerte regelmäßig überwachen (das Programm berücksichtigt die  $\bar{x}$ -Karte und R-Karte) ..... 104

### **20. Operations-Charakteristik**

Das Programm berechnet die Annahmewahrscheinlichkeit  $P_a$  für eine einzelne Stichprobe mit endlicher oder unendlicher Herstellungslosgröße ..... 110

## **Warteschlangen-Theorie**

### **21. Warteschlangen (eine oder mehrere Abfertigungsstellen)**

Warteschlangen-Theorie für eine endliche oder unendliche Zahl abzufertigender Kunden ..... 116

**Programmlisten** ..... 123

**Beschriftungshinweise auf Magnetkarten** ..... 172

## Notizen



## Einige Bemerkungen zur Verwendung der Programme

Die vorliegende Programmsammlung ist zusammen mit zwei verschiedenen Hewlett-Packard Rechnern verwendbar: mit dem *programmierbaren Rechner HP-97 im Attaché-Format mit eingebautem Thermodrucker* und mit dem *programmierbaren Taschenrechner HP-67*. Der wesentliche Unterschied beider Rechner besteht im eingebauten Drucker beim HP-97. Darüber hinaus unterscheiden sich beide Rechnermodelle noch in weiteren weniger wichtigen Details. Dieser Abschnitt befaßt sich mit der Auswirkung dieser Unterschiede auf die Verwendung der Programme dieses Paketes und soll Ihnen dabei helfen, den größten Nutzen aus dem Programm-Material und Ihrem Rechner zu ziehen, sei es nun ein HP-67 oder HP-97.

Die meisten Ergebnisse werden im Rahmen dieser Programmsammlung mit Hilfe eines PRINT-Befehls ausgegeben; in der Regel über eine **PRINT X**-Anweisung und gelegentlich über den Programmschritt **PRINT: STACK**. Beim HP-97 werden diese Rechenresultate vom eingebauten Thermodrucker ausgegeben. Der HP-67 interpretiert diese Druckanweisungen dagegen als Pausebefehle: das Programm hält an und das Ergebnis erscheint für ca. 5 Sekunden in der Anzeige. Anschließend setzt der HP-67 die Ausführung des Programms fort. Diese Form der Ausgabe wird allgemein als PRINT/PAUSE-Anweisung bezeichnet. Wenn Sie Besitzer eines HP-67 sind, wünschen Sie vielleicht, daß Ihnen zum Aufschreiben der Ergebnisse mehr Zeit verbleibt. Dazu genügt es, wenn Sie während der Programmpause eine beliebige Taste auf dem Tastenfeld Ihres HP-67 drücken. Wenn der soeben ausgeführte Programmschritt eine **PRINT X**-Anweisung ist (achtmaliges schnelles Blinken des Dezimalpunktes), hält das Programm nach Drücken der Taste an. Wurde dagegen ein **PRINT: STACK**-Befehl ausgeführt (zweimaliges langsames Blinken des Dezimalpunktes), verbleibt die soeben angezeigte Zahl solange in der Anzeige, wie Sie die Taste gedrückt halten; dann wird das nächste Stackregister angezeigt usw. Wenn alle vier Stackregister angezeigt worden sind, hält das Programm an, falls vorher eine Taste gedrückt worden ist. In beiden Fällen können Sie das Programm mit **R/S** zu beliebigem Zeitpunkt wieder starten.

Als Besitzer eines HP-97 sind Sie vielleicht daran interessiert, auch von den eingetasteten Werten (Ausgangsdaten) einen gedruckten Beleg zu erhalten. Dazu ist lediglich der Drucker-Wahlschalter in Stellung NORM (normal) zu schieben. Der HP-97 druckt dann sämtliche eingetasteten Zahlen und die gedrückten Programmtasten, so daß Sie eine vollständige Dokumentation des ausgeführten Programms erhalten.

Einige Programme dieses Paketes sehen einen automatischen Ausgabe-Modus für errechnete Daten vor («AUTO»-Modus), der auf der

Magnetkarte mit PRINT oder P? bezeichnet ist. Das trifft im wesentlichen für solche Programme zu, bei denen lange Listen von Resultaten anfallen, die dann im Rahmen einer PRINT/PAUSE-Anweisung automatisch ausgegeben werden. Falls Sie diese Möglichkeit nicht über die entsprechende Programmtaste wählen, der «AUTO»-Modus also «abgeschaltet» ist, hält der Rechner jeweils nach der Berechnung eines Ergebnisses an. Der «AUTO»-Modus kann sowohl beim HP-97 als auch beim HP-67 verwendet werden. Der HP-97 druckt, wenn dieser Modus «eingeschaltet» ist, automatisch sämtliche Ergebnisse aus. Beim HP-67 ist es dagegen bisweilen sinnvoller, den «AUTO»-Modus abgeschaltet zu lassen, wenn die Reihe der Resultate notiert werden soll. Weitere Unterschiede zwischen beiden Rechnermodellen können im Zusammenhang mit den Tastenfolgen auffallen, die zu den einzelnen Rechenbeispielen in dieser Programmsammlung angegeben sind. Dabei treten bisweilen Operationen auf, die Präfix-Tasten erfordern; das sind **f** beim HP-97 und **f**, **g** und **h** beim HP-67. So wird zum Beispiel die Operation  $10^x$  beim HP-97 als **f** **10<sup>x</sup>** und beim HP-67 als **g** **10<sup>x</sup>** ausgeführt. In solchen Fällen sind die entsprechenden Präfix-Tasten nicht mit aufgeführt (es heißt hier also einfach **10<sup>x</sup>**). Achten Sie beim Rechnen der Beispiele darauf, daß Sie, falls erforderlich, die entsprechende Präfix-Taste nicht vergessen.

Außerdem sind die Ergebnisse zu den Rechenbeispielen, die durch einen **PRINT x**-Befehl ausgegeben werden, durch ein nachgestelltes Drei-Sterne-Symbol (\*\*\*) gekennzeichnet.

# Notizen

# Statistische Grundgrößen

BASIC STATISTICS FOR TWO VARIABLES					STI-01A
P?	$\bar{x}, \bar{y} \rightarrow V_x, V_y$	$s_x, s_y \dots$	$s_{xy} \dots r_{xy}$	$\Sigma x_i, \dots$	
START	$x_i + y_i (\Sigma +)$	$x_k + y_k (\Sigma -)$	$x_i + \dots (\Sigma +)$	$x_k + \dots (\Sigma -)$	

Dieses Programm berechnet zu gegebenen (unklassifizierten) Daten  $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  oder zu gegebenen klassifizierten Daten  $\{(x_i, y_i, f_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  die Mittelwerte, Standardabweichungen, Kovarianz, Korrelationskoeffizient, Variationskoeffizient sowie verschiedene Summen der Produkte und Quadrate dieser Daten. Mit  $f_i$  werden die jeweiligen (absoluten) Häufigkeiten der Daten bezeichnet.

$$\text{Mittelwerte: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\text{Standardabweichung: } s_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

$$\left( \text{oder } s_x' = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n}} \right)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}}$$

$$\left( \text{oder } s_y' = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}{n}} \right)$$

$$\text{Kovarianz: } s_{xy} = \frac{1}{n-1} \left( \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i \right)$$

$$\left( \text{oder } s_{xy}' = \frac{1}{n} \left[ \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i \right] \right)$$

$$\text{Korrelationskoeffizient: } r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

$$\text{Variationskoeffizient: } V_x = \frac{s_x}{\bar{x}} 100, \quad V_y = \frac{s_y}{\bar{y}} 100$$

## Anmerkung:

$n$  ist positiv, ganzzahlig und  $n > 1$ .



Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		f a	1.00
4	Gehen Sie für klassifizierte Daten nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie für unklassifizierte Daten die		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeilen 6–7 für $i=1, 2, \dots, k, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie ein: $x_i$	$x_i$	↑ <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	B <input type="text"/>	i
7	Falls Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k$ einen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Fehler gemacht haben, ist wie folgt zu		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	korrigieren:	$x_k$	↑ <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	C <input type="text"/>	$i-1$
8	Führen Sie für klassifizierte Daten die Zeilen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	9–10 für $i=1, 2, \dots, k, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
9	Geben Sie ein: $x_i$	$x_i$	↑ <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	↑ <input type="text"/>	$y_i$
	$f_i$	$f_i$	D <input type="text"/>	$\Sigma f_i$
10	Falls Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k, f_k$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einen Fehler gemacht haben, ist wie folgt zu		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	korrigieren:	$x_k$	↑ <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	↑ <input type="text"/>	$y_k$
		$f_k$	E <input type="text"/>	$\Sigma f_i - f_k$
11	Berechnung der Mittelwerte: $\bar{x}$		f b	$\bar{x}$
	$\bar{y}$		R/S <input type="text"/>	$\bar{y}$
12	Berechnung der Variationskoeffizienten: $V_x$		f b	$V_x$
	$V_y$		R/S <input type="text"/>	$V_y$
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
13	Berechnung der Standardabweichungen $s_x$		f c	$s_x$
	$s_y$		R/S <input type="text"/>	$s_y$
	$s_x'$		f c	$s_x'$
	$s_y'$		R/S <input type="text"/>	$s_y'$
14	Berechnung der Kovarianz: $s_{xy}$		f d	$s_{xy}$
	$s_{xy}'$		R/S <input type="text"/>	$s_{xy}'$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
15	Berechnung des Korrelationskoeffizienten $r_{xy}$		<input type="button" value="f"/> <input type="button" value="d"/>	$r_{xy}$
16	Berechnung der Summen: $\Sigma x_i$		<input type="button" value="f"/> <input type="button" value="e"/>	$\Sigma x_i$
	$\Sigma y_i$		<input type="button" value="R/S"/> <input type="button" value=""/>	$\Sigma y_i$
	$\Sigma x_i y_i$		<input type="button" value="R/S"/> <input type="button" value=""/>	$\Sigma x_i y_i$
17	Berechnung der Quadratsummen: $\Sigma x_i^2$		<input type="button" value="f"/> <input type="button" value="e"/>	$\Sigma x_i^2$
	$\Sigma y_i^2$		<input type="button" value="R/S"/> <input type="button" value=""/>	$\Sigma y_i^2$
	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="button" value=""/> <input type="button" value=""/>	
	Zeile 2.		<input type="button" value=""/> <input type="button" value=""/>	
			<input type="button" value=""/> <input type="button" value=""/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="button" value=""/> <input type="button" value=""/>	
	auszuschalten, drücken Sie		<input type="button" value="CLF"/> <input type="button" value="0"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie zu den folgenden Daten die Mittelwerte, Standardabweichungen, Kovarianz, Korrelationskoeffizient, Variationskoeffizienten sowie die verschiedenen Summen.

$x_i$	26	30	44	50	62	68	74
$y_i$	92	85	78	81	54	51	40

**Drücken Sie****A****Anzeige/Ausdruck**

0.00 \*\*\*

**f** **a**

1.00 \*\*\*

26 **ENTER** 92 **B**

26.00 \*\*\*

 $(x_1)$ 

92.00 \*\*\*

 $(y_1)$ 

1.00 \*\*\*

 $(i = 1)$ 100 **ENTER** 100 **B**

100.00 \*\*\*

 $(x_2)$  (Fehler)

100.00 \*\*\*

 $(y_2)$ 

2.00 \*\*\*

 $(i = 2)$ 100 **ENTER** 100 **C**

100.00 \*\*\*

 $(x_2)$  (Berichtig.)

100.00 \*\*\*

 $(y_2)$ 

1.00 \*\*\*

 $(i = 1)$ 30 **ENTER** 85 **B**

30.00 \*\*\*

 $(x_2)$ 

85.00 \*\*\*

 $(y_2)$ 

2.00 \*\*\*

 $(i = 2)$ 44 **ENTER** 78 **B**

44.00 \*\*\*

 $(x_3)$ 

78.00 \*\*\*

 $(y_3)$ 

3.00 \*\*\*

 $(i = 3)$ 50 **ENTER** 81 **B**

50.00 \*\*\*

 $(x_4)$ 

81.00 \*\*\*

 $(y_4)$ 

4.00 \*\*\*

 $(i = 4)$

62	ENTER↑	54	B	→	62.00 ***	(x <sub>5</sub> )
					54.00 ***	(y <sub>5</sub> )
					5.00 ***	(i = 5)
68	ENTER↑	51	B	→	68.00 ***	(x <sub>6</sub> )
					51.00 ***	(y <sub>6</sub> )
					6.00 ***	(i = 6)
74	ENTER↑	40	B	→	74.00 ***	(x <sub>7</sub> )
					40.00 ***	(y <sub>7</sub> )
					7.00 ***	(i = 7)
f	b			→	50.57 ***	( $\bar{x}$ )
R/S				→	68.71 ***	( $\bar{y}$ )
f	b			→	36.58 ***	(V <sub>x</sub> )
R/S				→	29.10 ***	(V <sub>y</sub> )
f	c			→	18.50 ***	(s <sub>x</sub> )
R/S				→	20.00 ***	(s <sub>y</sub> )
f	c			→	17.13 ***	(s <sub>x</sub> ')
R/S				→	18.51 ***	(s <sub>y</sub> ')
f	d			→	-354.14 ***	(s <sub>xy</sub> )
R/S				→	-303.55 ***	(s <sub>xy</sub> ')
f	d			→	-0.96 ***	(r <sub>xy</sub> )
f	e			→	354.00 ***	( $\sum x_i$ )
R/S				→	481.00 ***	( $\sum y_i$ )
R/S				→	22200.00 ***	( $\sum x_i y_i$ )
f	e			→	19956.00 ***	( $\sum x_i^2$ )
R/S				→	35451.00 ***	( $\sum y_i^2$ )

**Beispiel 2:**

Berechnen Sie die verschiedenen statistischen Größen für die folgenden klassifizierten Daten:

x <sub>i</sub>	4,8	5,2	3,8	4,4	4,1
y <sub>i</sub>	15,1	11,5	14,3	13,6	12,8
f <sub>i</sub>	1	3	1	6	2

Drücken Sie

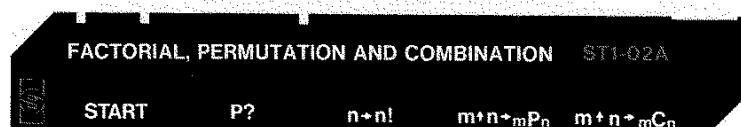
A				Anzeige/Ausdruck	0.00 ***	
f	a				1.00 ***	
4.8	ENTER↑	15.1	ENTER↑	1	D	→
					4.80 ***	(x <sub>1</sub> )
					15.10 ***	(y <sub>1</sub> )
					1.00 ***	(f <sub>1</sub> )
					1.00 ***	( $\sum f_1$ )
5.2	ENTER↑	11.5	ENTER↑	3	D	→
					5.20 ***	(x <sub>2</sub> )
					11.50 ***	(y <sub>2</sub> )
					3.00 ***	(f <sub>2</sub> )
					4.00 ***	( $\sum f_2$ )

10	ENTER↑	10	ENTER↑	4	D	→	10.00 ***	( $x_3$ ) (Fehler)
							10.00 ***	( $y_3$ )
							4.00 ***	( $f_3$ )
							8.00 ***	( $\Sigma f_3$ )
10	ENTER↑	10	ENTER↑	4	E	→	10.00 ***	( $x_3$ ) (Berichtigung)
							10.00 ***	( $y_3$ )
							4.00 ***	( $f_3$ )
							4.00 ***	( $\Sigma f_2$ )
3.8	ENTER↑	14.3	ENTER↑	1	D	→	3.80 ***	( $x_3$ )
							14.30 ***	( $y_3$ )
							1.00 ***	( $f_3$ )
							5.00 ***	( $\Sigma f_3$ )
4.4	ENTER↑	13.6	ENTER↑	6	D	→	4.40 ***	( $x_4$ )
							13.60 ***	( $y_4$ )
							6.00 ***	( $f_4$ )
							11.00 ***	( $\Sigma f_4$ )
4.1	ENTER↑	12.8	ENTER↑	2	D	→	4.10 ***	( $x_5$ )
							12.80 ***	( $y_5$ )
							2.00 ***	( $f_5$ )
							13.00 ***	( $\Sigma f_5$ )
f	b					→	4.52 ***	( $\bar{x}$ )
R/S						→	13.16 ***	( $\bar{y}$ )
f	b					→	9.93 ***	( $V_x$ )
R/S						→	8.42 ***	( $V_y$ )
f	c					→	0.45 ***	( $s_x$ )
R/S						→	1.11 ***	( $s_y$ )
f	c					→	0.43 ***	( $s_x'$ )
R/S						→	1.07 ***	( $s_y'$ )
f	d					→	-0.31 ***	( $s_{xy}$ )
R/S						→	-0.28 ***	( $s_{xy}'$ )
f	d					→	-0.62 ***	( $r_{xy}$ )
f	e					→	58.80 ***	( $\Sigma x_i$ )
R/S						→	171.10 ***	( $\Sigma y_i$ )
R/S						→	770.22 ***	( $\Sigma x_i y_i$ )
f	e					→	268.38 ***	( $\Sigma x_i^2$ )
R/S						→	2266.69 ***	( $\Sigma y_i^2$ )



## Notizen

## Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung



Dieses Programm berechnet die Fakultät (wobei  $n$  größer als 69 sein darf) sowie Kombinationen ohne Wiederholung mit und ohne Berücksichtigung der Anordnung.

Kombinationen ohne Wiederholung mit bzw. ohne Berücksichtigung der Anordnung (engl.: Permutation bzw. Combination) werden mit Hilfe der Fakultät berechnet; dieses Programm verzichtet aber auf die Verwendung der  $[N!]$ -Taste des Rechners, so daß ein erweiterter Bereich und eine höhere Genauigkeit erreicht wird.

### Verwendete Formeln:

Fakultät:  $n! = n(n-1)(n-2)\dots 2 \times 1$

Kombination ohne Wiederholung mit Berücksichtigung der Anordnung:

$${}_mP_n = \frac{m!}{(m-n)!} = m(m-1)\dots(m-n+1)$$

Kombination ohne Wiederholung ohne Berücksichtigung der Anordnung (Binomialkoeffizient):

$${}_mC_n = \frac{m!}{(m-n)!n!} = \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{1 \times 2 \times \dots \times n}$$

wobei  $m, n$  ganzzahlig und  $0 \leq n \leq m$ .

### Anmerkungen:

1.  ${}_mP_0 = 1$ ,  ${}_mP_1 = m$ ,  ${}_mP_m = m!$ ; daher sollte  $n!$  für große  $m$  verwendet werden.
2.  ${}_mC_0 = {}_mC_m = 1$
3.  ${}_mC_1 = {}_mC_{m-1} = m$
4.  ${}_mC_n = {}_mC_{m-n}$
5. Wenn  $n!$  für  $n > 69$  berechnet wird, nimmt die Genauigkeit ab, da die Berechnung über den Logarithmus erfolgt:  

$$n! = \log^{-1} [\log(n) + \log[(n-1)!]]$$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie nach Zeile 5, 6 oder 7		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Berechnen Sie $n!$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	falls $n \leq 69$	n	C <input type="text"/>	$n!$
	falls $n > 69$	n	A <input type="text"/>	n
			R/S <input type="text"/>	Exponent von 10
			R/S <input type="text"/>	Mantisse
6	Berechnen Sie ${}_mP_n$	m	$\uparrow$ <input type="text"/>	
		n	D <input type="text"/>	${}_mP_n$
7	Berechnen Sie ${}_mC_n$	m	$\uparrow$ <input type="text"/>	
		n	E <input type="text"/>	${}_mC_n$
	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF 0	

**Beispiele:**

- $5! = 120$
- $69! = 1,711224524 \times 10^{98}$
- $70! = 1,197857069 \times 10^{100}$
- $100! = 9,332622518 \times 10^{157}$
- ${}_{27}P_5 = 9687600,00$
- ${}_{73}C_4 = 1088430,00$

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
<b>A</b> →	0.00
<b>B</b> →	1.00
5 <b>C</b> →	5.00 ***
	120.00 *** (5!)
69 <b>C</b> →	69.00 ***
	1.711224524+98 *** (69!)
70 <b>C</b> →	70.00 ***
	100.00 *** (10 <sup>100</sup> )
	1.197857069 *** (Mantisse)
100 <b>C</b> →	100.00 ***
	157.00 *** (10 <sup>157</sup> )
	9.332622518 *** (Mantisse)
27 <b>ENTER</b> 5 <b>D</b> →	27.00 ***
	5.00 ***
	9687600.00 *** (27P <sub>5</sub> )
73 <b>ENTER</b> 4 <b>E</b> →	73.00 ***
	4.00 ***
	1088430.00 *** (73C <sub>4</sub> )



## Notizen

## Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis)

(für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten)

MOMENTS, SKEWNESS AND KURTOSIS					ST1-03A
P?	$\bar{x}$	$m_2, m_3, m_4$	$\gamma_1, \gamma_2$		
START	$x_j(\Sigma+)$	$x_k(\Sigma-)$	$y_j + f_j(\Sigma+)$	$y_h + f_h(\Sigma-)$	

Das Programm berechnet verschiedene Momente zur Beschreibung einer gegebenen Datenmenge. Außerdem wird die Schiefe als Maß für die Asymmetrie einer Verteilung und die Steilheit als Maß für die relative Amplitude der Dichtefunktion berechnet. Für eine gegebene Datenmenge  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  gilt:

1. Erstes (gewöhnliches) Moment  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
2. Zweites (zentrales) Moment  $m_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2$
3. Drittes (zentrales) Moment  $m_3 = \frac{1}{n} \sum x_i^3 - \frac{3}{n} \bar{x} \sum x_i^2 + 2\bar{x}^3$
4. Viertes (zentrales) Moment  $m_4 = \frac{1}{n} \sum x_i^4 - \frac{4}{n} \bar{x} \sum x_i^3 + \frac{6}{n} \bar{x}^2 \sum x_i^2 - 3\bar{x}^4$

Schiefe:  $\gamma_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$

Steilheit (Kurtosis):  $\gamma_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$

Das Programm ermöglicht auch die Berechnung dieser Maßzahlen für klassifizierte Daten (indem ähnliche Formeln wie die für nicht klassifizierte Daten verwendet werden):

Daten	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_m$
Häufigkeit	$f_1$	$f_2$	$\dots$	$f_m$

In diesem Fall gilt für das erste Moment:  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

### Literatur:

*Theory and Problems of Statistics*, M. R. Spiegel, Schaum's Outline, McGraw-Hill, 1961.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/> f a	1.00
4	Gehen Sie für klassifizierte Daten nach Zeile 12.		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie für unklassifizierte Daten die Zeilen 6–7 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus.		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_i$ eingeben	$x_i$	B <input type="text"/>	i
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$x_k$	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> C <input type="text"/>	$i-1$
8	Berechnen Sie $\bar{x}$		f b	$\bar{x}$
9	Berechnen Sie $m_2$		f c	$m_2$
	$m_3$		R/S <input type="text"/>	$m_3$
	$m_4$		R/S <input type="text"/>	$m_4$
10	Berechnen Sie $\gamma_1$		f d	$\gamma_1$
	$\gamma_2$		R/S <input type="text"/>	$\gamma_2$
11	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Führen Sie für klassifizierte Daten die Zeilen 13–14 für $j = 1, 2, \dots, m$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
13	$y_j$ eingeben		↑ <input type="text"/>	$y_i$
	$f_j$ eingeben		D <input type="text"/>	j
14	Wenn Sie bei der Eingabe von $y_h$ oder $f_h$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$y_h$ $f_h$	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> ↑ <input type="text"/> E <input type="text"/>	$y_h$ $j-1$
15	Gehen Sie nach Zeile 8.		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/> CLF 0	

**Beispiele:**

## 1. Nicht klassifizierte Daten

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_i$	2,1	3,5	4,2	6,5	4,1	3,6	5,3	3,7	4,9

$$\bar{x} = 4,21, m_2 = 1,39, m_3 = 0,39, m_4 = 5,49$$

$$\gamma_1 = 0,24, \gamma_2 = 2,84$$

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b>	→	0.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b>	→	1.00 ***	
2.1 <b>B</b>	→	2.10 ***	( $x_1$ )
		1.00 ***	( $i = 1$ )
4 <b>B</b>	→	4.00 ***	( $x_2$ ) (Fehler)
		2.00 ***	
4 <b>C</b>	→	4.00 ***	( $x_2$ ) (Berichtig.)
		1.00 ***	
3.5 <b>B</b>	→	3.50 ***	( $x_2$ )
		2.00 ***	
4.2 <b>B</b>	→	4.20 ***	( $x_3$ )
		3.00 ***	
6.5 <b>B</b>	→	6.50 ***	( $x_4$ )
		4.00 ***	
4.1 <b>B</b>	→	4.10 ***	( $x_5$ )
		5.00 ***	
3.6 <b>B</b>	→	3.60 ***	( $x_6$ )
		6.00 ***	
5.3 <b>B</b>	→	5.30 ***	( $x_7$ )
		7.00 ***	
3.7 <b>B</b>	→	3.70 ***	( $x_8$ )
		8.00 ***	
4.9 <b>B</b>	→	4.90 ***	( $x_9$ )
		9.00 ***	
<b>f</b> <b>b</b>	→	4.21 ***	( $\bar{x}$ )
<b>f</b> <b>c</b>	→	1.39 ***	( $m_2$ )
<b>R/S</b>	→	0.39 ***	( $m_3$ )
<b>R/S</b>	→	5.49 ***	( $m_4$ )
<b>f</b> <b>d</b>	→	0.24 ***	( $\gamma_1$ )
<b>R/S</b>	→	2.84 ***	( $\gamma_2$ )

## 2. Klassifizierte Daten

j	1	2	3	4	5
$y_j$	3	2	4	6	1
$f_j$	4	5	3	2	1

$$\bar{x} = 3,13, m_2 = 1,98, m_3 = 2,14, m_4 = 11,05$$

$$\gamma_1 = 0,77, \gamma_2 = 2,81$$

Drücken Sie

Anzeige/Ausdruck

<b>A</b>	→	0.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b>	→	1.00 ***	
3 <b>ENTER</b> 4 <b>D</b>	→	3.00 ***	( $y_1$ )
		4.00 ***	( $f_1$ )
		1.00 ***	
2 <b>ENTER</b> 5 <b>D</b>	→	2.00 ***	( $y_2$ )
		5.00 ***	( $f_2$ )
		2.00 ***	
5 <b>ENTER</b> 5 <b>D</b>	→	5.00 ***	( $y_3$ ) (Fehler)
		5.00 ***	( $f_3$ )
		3.00 ***	
5 <b>ENTER</b> 5 <b>E</b>	→	5.00 ***	( $y_3$ ) (Berichtig.)
		5.00 ***	( $f_3$ )
		2.00 ***	
4 <b>ENTER</b> 3 <b>D</b>	→	4.00 ***	( $y_3$ )
		3.00 ***	( $f_3$ )
		3.00 ***	
6 <b>ENTER</b> 2 <b>D</b>	→	6.00 ***	( $y_4$ )
		2.00 ***	( $f_4$ )
		4.00 ***	
1 <b>ENTER</b> 1 <b>D</b>	→	1.00 ***	( $y_5$ )
		1.00 ***	( $f_5$ )
		5.00 ***	
<b>f</b> <b>b</b>	→	3.13 ***	( $\bar{x}$ )
<b>f</b> <b>c</b>	→	1.98 ***	( $m_2$ )
<b>R/S</b>	→	2.14 ***	( $m_3$ )
<b>R/S</b>	→	11.05 ***	( $m_4$ )
<b>f</b> <b>d</b>	→	0.77 ***	( $\gamma_1$ )
<b>R/S</b>	→	2.81 ***	( $\gamma_2$ )

## Erzeugung von Zufallszahlen



Für Zufallszahlen gibt es in der Praxis zahlreiche Anwendungen; sie werden für Simulationen, zur Erzeugung von Stichprobenwerten, für die Computer-Programmierung, numerische Lösungsverfahren und für Spiele verwendet.

Dieses Programm erzeugt (1) gleichförmig verteilte Zufallszahlen, (2) gleichförmig verteilte ganze Zahlen, (3) normalverteilte Zufallszahlen, (4) exponentialverteilte Zufallszahlen und (5) Mittelwert, Standardabweichung und laufende Nummer der erzeugten Pseudo-Zufallszahlen.

Zufallszahlengenerator:  $Z_{i+1} = \text{FRC}(997 z_i) \quad i = 0, 1, 2, \dots$

FRC  $\hat{=}$  Dezimalteil

$z_0 = 0,5284163$

### Verwendete Formeln:

1. Gleichförmig verteilte Pseudo-Zufallszahlen  $u_i$  im Bereich  $a < u_i < b$ . Das Programm errechnet die Zufallszahlen nach der folgenden multiplikativen Rekursionsformel:

$$u_{i+1} = (b - a) \times \text{Dezimalteil von } (997 z_i) + a = (b - a) z_{i+1} + a$$

wobei  $i = 0, 1, 2, \dots$

$$z_0 = 0,5284163$$

Die Periode der solchermaßen erzeugten Zahlenfolge beträgt 500000 (d.h. es werden 500000 verschiedene Pseudo-Zufallszahlen erzeugt, bevor sich ein Wert wiederholt). Die geringerwertigen Ziffern (rechts) sind «weniger zufällig» verteilt als die höherwertigen (unmittelbar hinter dem Dezimalpunkt). Werden also Zufallsziffern benötigt, so sollten sie von dem höherwertigen Teil der Pseudo-Zufallszahlen bestimmt werden. Dieser Zufallszahlen-Generator besteht den Chi-Quadrat-Test und weitere statistischen Prüfverfahren zur Untersuchung der Gleichverteilung.

Wenn eine andere Zahlenfolge gewünscht wird, kann ein anderer Anfangswert  $z_0$  (mit  $0 < z_0 < 1$ ) gewählt werden. Dazu sind einige Programmschritte (die den Startwert unter **LBL 0** abspeichern) abzuändern. Wenn  $z_0 \times 10^7$  nicht durch 2 oder 5 teilbar ist, hat die Periode eine Länge von 500 000. Bevor Sie den auf diese Weise abgeänderten Zufallszahlen-Generator verwenden, sollten die erzeugten Werte mit statistischen Testverfahren überprüft werden.

2. Gleichförmig verteilte Zufallsziffern  $d_i$  im Bereich  $1 \leq d_i \leq k$ .

Angenommen,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) ist eine Folge von gleichförmig verteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Dann gilt:

$$d_i = 1 + \text{ganzzahliger Anteil von } (kz_i)$$

3. Normalverteilte Pseudo-Zufallszahlen  $n_i$  zu gegebenen Werten für Mittelwert  $m$  und Standardabweichung  $\sigma$ .

Angenommen,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) ist eine Folge von gleichförmig verteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Es sei:

$$V_1 = (2z_i - 1) \quad V_2 = (2z_{i+1} - 1) \\ S = V_1^2 + V_2^2 \quad (i = 1, 2, \dots)$$

Falls  $S \geq 1$ , sind die beiden gleichverteilten Werte  $u_i$  und  $u_{i+1}$  durch die nächsten beiden Zufallszahlen der Folge zu ersetzen. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis  $S < 1$ . Anschließend werden die beiden normalverteilten Pseudo-Zufallszahlen nach folgenden Gleichungen berechnet:

$$n_i = \sigma V_1 \sqrt{\frac{-2 \ln S}{S}} + m$$

$$n_{i+1} = \sigma V_2 \sqrt{\frac{-2 \ln S}{S}} + m$$

4. Exponentialverteilte Pseudo-Zufallszahlen  $e_i$  mit dem Mittelwert  $\mu$ . Angenommen,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) ist eine Folge von gleichförmig verteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Dann gilt:

$$e_i = -\mu \ln z_i$$

5. Der Mittelwert  $\bar{x}$ , die Standardabweichung  $s$  und die laufende Nummer  $n$  der erzeugten Pseudo-Zufallszahlen  $x_i$  werden nach folgenden Formeln berechnet:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

wobei  $x_i$  eine der Größen  $u_i$ ,  $d_i$ ,  $n_i$  oder  $e_i$  ist.

#### Literatur:

Donald E. Knuth, *The Art of Computer Programming*, Vol. 2, Addison-Wesley, 1971.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Gehen Sie für gleichverteilte Zufallsziffern		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 6, für normalverteilte Zufallszahlen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 9 oder für exponentialverteilte		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zufallszahlen nach Zeile 12		<input type="text"/> <input type="text"/>	
3	Geben Sie die Intervallgrenzen für die		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Erzeugung von gleichförmig verteilten		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zufallszahlen ein.	a	<input type="text"/> <input type="text"/>	a
		b	<input type="text"/> <input type="text"/>	b
4	Führen Sie Zeile 4 für $i = 1, 2, \dots$ aus.		<input type="text"/> <input type="text"/>	$u_i$
5	Gehen Sie für $\bar{x}$ , s und n nach Zeile 14		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie den maximal erwünschten ganz-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	zahligen Wert ein	k	<input type="text"/> <input type="text"/>	k
7	Führen Sie Zeile 7 für $i = 1, 2, \dots$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	$d_i$
8	Gehen Sie für $\bar{x}$ , s und n nach Zeile 14		<input type="text"/> <input type="text"/>	
9	Geben Sie für normalverteilte Zufallszahlen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	den Mittelwert und die Standardabweichung		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	ein	m	<input type="text"/> <input type="text"/>	m
		$\sigma$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$\sigma$
10	Führen Sie Zeile 10 für $i = 1, 2, \dots$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	$n_i$
11	Gehen Sie für $\bar{x}$ , s und n nach Zeile 14		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie für exponentialverteilte Zufalls-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	zahlen den Mittelwert ein.	$\mu$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$\mu$
13	Führen Sie Zeile 13 für $i = 1, 2, \dots$ aus.		<input type="text"/> <input type="text"/>	$e_i$
14	Auf Wunsch: Berechnen Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	den Mittelwert		<input type="text"/> <input type="text"/>	$\bar{x}$
	die Standardabweichung		<input type="text"/> <input type="text"/>	s
	die laufende Nummer (Zähler)		<input type="text"/> <input type="text"/>	n
15	Gehen Sie zur Fortsetzung der Berechnung		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 4, 7, 10 oder 13		<input type="text"/> <input type="text"/>	
16	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	



**Beispiel 1:**

Erzeugen Sie eine Folge von gleichförmig verteilten Pseudo-Zufallszahlen zwischen 0 und 1.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
0 <b>ENTER</b> 1 <b>f</b> <b>a</b>	0.00 ***	(a)
	1.00 ***	(b)
<b>A</b>	0.83 ***	(u <sub>1</sub> )
<b>A</b>	0.56 ***	(u <sub>2</sub> )
<b>A</b>	0.27 ***	.
<b>A</b>	0.04 ***	.
<b>A</b>	0.20 ***	.
<b>A</b>	0.75 ***	.
<b>A</b>	0.83 ***	.
<b>A</b>	0.95 ***	.
<b>E</b>	0.55 ***	(Mittelwert $\bar{x}$ )
<b>R/S</b>	0.34 ***	(Standardabw. 5)
<b>R/S</b>	8.00 ***	(Zähler n)
<b>A</b>	0.68 ***	
<b>A</b>	0.63 ***	
<b>A</b>	0.22 ***	
	usw.	

**Beispiel 2:**

Simulieren Sie mit dem Zufallszahlen-Generator das fortgesetzte Werfen eines Würfels.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
6 <b>f</b> <b>b</b>	6.00 ***	(k)
<b>B</b>	5.00 ***	(d <sub>1</sub> )
<b>B</b>	4.00 ***	(d <sub>2</sub> )
<b>B</b>	2.00 ***	.
<b>B</b>	1.00 ***	.
<b>B</b>	2.00 ***	.
<b>B</b>	5.00 ***	.
	usw.	

**Beispiel 3:**

Ein Lehrer möchte es sich bei der Notengebung leicht machen und entschließt sich, die Noten zufällig und ohne Bevorzugung einzelner Schüler zu verteilen. Die Noten sollen um einen Mittelwert von 75 normalverteilt sein, wobei die Standardabweichung 10 betragen soll. Wie kann der Zufallszahlen-Generator für diesen Zweck verwendet werden?

Drücken Sie

75 **ENTER** 10 **f** **C**

Anzeige/Ausdruck

→	<b>75.00 ***</b>	(m)
	<b>10.00 ***</b>	(σ)
<b>C</b> →	<b>87.42 ***</b>	(n <sub>1</sub> )
<b>C</b> →	<b>77.17 ***</b>	(n <sub>2</sub> )
<b>C</b> →	<b>67.44 ***</b>	.
<b>C</b> →	<b>81.23 ***</b>	.
<b>C</b> →	<b>89.91 ***</b>	.
<b>C</b> →	<b>85.32 ***</b>	.

usw.

**Beispiel 4:**

Eine radioaktive Substanz sendet Alpha-Teilchen aus. Im Durchschnitt erfolgt dabei alle fünf Sekunden die Aussendung eines Teilchens. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Emissionen ist exponentialverteilt, wobei der Mittelwert 5 beträgt. Erzeugen Sie jetzt mit Hilfe dieses Programms eine Folge von Pseudo-Zufallszahlen, die als Meßwerte für die Zeit zwischen aufeinanderfolgenden Emissionen eines Alpha-Teilchens angesehen werden können.

Drücken Sie

5 **f** **d**

Anzeige/Ausdruck

→	<b>5.00 ***</b>	(μ)
<b>D</b> →	<b>0.93 ***</b>	(e <sub>1</sub> )
<b>D</b> →	<b>2.92 ***</b>	(e <sub>2</sub> )
<b>D</b> →	<b>6.49 ***</b>	.
<b>D</b> →	<b>15.93 ***</b>	.
<b>D</b> →	<b>8.14 ***</b>	.
<b>D</b> →	<b>1.44 ***</b>	.

usw.

## Notizen

## Histogramm



Tabellarisch angeordnete Daten und Ergebnisse mancher Rechnungen lassen sich sehr übersichtlich und zweckmäßig in Form eines Histogramms (siehe folgende Abbildung) darstellen. Ein bestimmter Trend sowie herausragende Werte fallen bei der Betrachtung eines solchen Histogramms besonders deutlich auf.

## Histogramm

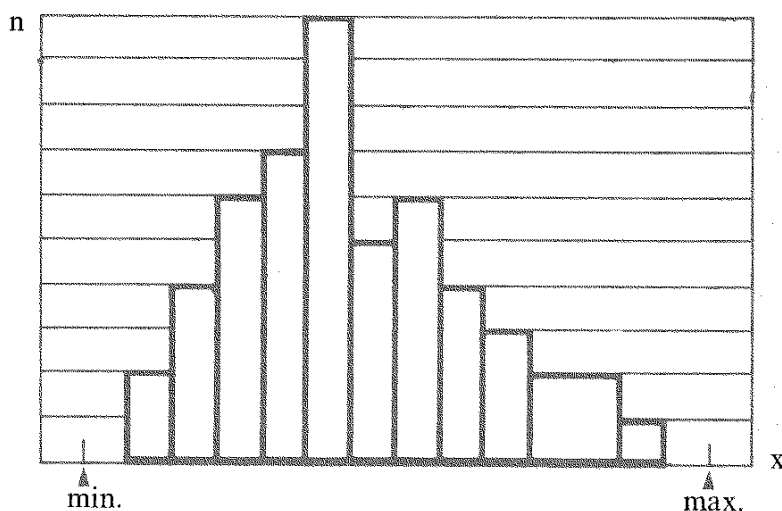


Abb. 1

Das Programm sortiert die eingegebenen Daten nach 24 Intervallen gleicher Breite, die innerhalb einer vorgegebenen unteren und oberen Grenze liegen.

Anschließend «erhöht» das Programm die Höhe desjenigen Kästchens um «1», in dessen Intervall der eingegebene Wert fällt. Dieses Verfahren wird für alle  $x$ -Werte – d.h. für sämtliche Ausgangsdaten – wiederholt. Wenn Sie nach Eingabe aller Daten **f** **b** drücken, gibt das Programm die Gesamtzahl der Eingabedaten, den Mittelwert und die Standardabweichung aus. Das Histogramm wird mit **f** **a** aufgelistet; der Rechner gibt die Anzahl der Eingabewerte an, die in das jeweilige «Kästchen» (d.h. Intervall) fallen.

Die Zähler für die 24 Intervalle sind in den Registern  $R_1$  bis  $R_9$  gespeichert; dabei belegen jeweils drei Intervalle gemeinsam ein Register. Fehlerhaft eingegebene Werte können jederzeit entfernt werden, indem dieser Wert erneut eingetastet und dann **E** gedrückt wird. Lag der Wert außerhalb der zu Beginn eingegebenen Grenzen, zeigt der Rechner «Error» an und das Programm ist erneut zu starten.

Zu Beginn sind die Grenzwerte für das Histogramm vorzugeben. Dies ist in der Regel der kleinste erwartete Wert und der größte in den Ausgangsdaten vorkommende Wert.

### Verwendete Formeln:

Für das Histogramm: Mittelwert =  $\frac{\sum x_i}{n}$

Standardabweichung =  $\sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$

$$y_i = 1 + \text{Int} \left[ 24 \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right]$$

wobei:

$y_i$  = Intervall-Nummer

$x_i$  = eingegebener Wert

$x_{\min}$  = untere Grenze für das Histogramm

$x_{\max}$  = obere Grenze für das Histogramm

Int = ganzzahliger Anteil (entspricht der Tastenfunktion **INT**)

### Anmerkungen:

Da jedem Intervall beim Abspeichern nur drei Stellen zur Verfügung stehen, findet ein Überlauf zum benachbarten Intervall statt, wenn mehr als 999 Werte in eines dieser «Fächer» fallen.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	NORM-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie ein: unteren Grenzwert	$x_{\min}$	$\uparrow$ <input type="text"/>	$-x_{\min}$
	oberen Grenzwert	$x_{\max}$	C <input type="text"/>	$x_{\max}$
5	Führen Sie die Zeilen 6–7 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_i$ eingeben	$x_i$	D <input type="text"/>	i
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_k$	E <input type="text"/>	$i-1$
8	Histogramm auflisten		f a	Liste
9	n, $\bar{x}$ und s ausgeben		f b	n
			R/S <input type="text"/>	$\bar{x}$
			R/S <input type="text"/>	s
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		CLF 0	

**Beispiel:**

Stellen Sie die folgenden Daten in Form eines Histogramms dar. Verwenden Sie als Grenzen  $x_{\min} = 0$  und  $x_{\max} = 24$ .

(18,1, 14,3, 8,4, 0,7, 20,2, 14, 17,2, 24, 8,8, 5,7, 13,2, 22,1, 15,7, 18,9, 23)

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

A	→	0.00 ***	
B	→	1.00 ***	
0 ENTER $\uparrow$ 24 C	→	0.00 ***	( $x_{\min}$ )
		24.00 ***	( $x_{\max}$ )
18.1 D	→	18.10 ***	
		1. ***	
14.3 D	→	14.30 ***	
		2. ***	
8.4 D	→	8.40 ***	
		3. ***	

0.7 <b>D</b>	→	0.70 ***
		4. ***
9.9 <b>D</b>	→	9.90 ***
		5. ***
9.9. <b>E</b>	→	9.90 ***
		4. ***
20.2 <b>D</b>	→	20.20 ***
		5. ***
14 <b>D</b>	→	14.00 ***
		6. ***
17.2 <b>D</b>	→	17.20 ***
		7. ***
24 <b>D</b>	→	24.00 ***
		8. ***
8.8 <b>D</b>	→	8.80 ***
		9. ***
5.7 <b>D</b>	→	5.70 ***
		10. ***
13.2 <b>D</b>	→	13.20 ***
		11. ***
22.1 <b>D</b>	→	22.10 ***
		12. ***
15.7 <b>D</b>	→	15.70 ***
		13. ***
18.9 <b>D</b>	→	18.90 ***
		14. ***
23 <b>D</b>	→	23.00 ***
		15. ***
<b>f</b> <b>b</b>	→	15.00 ***
<b>R/S</b>	→	14.95 ***
<b>R/S</b>	→	6.71 ***
<b>f</b> <b>a</b>	→	0.00 ***
		1.00 ***
		1. ***
		1.00 ***
		2.00 ***
		0. ***
		2.00 ***
		3.00 ***
		0. ***
		3.00 ***
		4.00 ***
		0. ***
		4.00 ***
		5.00 ***
		0. ***

(Fehler)

(Berichtigung)

(n)

 $(\bar{x})$ 

(s)

Intervallgrenzen

5.00 \*\*\*  
6.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
6.00 \*\*\*  
7.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
7.00 \*\*\*  
8.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
8.00 \*\*\*  
9.00 \*\*\*  
2. \*\*\*  
9.00 \*\*\*  
10.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
10.00 \*\*\*  
11.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
11.00 \*\*\*  
12.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
12.00 \*\*\*  
13.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
13.00 \*\*\*  
14.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
14.00 \*\*\*  
15.00 \*\*\*  
2. \*\*\*  
15.00 \*\*\*  
16.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
16.00 \*\*\*  
17.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
17.00 \*\*\*  
18.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
18.00 \*\*\*  
19.00 \*\*\*  
2. \*\*\*  
19.00 \*\*\*  
20.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
20.00 \*\*\*



21.00 \*\*\*  
 1. \*\*\*  
 21.00 \*\*\*  
 22.00 \*\*\*  
 0. \*\*\*  
 22.00 \*\*\*  
 23.00 \*\*\*  
 1. \*\*\*  
 23.00 \*\*\*  
 24.00 \*\*\*  
 2. \*\*\*

### Histogramm

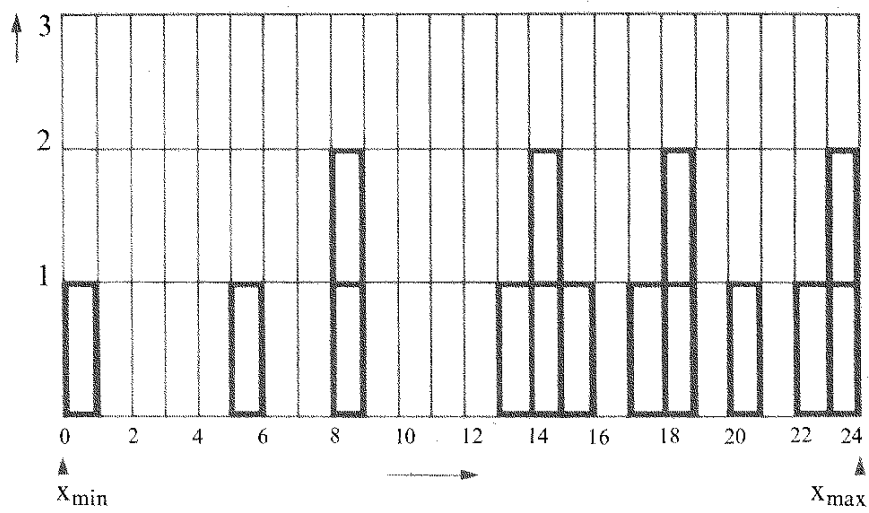
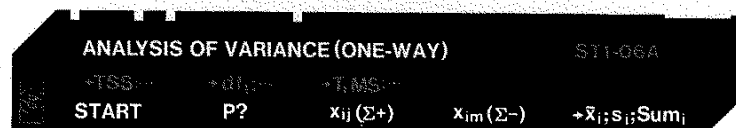


Abb. 2

## Einfache Varianzanalyse



Mit Hilfe der einfachen Varianzanalyse wird getestet, ob die beobachteten Differenzen der Mittelwerte von  $k$  aufbereiteten Klassen zufallsbedingt oder darauf zurückzuführen sind, daß tatsächlich Unterschiede bei den Mittelwerten der entsprechenden Grundgesamtheiten bestehen. Angenommen, die  $i$ -te Klasse setzt sich aus  $n_i$  Beobachtungen zusammen (die Anzahl der Beobachtungen der jeweiligen Stichproben kann gleich oder verschieden sein). Es ist die Nullhypothese zu testen, daß die Mittelwerte der  $k$  Grundgesamtheiten alle gleich sind. Das Programm berechnet sämtliche Werte der Anova-Tafel (siehe Literatur).

1. Mittelwert der Beobachtungen der  $i$ -ten Klasse ( $i = 1, 2, \dots, k$ )

$$\bar{x}_i = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} / n_i$$

2. Standardabweichung der Beobachtungen in der  $i$ -ten Klasse

$$s_i = \left[ \left( \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - n \bar{x}_i^2 \right) / (n - 1) \right]^{1/2}$$

3. Summe der Beobachtungen der  $i$ -ten Klasse

$$\text{Sum}_i = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$$

4. Gesamtquadratsumme

$$\text{TSS} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right)^2}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

5. Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Klasse

$$\text{TrSS} = \sum_{i=1}^k \frac{\left( \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right)^2}{n_i} - \frac{\left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right)^2}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

6. Fehlerquadratsumme = Quadratsumme innerhalb der Klassen

$$\text{ESS} = \text{TSS} - \text{TrSS}$$

7. Anzahl der Freiheitsgrade von TrSS

$$\text{df}_1 = k - 1$$

8. Anzahl der Freiheitsgrade von ESS

$$\text{df}_2 = \sum_{i=1}^k n_i - k$$

9. Gesamtzahl der Freiheitsgrade

$$\text{df}_3 = \text{df}_1 + \text{df}_2 = \sum_{i=1}^k n_i - 1$$

10. Durchschnittsquadrat zwischen den Klassen

$$\text{TrMS} = \frac{\text{TrSS}}{\text{df}_1}$$

11. Durchschnittsquadrat innerhalb der Klassen

$$\text{EMS} = \frac{\text{ESS}}{\text{df}_2}$$

12.  $F = \frac{\text{TrMS}}{\text{EMS}}$  (mit den Freiheitsgraden  $\text{df}_1, \text{df}_2$ )

### Literatur:

J.E. Freund, *Mathematical Statistics*, Prentice Hall, 1962.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/> B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5 – 7 für $i = 1, 2, \dots, k$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie Zeile 6 für $j = 1, 2, \dots, n_j$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	C <input type="text"/>	j
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{im}$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> D <input type="text"/>	j – 1
8	Berechnen Sie den Mittelwert $\bar{x}_i$ die Standardabweichung $s_i$ Summe (Sum <sub>i</sub> )		E <input type="text"/> R/S <input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$\bar{x}_i$ $s_i$ Sum <sub>i</sub>
9	Berechnen Sie die Gesamtquadratsumme Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Klasse Fehlerquadratsumme		f <input type="text"/> a <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> R/S <input type="text"/> R/S <input type="text"/>	TSS  TrSS ESS
10	Berechnen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade $df_1$ $df_2$ $df_3$		<input type="text"/> <input type="text"/> f <input type="text"/> b <input type="text"/> R/S <input type="text"/> R/S <input type="text"/>	 $df_1$ $df_2$ $df_3$
11	Berechnen Sie Durchschnittsquadrat zwischen den Klassen Durchschnittsquadrat innerhalb der Klassen F		<input type="text"/> <input type="text"/> f <input type="text"/> c <input type="text"/> R/S <input type="text"/> R/S <input type="text"/>	 TrMS EMS F
12	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
	*Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/> CLF <input type="text"/> 0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Die folgende Tabelle enthält die Punktzahlen, die von zufällig ausgewählten Schülergruppen von vier verschiedenen Lehranstalten anlässlich eines groß angelegten Leistungs-Tests erreicht wurden:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
Schule 1	88	99	96	68	85		
Schule 2	78	62	98	83	61	88	
Schule 3	80	61	74	92	78	54	77
Schule 4	71	65	90	46			

Wenden Sie das vorliegende Programm auf diese Daten an (erstellen Sie die vollständige Anova-Tafel) und testen Sie die Nullhypothese, daß die Unterschiede zwischen den Mittelwerten dieser Stichprobenklassen dem Zufall zuzuschreiben sind. Verwenden Sie dabei als Signifikanzwert  $\alpha = 0,01$ .

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	
88 <b>C</b> →	88.00 ***	
	1.00 ***	
99 <b>C</b> →	99.00 ***	
	2.00 ***	
96 <b>C</b> →	96.00 ***	
	3.00 ***	
68 <b>C</b> →	68.00 ***	
	4.00 ***	
85 <b>C</b> →	85.00 ***	
	5.00 ***	
<b>E</b> →	87.20 ***	( $\bar{x}_1$ )
<b>R/S</b> →	12.15 ***	( $s_1$ )
<b>R/S</b> →	436.00 ***	(Sum <sub>1</sub> )
78 <b>C</b> →	78.00 ***	
	1.00 ***	
62 <b>C</b> →	62.00 ***	
	2.00 ***	
98 <b>C</b> →	98.00 ***	
	3.00 ***	
83 <b>C</b> →	83.00 ***	
	4.00 ***	
61 <b>C</b> →	61.00 ***	
	5.00 ***	
88 <b>C</b> →	88.00 ***	
	6.00 ***	
<b>E</b> →	78.33 ***	( $\bar{x}_2$ )

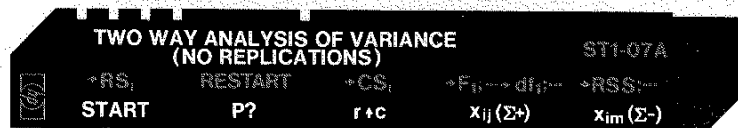
R/S	→	14.62 ***	(s <sub>2</sub> )
R/S	→	470.00 ***	(Sum <sub>2</sub> )
80 C	→	80.00 ***	
	→	1.00 ***	
61 C	→	61.00 ***	
	→	2.00 ***	
74 C	→	74.00 ***	
	→	3.00 ***	
92 C	→	92.00 ***	
	→	4.00 ***	
78 C	→	78.00 ***	
	→	5.00 ***	
54 C	→	54.00 ***	
	→	6.00 ***	
77 C	→	77.00 ***	
	→	7.00 ***	
E	→	73.71 ***	( $\bar{x}_3$ )
R/S	→	12.61 ***	(s <sub>3</sub> )
R/S	→	516.00 ***	(Sum <sub>3</sub> )
71 C	→	71.00 ***	
	→	1.00 ***	
66 C	→	66.00 ***	(Fehler)
	→	2.00 ***	
66 D	→	66.00 ***	(Berichtigung)
	→	1.00 ***	
65 C	→	65.00 ***	
	→	2.00 ***	
90 C	→	90.00 ***	
	→	3.00 ***	
46 C	→	46.00 ***	
	→	4.00 ***	
E	→	68.00 ***	( $\bar{x}_4$ )
R/S	→	18.13 ***	(s <sub>4</sub> )
R/S	→	272.00 ***	(Sum <sub>4</sub> )
f a	→	4530.00 ***	(TSS)
R/S	→	930.44 ***	(TrSS)
R/S	→	3599.56 ***	(ESS)
f b	→	3.00 ***	(df <sub>1</sub> )
R/S	→	18.00 ***	(df <sub>2</sub> )
R/S	→	21.00 ***	(df <sub>3</sub> )
f c	→	310.15 ***	(TrMS)
R/S	→	199.98 ***	(EMS)
R/S	→	1.55 ***	(F)

Anova-Tafel

	SS	df	MS	F
Tr (Treatments)	930,44	3	310,15	1,55
E (Error)	3599,56	18	199,98	
$\Sigma$ (Total)	4530,00	21		

Da  $F = 1,55$  den Wert  $F_{0,01;3;18} = 5,09$  nicht übersteigt, kann die Nullhypothese nicht verworfen werden. Wir schließen daraus, daß die unterschiedlichen Punktzahl-Ergebnisse der verschiedenen Schulen nicht signifikant sind, sondern zufallsbedingt.

## Doppelte Varianzanalyse



Die Varianzanalyse ist die Zerlegung der Gesamt-Variabilität einer gegebenen Datenmenge (gemessen an der Gesamtquadratsumme) in einzelne Komponenten mit verschiedenen Variations-Ursachen.

Die doppelte Varianzanalyse testet die Zeilen- und Spalteneffekte unabhängig voneinander. Das Programm berechnet sämtliche nachfolgenden Größen (vollständige Anova-Tafel – siehe Literatur) für den Fall, daß (1) jede Zeile nur eine Beobachtung enthält und (2) die Zeilen- und Spalteneffekte voneinander unabhängig sind.

### Verwendete Formeln:

#### 1. Summen

$$\text{Zeilensumme Row } RS_i = \sum_j x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$\text{Spaltensumme Column } CS_j = \sum_i x_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, c$$

#### 2. Quadratsummen

$$\text{Gesamtquadratsumme Total TSS} = \sum \sum x_{ij}^2 - (\sum \sum x_{ij})^2 / rc$$

Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Zeilen

$$\text{Row RSS} = \sum_i \left( \sum_j x_{ij} \right)^2 / c - (\sum \sum x_{ij})^2 / rc$$

Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Spalten

$$\text{Column CSS} = \sum_j \left( \sum_i x_{ij} \right)^2 / r - (\sum \sum x_{ij})^2 / rc$$

$$\text{Quadratische Restsumme Error ESS} = \text{TSS} - \text{RSS} - \text{CSS}$$

#### 3. Anzahl der Freiheitsgrade

$$\text{Zwischen den Zeilen} \quad df_1 = r - 1$$

$$\text{Zwischen den Spalten} \quad df_2 = c - 1$$

$$\text{Rest} \quad df_3 = (r - 1)(c - 1)$$

#### 4. F

$$\text{Zeile } F_1 = \frac{\text{RSS}}{df_1} \bigg/ \frac{\text{ESS}}{df_3}$$

$$\text{Spalte } F_2 = \frac{\text{CSS}}{df_2} \bigg/ \frac{\text{ESS}}{df_3}$$



**Literatur:**

Dixon and Massey, *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill, 1969.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie ein: Anzahl der Zeilen r	r	↑ <input type="text"/>	
	Anzahl der Spalten c	c	C <input type="text"/>	c
5	Führen Sie die Zeilen 6–9 für $i = 1, 2, \dots, r$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Führen Sie die Zeilen 7–8 für $j = 1, 2, \dots, c$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	D <input type="text"/>	j
8	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_{im}$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_{im}$	E <input type="text"/>	i – 1
9	Berechnen Sie die Zeilensummen $RS_i$		f a	$RS_i$
10	Zwischenschritt		f b	0.00
11	Führen Sie die Zeilen 12–15 für $j = 1, 2, \dots, c$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Führen Sie die Zeilen 13–14 für $i = 1, 2, \dots, r$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
13	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	D <input type="text"/>	i
14	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{hj}$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_{hj}$	E <input type="text"/>	i – 1
15	Berechnen Sie die Spaltensummen $CS_j$		f c	$CS_j$
16	Berechnen Sie F: Zeilen $F_1$		f d	$F_1$
	Spalten $F_2$		R/S <input type="text"/>	$F_2$
17	Berechnen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile $df_1$		f d	$df_1$
	Spalte $df_2$		R/S <input type="text"/>	$df_2$
	Rest $df_3$		R/S <input type="text"/>	$df_3$
18	Berechnen Sie die Quadratsummen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile RSS		f e	RSS
	Spalte CSS		R/S <input type="text"/>	CSS
	Rest ESS		R/S <input type="text"/>	ESS
	Gesamt TSS		R/S <input type="text"/>	TSS
19	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Wenden Sie das Programm auf die folgende Datenmenge an.

i \ j	Zeilen			
	1	2	3	4
1	7	6	8	7
2	2	4	4	4
3	4	6	5	3

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

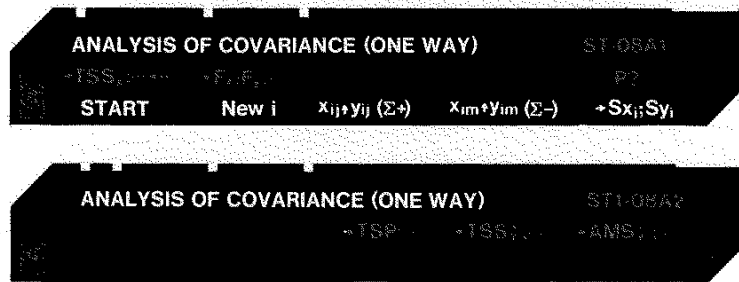
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	
3 <b>ENTER</b> 4 <b>C</b> →	3.00 ***	(r)
	4.00 ***	(c)
7 <b>D</b> →	7.00 ***	
	1.00 ***	
6 <b>D</b> →	6.00 ***	
	2.00 ***	
8 <b>D</b> →	8.00 ***	
	3.00 ***	
7 <b>D</b> →	7.00 ***	
	4.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	28.00 ***	(RS <sub>1</sub> )
2 <b>D</b> →	2.00 ***	
	1.00 ***	
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	2.00 ***	
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	3.00 ***	
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	4.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	14.00 ***	(RS <sub>2</sub> )
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	1.00 ***	
7 <b>D</b> →	7.00 ***	(Fehler)
	2.00 ***	
7 <b>E</b> →	7.00 ***	(Berichtigung)
	1.00 ***	

6	D	6.00 ***	
		2.00 ***	
5	D	5.00 ***	
		3.00 ***	
3	D	3.00 ***	
		4.00 ***	
f	a	18.00 ***	(RS <sub>3</sub> )
f	b	0.00 ***	
7	D	7.00 ***	
		1.00 ***	
2	D	2.00 ***	
		2.00 ***	
4	D	4.00 ***	
		3.00 ***	
f	c	13.00 ***	(CS <sub>1</sub> )
6	D	6.00 ***	
		1.00 ***	
4	D	4.00 ***	
		2.00 ***	
6	D	6.00 ***	
		3.00 ***	
f	c	16.00 ***	(CS <sub>2</sub> )
8	D	8.00 ***	
		1.00 ***	
4	D	4.00 ***	
		2.00 ***	
5	D	5.00 ***	
		3.00 ***	
f	c	17.00 ***	(CS <sub>3</sub> )
7	D	7.00 ***	
		1.00 ***	
4	D	4.00 ***	
		2.00 ***	
3	D	3.00 ***	
		3.00 ***	
f	c	14.00 ***	(CS <sub>4</sub> )
f	d	11.70 ***	(F <sub>1</sub> )
R/S		1.00 ***	(F <sub>2</sub> )
f	d	2.00 ***	(df <sub>1</sub> )
R/S		3.00 ***	(df <sub>2</sub> )
R/S		6.00 ***	(df <sub>3</sub> )
f	e	26.00 ***	(RSS)
R/S		3.33 ***	(CSS)
R/S		6.67 ***	(ESS)
R/S		36.00 ***	(TSS)

## Anova-Tafel (siehe Literatur)

	SS	df	F
Zeile	26,00	2	11,70
Spalte	3,33	3	1,00
Rest	6,67	6	
Gesamt	36,00		

## Einfache Kovarianzanalyse



Die einfache Kovarianzanalyse testet den Einfluß einer Variablen unabhängig von dem Effekt einer zweiten Variablen, wenn diese zweite Variable eine tatsächliche Meßgröße für jeden Einzelwert darstellt.

Angenommen,  $(x_{ij}, y_{ij})$  ist die  $j$ -te Beobachtung aus der  $i$ -ten Grundgesamtheit ( $i = 1, 2, \dots, k$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_i$ ). Beachten Sie, daß die Stichproben auch ungleich viele Beobachtungen umfassen können. Die Kovarianzanalyse prüft, ob ein Unterschied in den Mittelwerten der Residualwerte besteht. Die Residual- oder Restwerte stellen die Differenzen zwischen den Beobachtungsdaten und einer Schätzgröße dar, die auf der zugehörigen zweiten Variablen basiert. Das Verfahren der Kovarianzanalyse beruht auf der Zerlegung der Quadratsummen und Produktsummen in mehrere Anteile. Das Programm berechnet sämtliche nachfolgenden Größen (vollständige Anocov-Tafel – siehe Literatur).

### Verwendete Formeln:

#### 1. Summen und Quadratsummen

$$Sx_i = \sum_j x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

$$TSSx = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - \frac{(\sum_i \sum_j x_{ij})^2}{\sum_i n_i}$$

$$ASSx = \sum_i \frac{\left(\sum_j x_{ij}\right)^2}{n_i} - \frac{(\sum_i \sum_j x_{ij})^2}{\sum_i n_i}$$

$$WSSx = TSSx - ASSx$$

#### 2. Anzahl der Freiheitsgrade

$$df_1 = k - 1$$

$$df_2 = \sum_i n_i - k$$

## 3. Durchschnittsquadrat und F-Größe

$$AMS_x = \frac{ASS_x}{df_1}$$

$$WMS_x = \frac{WSS_x}{df_2}$$

$$F_x = \frac{AMS_x}{WMS_x} \text{ mit den Freiheitsgraden } df_1, df_2.$$

Wenn  $x_{ij}$  durch  $y_{ij}$  ersetzt wird, erhält man ähnliche Formeln für  $y_{ij}$ .

## 4. Produktsummen

$$TSP = \sum \sum x_{ij} y_{ij} - \frac{(\sum \sum x_{ij})(\sum \sum y_{ij})}{\sum_i n_i}$$

$$ASP = \sum_i \frac{\left( \sum_j x_{ij} \right) \left( \sum_j y_{ij} \right)}{n_i} - \frac{(\sum \sum x_{ij})(\sum \sum y_{ij})}{\sum_i n_i}$$

$$WSP = TSP - ASP$$

## 5. Residualquadratsummen

$$TSS_{\hat{y}} = TSS_y - \frac{(TSP)^2}{TSS_x}$$

$$WSS_{\hat{y}} = WSS_y - \frac{(WSP)^2}{WSS_x}$$

$$ASS_{\hat{y}} = TSS_{\hat{y}} - WSS_{\hat{y}}$$

## 6. Residual-Freiheitsgrade

$$df_3 = k - 1$$

$$df_4 = \sum_i n_i - k - 1$$

## 7. Residual-Durchschnittsquadrat und F-Größe

$$AMS_{\hat{y}} = \frac{ASS_{\hat{y}}}{df_3}$$

$$WMS_{\hat{y}} = \frac{WSS_{\hat{y}}}{df_4}$$

$F = \frac{AMS\hat{y}}{WMS\hat{y}}$  mit den Freiheitsgraden  $df_3, df_4$ .

### Anocov-Tafel

	Freiheits- grade	SSx	SP	SSy	Freiheits- grade	Residualwerte SS $\hat{y}$	MS $\hat{y}$	F
Zwischen den Gruppen	$df_1$	ASSx	ASP	ASSy	$df_3$	ASS $\hat{y}$	AMS $\hat{y}$	F
Innerhalb der Gruppen	$df_2$	WSSx	WSP	WSSy	$df_4$	WSS $\hat{y}$	WMS $\hat{y}$	
Insgesamt		TSSx	TSP	TSSy		TSS $\hat{y}$		

### Anmerkungen:

1. Mit  $F_x$  kann geprüft werden, ob die X-Mittelwerte gleich sind (Anova für X).
2. Mit  $F_y$  kann getestet werden, ob die Y-Mittelwerte (ohne Verwendung der X-Werte) gleich sind (Anova für nicht aufbereitete Y).

### Literatur:

Dixon and Massey, *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill, 1969.



Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		f <input type="text"/> e <input type="text"/>	1 00
4	Führen Sie die Zeilen 5 – 9 für $i = 1, 2, \dots, k$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Vorbereitungsschritt für neues $i$		B <input type="text"/>	$i$
6	Führen Sie die Zeilen 7 – 8 für $j = 1, 2, \dots, n_i$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	$x_{ij}$ und $y_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$x_{ij}$
		$y_{ij}$	C <input type="text"/>	$j$
8	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_{im}$ oder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$y_{im}$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	wie folgt:	$x_{im}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$x_{im}$
		$y_{im}$	D <input type="text"/>	$j = 1$
9	Berechnen Sie die $i$ -ten Summen $S_{xi}$		E <input type="text"/>	$S_{xi}$
	$S_{yi}$		R/S <input type="text"/>	$S_{yi}$
10	Berechnen Sie die Summen: $TSS_x$		f <input type="text"/> a <input type="text"/>	$TSS_x$
	(zwischen den Gruppen) $ASS_x$		R/S <input type="text"/>	$ASS_x$
	(innerhalb der Gruppen) $WSS_x$		R/S <input type="text"/>	$WSS_x$
11	Berechnen Sie die Summen: $TSS_y$		f <input type="text"/> a <input type="text"/>	$TSS_y$
	(zwischen den Gruppen) $ASS_y$		R/S <input type="text"/>	$ASS_y$
	(innerhalb der Gruppen) $WSS_y$		R/S <input type="text"/>	$WSS_y$
12	Berechnen Sie: $F_x$		f <input type="text"/> b <input type="text"/>	$F_x$
	$F_y$		R/S <input type="text"/>	$F_y$
	Freiheitsgrade: $df_1$		R/S <input type="text"/>	$df_1$
	$df_2$		R/S <input type="text"/>	$df_2$
13	Lesen Sie Seite 1 der Programmkarte 2 ein		<input type="text"/> <input type="text"/>	
14	Berechnen Sie die Produktsummen: $TSP$		f <input type="text"/> c <input type="text"/>	$TSP$
	(zwischen den Gruppen) $ASP$		R/S <input type="text"/>	$ASP$
	(innerhalb der Gruppen) $WSP$		R/S <input type="text"/>	$WSP$
15	Berechnen Sie: $TSS_{\hat{y}}$		f <input type="text"/> d <input type="text"/>	$TSS_{\hat{y}}$
	$WSS_{\hat{y}}$		R/S <input type="text"/>	$WSS_{\hat{y}}$
	$ASS_{\hat{y}}$		R/S <input type="text"/>	$ASS_{\hat{y}}$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
16	Berechnen Sie: $AMS\hat{y}$		<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="e"/>	$AMS\hat{y}$
	$WMS\hat{y}$		<input type="text" value="R/S"/> <input type="text"/>	$WMS\hat{y}$
	F		<input type="text" value="R/S"/> <input type="text"/>	F
	Freiheitsgrade $df_3$		<input type="text" value="R/S"/> <input type="text"/>	$df_3$
	$df_4$		<input type="text" value="R/S"/> <input type="text"/>	$df_4$
17	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 1		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	*Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		<input type="text" value="CLF"/> <input type="text"/>	
			<input type="text" value="0"/> <input type="text"/>	

**Beispiel:**

		j			
		Zeile			
i		1	2	3	4
1	$x_{1j}$	3	2	1	2
	$y_{1j}$	10	8	8	11
2	$x_{2j}$	4	3	3	5
	$y_{2j}$	12	12	10	13
3	$x_{3j}$	1	2	3	1
	$y_{3j}$	6	5	8	7

( $k = 3, n_1 = n_2 = n_3 = 4$ )

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen

<b>A</b>	→	0.00 ***
<b>f</b> <b>e</b>	→	1.00 ***
<b>B</b>	→	1.00 ***
3 <b>ENTER</b> 10 <b>C</b>	→	3.00 ***
		10.00 ***
		1.00 ***
2 <b>ENTER</b> 8 <b>C</b>	→	2.00 ***
		8.00 ***
		2.00 ***
5 <b>ENTER</b> 5 <b>C</b>	→	5.00 ***
		5.00 ***
		3.00 ***

(Fehler)

5	ENTER↑ 5 D	5.00 ***	(Berichtigung)
		5.00 ***	
		2.00 ***	
1	ENTER↑ 8 C	1.00 ***	
		8.00 ***	
		3.00 ***	
2	ENTER↑ 11 C	2.00 ***	
		11.00 ***	
		4.00 ***	
	E	8.00 ***	(Sx <sub>1</sub> )
	R/S	37.00 ***	(Sy <sub>1</sub> )
	B	2.00 ***	
4	ENTER↑ 12 C	4.00 ***	
		12.00 ***	
		1.00 ***	
3	ENTER↑ 12 C	3.00 ***	
		12.00 ***	
		2.00 ***	
3	ENTER↑ 10 C	3.00 ***	
		10.00 ***	
		3.00 ***	
5	ENTER↑ 13 C	5.00 ***	
		13.00 ***	
		4.00 ***	
	E	15.00 ***	(Sx <sub>2</sub> )
	R/S	47.00 ***	(Sy <sub>2</sub> )
	B	3.00 ***	
1	ENTER↑ 6 C	1.00 ***	
		6.00 ***	
		1.00 ***	
2	ENTER↑ 5 C	2.00 ***	
		5.00 ***	
		2.00 ***	
3	ENTER↑ 8 C	3.00 ***	
		8.00 ***	
		3.00 ***	
1	ENTER↑ 7 C	1.00 ***	
		7.00 ***	
		4.00 ***	
	E	7.00 ***	(Sx <sub>3</sub> )
	R/S	26.00 ***	(Sy <sub>3</sub> )
	f a	17.00 ***	(TSSx)
	R/S	9.50 ***	(ASSx)
	R/S	7.50 ***	(WSSx)
	f a	71.67 ***	(TSSy)
	R/S	55.17 ***	(ASSy)

<b>R/S</b>	→	<b>16.50 ***</b>	(WSSy)
<b>f b</b>	→	<b>5.70 ***</b>	(F <sub>x</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>15.05 ***</b>	(F <sub>y</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>2.00 ***</b>	(df <sub>1</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>9.00 ***</b>	(df <sub>2</sub> )

Seite 1 der Programmkarte 2 einlesen

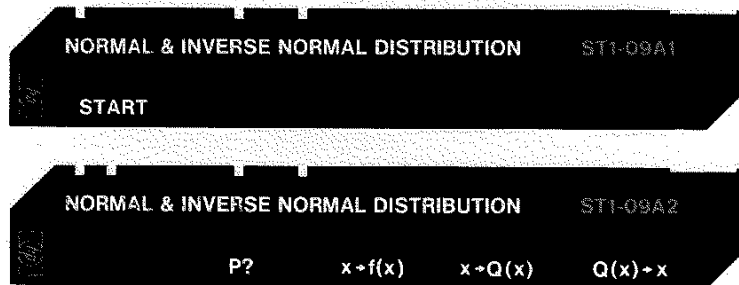
<b>f c</b>	→	<b>27.00 ***</b>	(TSP)
<b>R/S</b>	→	<b>20.75 ***</b>	(ASP)
<b>R/S</b>	→	<b>6.25 ***</b>	(WSP)
<b>f d</b>	→	<b>28.78 ***</b>	(TSSy)
<b>R/S</b>	→	<b>11.29 ***</b>	(WSSy)
<b>R/S</b>	→	<b>17.49 ***</b>	(ASSy)
<b>f e</b>	→	<b>8.75 ***</b>	(AMSy)
<b>R/S</b>	→	<b>1.41 ***</b>	(WMSy)
<b>R/S</b>	→	<b>6.20 ***</b>	(F)
<b>R/S</b>	→	<b>2.00 ***</b>	(df <sub>3</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>8.00 ***</b>	(df <sub>4</sub> )

Anocov-Tafel

	df	SSx	SP	SSy	Residualwerte			
					df	SSy	MSy	F
Zwischen								
den Gruppen A..	2	9,50	20,75	55,17	2	17,49	8,75	6,20
Innerhalb								
der Gruppen W..	9	7,50	6,25	16,50	8	11,29	1,41	
Insgesamt T..		17,00	27,00	71,67		28,78		

## Notizen

## Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral



Das Programm berechnet die Dichtefunktion  $f(x)$  und die Verteilungsfunktion  $Q(x)$  einer standardisierten Normalverteilung, wenn der Wert der Zufallsvariablen  $x$  gegeben ist. Falls  $Q$  vorgegeben ist, kann das Programm umgekehrt den Wert  $x$  berechnen.

Eine standardisiert normalverteilte Zufallsvariable  $x$  hat den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1.

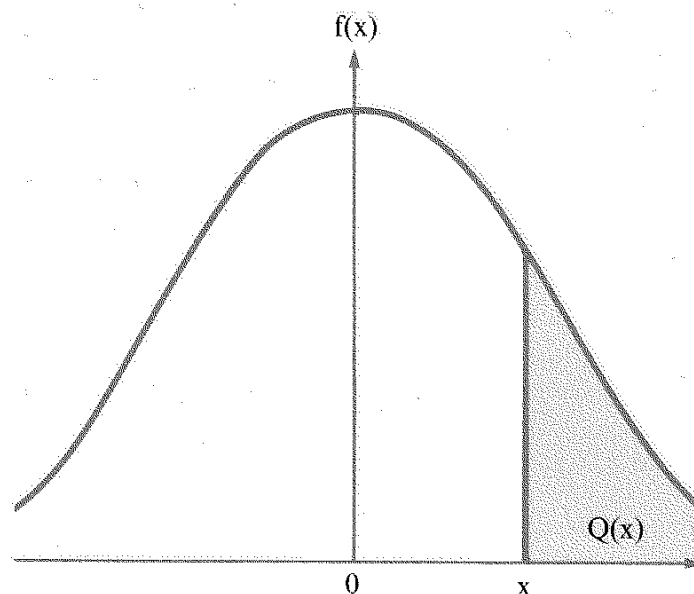
### Verwendete Formeln:

#### 1. Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

#### 2. Verteilungsfunktion

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



$Q(x)$  wird zu gegebenem  $x$  mit Hilfe einer Approximation über das folgende Polynom berechnet:

Es sei  $R = f(x)(b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5) + \varepsilon(x)$

wobei

$$|\varepsilon(x)| < 7,5 \times 10^{-8}$$

$$t = \frac{1}{1 + r|x|} \quad r = 0,2316419$$

$$b_1 = 0,31938153 \quad b_2 = -0,356563782$$

$$b_3 = 1,781477937 \quad b_4 = -1,821255978$$

$$b_5 = 1,330274429$$

$$\text{Dann gilt } Q(x) = \begin{cases} R & \text{falls } x \geq 0 \\ 1-R & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

## 2. Invertiertes Normalverteilungsintegral

Zu gegebenem  $Q > 0$  berechnet das Programm den Wert  $x$ , so daß gilt:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Zur Lösung des Problems verwendet das Programm die folgende rationale Approximation:

$$\text{Es sei } y = t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} + \epsilon(Q)$$

$$\text{wobei } |\epsilon(Q)| < 4,5 \times 10^{-4}$$

$$t = \begin{cases} \sqrt{\ln \frac{1}{Q^2}} & \text{falls } 0 < Q \leq 0,5 \\ \sqrt{\ln \frac{1}{(1-Q)^2}} & \text{falls } 0,5 < Q < 1 \end{cases}$$

$$c_0 = 2,515517 \quad d_1 = 1,432788$$

$$c_1 = 0,802853 \quad d_2 = 0,189269$$

$$c_2 = 0,010328 \quad d_3 = 0,001308$$

$$\text{Dann gilt } x = \begin{cases} y & \text{falls } 0 < Q \leq 0,5 \\ -y & \text{falls } 0,5 < Q < 1 \end{cases}$$

## Literatur:

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt (Programmstart)		A <input type="text"/>	0.00
3	Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
4	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
5	Geben Sie x ein und berechnen Sie f(x)	x	C <input type="text"/>	f(x)
6	Geben Sie x ein und berechnen Sie Q(x)	x	D <input type="text"/>	Q(x)
	Gehen Sie für einen neuen x-Wert nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 5 oder 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	Geben Sie Q(x) ein und berechnen Sie x	Q(x)	E <input type="text"/>	x
	Gehen Sie für einen neuen Wert Q(x)		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 7		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	*Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		0 <input type="text"/>	
			STO <input type="text"/>	
			A <input type="text"/>	
			STO <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie f(x) und Q(x) für  $x = 1,18$  und  $x = -2,28$ .

Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 ein.

Drücken Sie: **A**.

Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 ein.

Drücken Sie

Anzeige/Ausdruck

<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
1.18 <b>C</b> →	1.18 ***	
	0.20 ***	(f(1,18))
1.18 <b>D</b> →	1.18 ***	
	0.12 ***	(Q(1,18))
2.28 <b>CHS D</b> →	-2.28 ***	
	0.99 ***	(Q(-2,28))
2.28 <b>CHS C</b> →	-2.28 ***	
	0.03 ***	(f(-2,28))



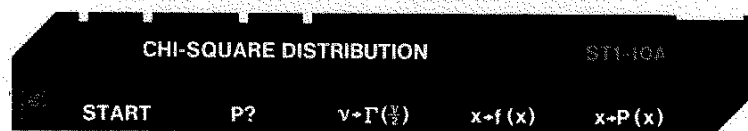
**Beispiel 2:**

Gegeben ist  $Q = 0,12$  und  $Q = 0,95$ ; berechnen Sie  $x$ .

(Wenn Sie das erste Beispiel gerechnet haben, können Sie jetzt fortfahren; anderenfalls sind die Programmkarten, wie in Beispiel 1 beschrieben, einzulesen.)

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
0.12 <b>E</b> →	0.12 ***
	1.18 *** (x)
0.95 <b>E</b> →	0.95 ***
	-1.65 *** (x)

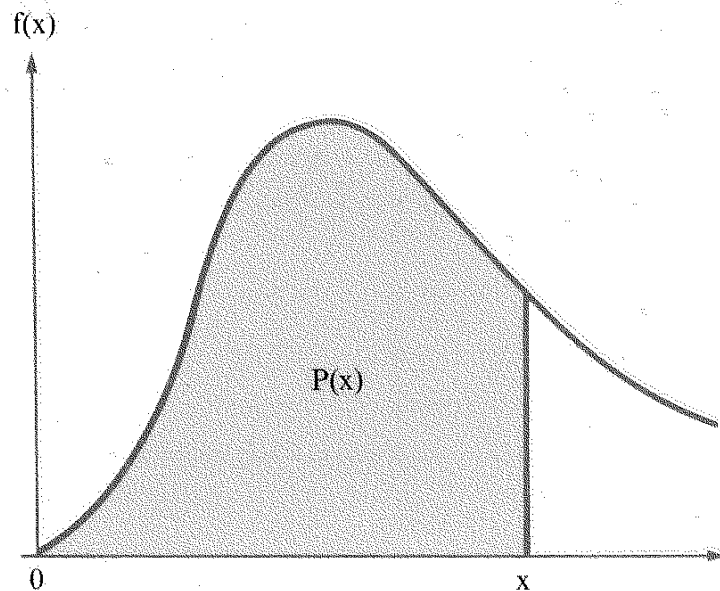
## Chi-Quadrat-Verteilung



Dieses Programm berechnet die Chi-Quadrat-Dichtefunktion.

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

für  $x \geq 0$ ;  $\nu$  ist die Anzahl der Freiheitsgrade.



Die Chi-Quadrat-Verteilungsfunktion wird über die folgende Reihenentwicklung berechnet:

$$P(x) = \int_0^x f(t) dt$$

$$= \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{(\nu+2)(\nu+4)\dots(\nu+2k)} \right]$$

Das Programm berechnet aufeinanderfolgende Partialsummen der angegebenen Reihe. Haben zwei aufeinanderfolgende Partialsummen den gleichen Wert, so wird dieser letzte Wert als Ergebnis verwendet.

**Anmerkungen:**

1. Das Programm fordert  $v \leq 141$ . Bei größeren Werten für  $v$  treten Überlauf-Fehler auf.
2. Wenn sowohl  $x$  als auch  $v$  sehr groß ist, kann ein Rechner-Überlauf auftreten, wenn  $f(x)$  berechnet wird.
3. Für  $v$  geradzahlig gilt:

$$\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) = \left(\frac{v}{2} - 1\right)!$$

Falls  $v$  ungerade:

$$\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) = \left(\frac{v}{2} - 1\right) \left(\frac{v}{2} - 2\right) \dots \left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$$

4.

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

**Literatur:**

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	ein	$\nu$	C <input type="text"/>	$\Gamma(\nu/2)$
5	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $f(x)$	$x$	D <input type="text"/>	$f(x)$
6	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $P(x)$	$x$	E <input type="text"/>	$P(x)$
	(i) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	gleichem $\nu$ nach Zeile 5 oder 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(ii) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einem geänderten Wert für $\nu$ nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$  für  $x = 9,6$  und  $x = 15$ . Für die Anzahl der Freiheitsgrade gilt  $\nu = 20$ .

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b>	→	0.00 ***	
<b>B</b>	→	1.00 ***	AUTO-Modus
20 <b>C</b>	→	20.00 ***	
		362880.00 ***	$(\Gamma(20/2))$
9.6 <b>D</b>	→	9.60 ***	
		0.02 ***	$(f(9,6))$
9.6 <b>E</b>	→	9.60 ***	
		0.03 ***	$(P(9,6))$
15 <b>E</b>	→	15.00 ***	
		0.22 ***	$(P(15))$
15 <b>D</b>	→	15.00 ***	
		0.06 ***	$(f(15))$

**Beispiel 2:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$ , wenn  $v = 3$  und  $x = 7,82$ .

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	00.0 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
3 <b>C</b> →	3.00 ***	
	0.89 ***	$(\Gamma(3/2))$
7.82 <b>D</b> →	7.82 ***	
	0.02 ***	$(f(7,82))$
7.82 <b>E</b> →	7.82 ***	
	0.95 ***	$(P(7,82))$

## t-Verteilung



Dieses Programm berechnet die Dichtefunktion  $f(x)$  der t-Verteilung sowie die Verteilungsfunktion  $P(x)$ , wenn  $x$  und die Anzahl der Freiheitsgrade  $v$  gegeben ist.

**Verwendete Formeln:**

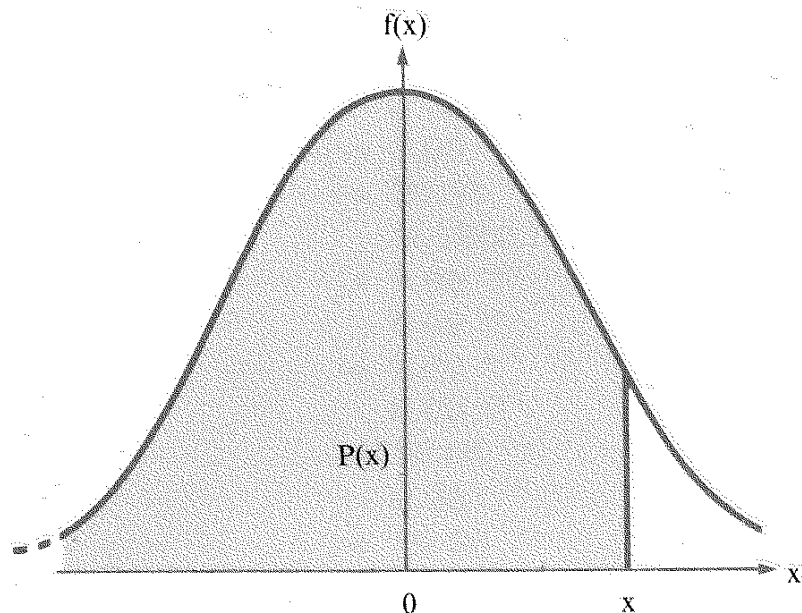
## 1. Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi v} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

## 2. Verteilungsfunktion

$$P(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy$$

$$\text{Es sei } \theta = \tan^{-1} \left( \frac{|x|}{\sqrt{v}} \right)$$



(a)  $\nu$  geradzahlig:

$$R = \sin \theta \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \theta + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cos^4 \theta + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (\nu-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (\nu-2)} \cos^{\nu-2} \theta \right\}$$

(b)  $\nu$  ungerade:

$$R = \begin{cases} \frac{2\theta}{\pi} & \text{falls } \nu = 1 \\ \frac{2\theta}{\pi} + \frac{2}{\pi} \cos \theta \left\{ \sin \theta \left[ 1 + \frac{2}{3} \cos^2 \theta + \dots + \frac{2 \cdot 4 \dots (\nu-3)}{1 \cdot 3 \dots (\nu-2)} \cos^{\nu-3} \theta \right] \right\} & \text{falls } \nu > 1 \end{cases}$$

$$\text{Es gilt: } P(x) = \begin{cases} \frac{1+R}{2} & \text{falls } x > 0 \\ \frac{1-R}{2} & \text{falls } x \leq 0 \end{cases}$$

**Anmerkung:**

Das Programm erfordert für  $f(x)$ , daß  $\nu \leq 141$ ; anderenfalls tritt ein Rechner-Überlauf auf.

**Literatur:**

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	ein	$\nu$	C <input type="text"/>	$\nu$
5	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $f(x)$	$x$	D <input type="text"/>	$f(x)$
6	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $P(x)$	$x$	E <input type="text"/>	$P(x)$
	(i) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der gleichen Anzahl von Freiheits-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	graden $\nu$ nach Zeile 5 oder 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(ii) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einem neuen Wert für $\nu$ nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$  für  $x = -2,2$  und  $\nu = 11$ .

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b>	→	<b>0.00 ***</b>	
<b>B</b>	→	<b>1.00 ***</b>	AUTO-Modus
11 <b>C</b>	→	<b>11.00 ***</b>	( $\nu$ )
2.2 <b>E</b>	→	<b>2.20 ***</b>	( $x$ )
		<b>0.97 ***</b>	( $P(2,2)$ )
2.2 <b>D</b>	→	<b>2.20 ***</b>	( $x$ )
		<b>0.04 ***</b>	( $f(2,2)$ )



**Beispiel 2:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$  für  $x = -1,75$  und  $v = 30$ .

Drücken Sie

Anzeige/Ausdruck

**A** → 0.00 \*\*\*

**B** → 1.00 \*\*\*

30 **C** → 30.00 \*\*\*

1.75 **CHS D** → -1.75 \*\*\*

0.09 \*\*\*

1.75 **CHS E** → -1.75 \*\*\*

0.05 \*\*\*

AUTO-Modus

(v)

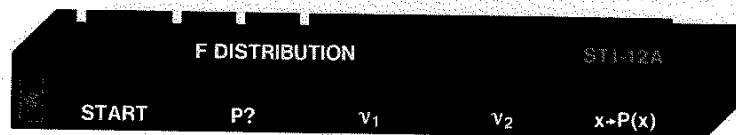
(x)

(f(-1,75))

(x)

(P(-1,75))

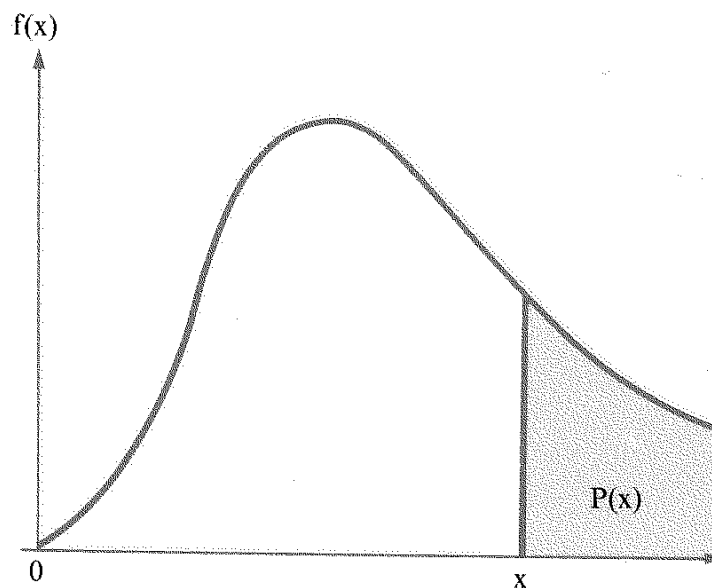
## F-Verteilung



Dieses Programm berechnet das Integral der F-Verteilung

$$P(x) = \int_x^\infty \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}\right) y^{\frac{\nu_1}{2} - 1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right) \left(1 + \frac{\nu_1}{\nu_2} y\right)^{\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}}} dy$$

für gegebene Werte  $x$  ( $x > 0$ ) und gegebene Anzahl der Freiheitsgrade  $\nu_1$  und  $\nu_2$ , wobei vorausgesetzt wird, daß entweder  $\nu_1$  oder  $\nu_2$  geradzahlig ist.



Das Integral wird über die folgende Reihenentwicklung berechnet:

1.  $\nu_1$  geradzahlig:

$$P(x) = t^{\frac{\nu_2}{2}} \left[ 1 + \frac{\nu_2}{2}(1-t) + \dots + \frac{\nu_2(\nu_2+2) \dots (\nu_2+\nu_1-4)}{2 \cdot 4 \dots (\nu_1-2)} (1-t)^{\frac{\nu_1-2}{2}} \right]$$

2.  $\nu_2$  geradzahlig:

$$P(x) = 1 - (1 - t)^{\frac{\nu_1}{2}} \left[ 1 + \frac{\nu_1}{2}t + \dots + \frac{\nu_1(\nu_1 + 2) \dots (\nu_2 + \nu_1 - 4)}{2 \cdot 4 \dots (\nu_2 - 2)} t^{\frac{\nu_2 - 2}{2}} \right]$$

wobei  $t = \frac{\nu_2}{\nu_2 + \nu_1 x}$

**Anmerkung:**

In der Regel wird die Anzahl der Freiheitsgrade des Zählers mit  $\nu_1$  und die des Nenners mit  $\nu_2$  bezeichnet.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	$\nu_1$ eingeben	$\nu_1$	C <input type="text"/>	$\nu_1$
5	$\nu_2$ eingeben	$\nu_2$	D <input type="text"/>	$\nu_2$
6	Geben Sie x ein und berechnen Sie P(x)	x	E <input type="text"/>	P(x)
7	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiele:**

1.  $v_1 = 7, v_2 = 6$

$P(4,21) = 0,05$

2.  $v_1 = 4, v_2 = 20$

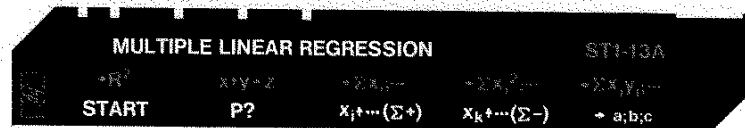
$P(2,25) = 0,10$

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b>	→	<b>0.00 ***</b>	
<b>B</b>	→	<b>1.00 ***</b>	
7 <b>C</b>	→	<b>7.00 ***</b>	AUTO-MODUS ( $v_1$ )
6 <b>D</b>	→	<b>6.00 ***</b>	( $v_2$ )
4.21 <b>E</b>	→	<b>4.21 ***</b>	( $x$ )
		<b>0.05 ***</b>	( $P(x)$ )
4 <b>C</b>	→	<b>4.00 ***</b>	( $v_1$ )
20 <b>D</b>	→	<b>20.00 ***</b>	( $v_2$ )
2.25 <b>E</b>	→	<b>2.25 ***</b>	( $x$ )
		<b>0.10 ***</b>	( $P(x)$ )

# Notizen

## Multiple linear Regression



Dieses Programm paßt eine lineare Gleichung der Form

$$z = a + bx + cy$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate an eine gegebene Datenmenge  $\{(x_i, y_i, z_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  an.

Die Regressionskoeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  werden als Lösungen des folgenden Normalgleichungssystems ermittelt:

$$\begin{cases} \sum z_i = an + b \sum x_i + c \sum y_i \\ \sum x_i z_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 + c \sum x_i y_i \\ \sum y_i z_i = a \sum y_i + b \sum x_i y_i + c \sum y_i^2 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$c = \frac{A - B}{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2] - [n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)]^2}$$

$$\text{wobei } A = [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [n \sum y_i z_i - (\sum y_i)(\sum z_i)]$$

$$B = [n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)] [n \sum x_i z_i - (\sum x_i)(\sum z_i)]$$

$$b = \frac{[n \sum x_i z_i - (\sum x_i)(\sum z_i)] - c [n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)]}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \frac{1}{n} (\sum z_i - c \sum y_i - b \sum x_i)$$

$$R^2 = \frac{a \sum z_i + b \sum x_i z_i + c \sum y_i z_i - \frac{1}{n} (\sum z_i)^2}{(\sum z_i^2) - \frac{(\sum z_i)^2}{n}}$$

### Literatur:

Introduction to the Theory of Statistics, Mood and Graybill, McGraw-Hill, 1963.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5 – 6 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Geben Sie ein $x_i$	$x_i$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$y_i$
	$z_i$	$z_i$	C <input type="text"/>	i
6	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k$ , $y_k$ oder $z_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_k$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$y_k$
		$z_k$	D <input type="text"/>	$i - 1$
7	Berechnen Sie die Regressions-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	koeffizienten a		E <input type="text"/>	a
	b		R/S <input type="text"/>	b
	c		R/S <input type="text"/>	c
8	Berechnen Sie das Quadrat des multiplen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Regressionskoeffizienten $R^2$		f <input type="text"/> a	$R^2$
9	Berechnen Sie einen Schätzwert für z		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Geben Sie ein: x	x	<input type="text"/> <input type="text"/>	x
	y	y	f <input type="text"/> b	z
10	Wiederholen Sie Zeile 9 für verschiedene		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Datenpaare (x, y)		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Rückruf der Summen $\Sigma x_i$		f <input type="text"/> c	$\Sigma x_i$
	$\Sigma y_i$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma y_i$
	$\Sigma z_i$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma z_i$
12	Zeigen Sie die Summen der Quadrate an		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$\Sigma x_i^2$		f <input type="text"/> d	$\Sigma x_i^2$
	$\Sigma y_i^2$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma y_i^2$
	$\Sigma z_i^2$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma z_i^2$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
13	Rückruf der Produktsummen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$\Sigma x_i y_i$	f <input type="text"/> e <input type="text"/>	$\Sigma x_i y_i$
		$\Sigma x_i z_i$	R/S <input type="text"/>	$\Sigma x_i z_i$
		$\Sigma y_i z_i$	R/S <input type="text"/>	$\Sigma y_i z_i$
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Berechnen Sie die Regressionsgerade und die übrigen Größen für die folgende Datenmenge:

i	1	2	3	4
$x_i$	1,5	0,45	1,8	2,8
$y_i$	0,7	2,3	1,6	4,5
$z_i$	2,1	4,0	4,1	9,4

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck****A** → 0.00 \*\*\***B** → 1.00 \*\*\*

AUTO-Modus

1,5 **ENTER** 0,7 **ENTER** 2,1 **C** → 1.50 \*\*\*

0.70 \*\*\*

2.10 \*\*\*

1.00 \*\*\*

9 **ENTER** 9 **ENTER** 9 **C** → 9.00 \*\*\*

9.00 \*\*\*

9.00 \*\*\*

2.00 \*\*\*

(Fehler)

9 **ENTER** 9 **ENTER** 9 **D** → 9.00 \*\*\*

9.00 \*\*\*

9.00 \*\*\*

1.00 \*\*\*

(Berichtigung)

0.45 **ENTER** 2,3 **ENTER** 4 **C** → 0.45 \*\*\*

2.30 \*\*\*

4.00 \*\*\*

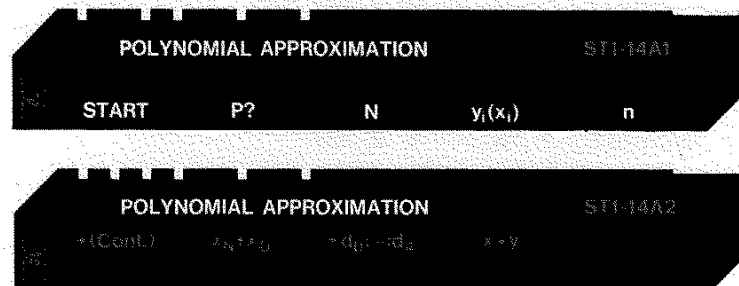
2.00 \*\*\*



1.8	ENTER↑	1.6	ENTER↑	4.1	C	→	1.80 ***	
							1.60 ***	
							4.10 ***	
							3.00 ***	
2.8	ENTER↑	4.5	ENTER↑	9.4	C	→	2.80 ***	
							4.50 ***	
							9.40 ***	
							4.00 ***	
E						→	-0.10 ***	(a)
R/S						→	0.79 ***	(b)
R/S						→	1.63 ***	(c)
f	a					→	1.00 ***	(R <sup>2</sup> )
DSP	9	PRINT x				→	0.998411259 ***	
DSP	2							
2	ENTER↑	3	f	b		→	2.00 ***	
							3.00 ***	
							6.37 ***	(z)
f	c					→	6.55 ***	(Σx <sub>i</sub> )
R/S						→	9.10 ***	(Σy <sub>i</sub> )
R/S						→	19.60 ***	(Σz <sub>i</sub> )
f	d					→	13.53 ***	(Σx <sub>i</sub> )
R/S						→	28.59 ***	(Σy <sub>i</sub> <sup>2</sup> )
R/S						→	125.58 ***	(Σz <sub>i</sub> <sup>2</sup> )
f	e					→	17.57 ***	(Σx <sub>i</sub> y <sub>i</sub> )
R/S						→	38.65 ***	(Σx <sub>i</sub> z <sub>i</sub> )
R/S						→	59.53 ***	(Σy <sub>i</sub> z <sub>i</sub> )

Regressionsgerade:  $x = -0.10 + 0.79x + 1.63y$ .  
 Für  $x = 2$  und  $y = 3$  ergibt sich  $z = 6.37$ .

## Approximation von Funktionen durch Polynome



Angenommen,  $x_0, x_1, \dots, x_N$  sind Punkte gleichen Abstands ( $x_0 < x_N$ ), an denen die Werte  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$  der Funktion  $f(x)$  bekannt sind.

Das Programm paßt dieser diskret gegebenen Funktion dann ein Polynom vom Grad  $m$  ( $2 \leq m \leq 4$ ) an. Die Anpassung erfolgt nach der Kleinst-Quadrate-Methode unter Verwendung der speziellen Chebyshev-Polynome für diskrete Intervalle.

### Verwendete Formeln:

$f_n(x)$  seien orthogonale Polynome ( $x = 0, 1, 2, \dots, N$ ), so daß

$$f_0(x) = 1$$

$$f_1(x) = 1 - \frac{2x}{N} \quad \text{und}$$

$$(n+1)(N-n)f_{n+1}(x) = (2n+1)(N-2x)f_n(x) - n(N+n+1)f_{n-1}(x)$$

wobei  $n = 1, 2, \dots, m-1$ .

Es soll weiter gelten

$$(f_n, f_n) = \frac{(N+n+1)!(N-n)!}{(2n+1)(N!)^2}$$

$$(f, f_n) = \sum_{j=0}^n f_n(j) f(x_j)$$

und

$$a_n = \frac{(f, f_n)}{(f_n, f_n)}$$

Das Programm berechnet alle Werte von  $(f, f_n)$  für  $n = 0, 1, 2, 3, 4$ . Wenn der Grad  $m$  gleich 4 ist, werden alle Terme verwendet. Falls  $m = 3$ , wird  $(f, f_4)$  in späteren Rechnungen durch Null ersetzt; falls  $m = 2$ , werden sowohl  $(f, f_4)$  als auch  $(f, f_3)$  durch Null ersetzt.

$g_n(u)$  sei die symmetrische Form des orthogonalen Polynoms im Bereich  $-1 < u < 1$ , so daß gilt

$$g_0(u) = 1 \quad g_1(u) = u$$

und

$$g_{n+1}(u) = \frac{(2n+1)N}{(n+1)(N-n)} u g_n(u) - \frac{n(N+n+1)}{(n+1)(N-n)} g_{n-1}(u)$$

wobei  $n = 1, 2, \dots, m-1$ .

Das Programm berechnet die Koeffizienten des Polynoms

$$\sum_{n=0}^N a_n g_n(u) = b_0 + b_1 u + b_2 u^2 + b_3 u^3 + b_4 u^4 \quad (1)$$

Jetzt wird  $g_n(u)$  wie folgt auf ein passendes Intervall zwischen  $x_0$  und  $x_N$  verschoben

$$u = \beta + \alpha x$$

wobei

$$\alpha = -\frac{2}{x_N - x_0}$$

$$\beta = \frac{x_N + x_0}{x_N - x_0}$$

Die Transformation erfolgt in zwei Schritten. Als erstes wird  $z = u - \beta$  gesetzt. Damit wird (1) zu:

$$c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + c_4 z^4 \quad (2)$$

wobei

$$c_0 = b_0 + b_1 \beta + b_2 \beta^2 + b_3 \beta^3 + b_4 \beta^4$$

$$c_1 = b_1 + 2b_2 \beta + 3b_3 \beta^2 + 4b_4 \beta^3$$

$$c_2 = b_2 + 3b_3 \beta + 6b_4 \beta^2$$

$$c_3 = b_3 + 4b_4 \beta$$

$$c_4 = b_4$$

Jetzt wird  $z = \alpha x$  gesetzt, so daß (2) jetzt wie folgt aussieht:

$$d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + d_3 x^3 + d_4 x^4 \quad (3)$$

wobei  $d_i = \alpha^i c_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ).

(3) stellt das an die Funktion  $f(x)$  angepaßte Polynom dar.

**Anmerkung:**

Das Programm erfordert, daß  $N \geq 4$ .

**Literatur:**

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
4	N eingeben**	N	C <input type="text"/>	N
5	Führen Sie Zeile 6 für $i = 0, 1, 2, \dots, N$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie $y_i(x_i)$ ein	$y_i(x_i)$	D <input type="text"/>	i
7	Geben Sie n für eine Anpassung n-ten		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Grades ein	n	E <input type="text"/>	0.00
8	Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
9	Programmausführung fortsetzen		f a	1.00
10	Geben Sie ein $x_N$	$x_N$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
	und $x_0$	$x_0$	f b	
11	Berechnen Sie die Koeffizienten $d_j$		f c	$d_0$
			R/S <input type="text"/>	$d_1$
			R/S <input type="text"/>	$d_2$
			R/S <input type="text"/>	$d_3$
			R/S <input type="text"/>	$d_4$
12	Zur Berechnung eines y-Wertes		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(Schätzwert)	x	f d	$\hat{y}$
13	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 1		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	*Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	
	** N = Anzahl der Daten - 1		<input type="text"/> <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Passen Sie ein Polynom dritten Grades an folgende Daten an:

x	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
f(x)	2,72	3,49	4,48	5,75	7,39	9,49	12,18	15,64	20,09

(Anmerkung:  $f(x) = e^x$ .)

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

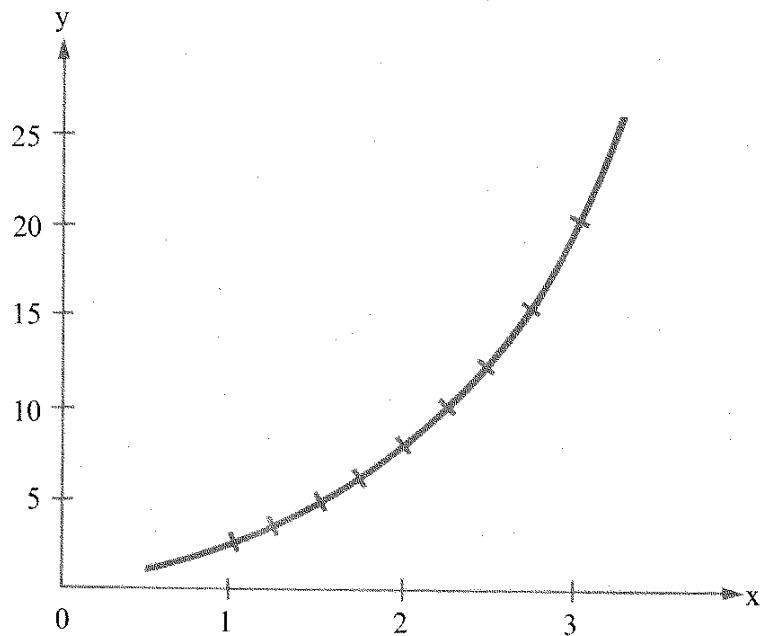
Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 ein

<b>A</b>	→	0.00 ***	
<b>B</b>	→	1.00 ***	
8 <b>C</b>	→	8.00 ***	(N)
2.72 <b>D</b>	→	2.72 ***	(x <sub>0</sub> )
		1.00 ***	
3.49 <b>D</b>	→	3.49 ***	
		2.00 ***	
4.48 <b>D</b>	→	4.48 ***	
		3.00 ***	
5.75 <b>D</b>	→	5.75 ***	
		4.00 ***	
7.39 <b>D</b>	→	7.39 ***	
		5.00 ***	
9.49 <b>D</b>	→	9.49 ***	
		6.00 ***	
12.18 <b>D</b>	→	12.18 ***	
		7.00 ***	
15.64 <b>D</b>	→	15.64 ***	
		8.00 ***	
20.09 <b>D</b>	→	20.09 ***	
		9.00 ***	
3 <b>E</b>	→	3.00 ***	(x)

Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 ein

<b>f</b> <b>a</b>	→	1.00 ***	
3 <b>ENTER</b> 1 <b>f</b> <b>b</b>	→	3.00 ***	( $x_N$ )
		1.00 ***	( $x_0$ )
<b>f</b> <b>c</b>	→	-1.79 ***	( $d_0$ )
<b>R/S</b>	→	7.03 ***	( $d_1$ )
<b>R/S</b>	→	-3.85 ***	( $d_2$ )
<b>R/S</b>	→	1.31 ***	( $d_3$ )
<b>R/S</b>	→	0.00 ***	( $d_4$ )
2 <b>f</b> <b>d</b>	→	2.00 ***	
		7.35 ***	( $\hat{y}$ )
3 <b>f</b> <b>d</b>	→	3.00 ***	
		20.06 ***	( $\hat{y}$ )
1 <b>f</b> <b>d</b>	→	1.00 ***	
		2.69 ***	( $\hat{y}$ )

Das Polynom hat die Form  $-1,79 + 7,03x - 3,85x^2 + 1,31x^3$ .



## Notizen

## t-Test

t STATISTICS					STI-15A
$x_i \text{ or } y_i (\Sigma +)$	$x_k \text{ or } y_k (\Sigma -)$	$d$	$\sim t_2: df_2$		
START	P?	$x_i + y_i (\Sigma +)$	$x_k + y_k (\Sigma -)$	$\rightarrow \bar{D}; s_D; \dots$	

**I. t-Test (gepaarte Stichproben)**

Gegeben ist eine Menge von Beobachtungspaaren zweier normalverteilter Grundgesamtheiten mit den (unbekannten) Mittelwerten  $\mu_1$  und  $\mu_2$ .

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$
$y_i$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_n$

Es sei

$$D_i = x_i - y_i$$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

$$s_D = \sqrt{\frac{\sum D_i^2 - \frac{1}{n} (\sum D_i)^2}{n-1}}$$

$$s_{\bar{D}} = \frac{s_D}{\sqrt{n}}$$

Die Testvariable

$$t = \frac{\bar{D}}{s_{\bar{D}}}$$

die  $n-1$  Freiheitsgrade besitzt, kann zum Testen der Nullhypothese

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

verwendet werden.

**Literatur:**

*Statistics in Research*, B. Ostle, Iowa State University Press, 1963.

**II. t-Test (unabhängige Stichproben)**

Angenommen,  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n1}\}$  und  $\{y_1, y_2, \dots, y_{n2}\}$  sind unabhängige Stichproben zweier normalverteilter Grundgesamtheiten mit den (unbekannten) Mittelwerten  $\mu_1$  und  $\mu_2$  und der gleichen unbekannten Varianz  $\sigma^2$ .



Wir wollen folgende Nullhypothese testen:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d$$

Hierzu definieren wir:

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i$$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - d}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n_1 \bar{x}^2 + \sum y_i^2 - n_2 \bar{y}^2}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

Wir verwenden diese Testvariable  $t$ , die der  $t$ -Verteilung mit  $n_1 + n_2 - 2$  Freiheitsgraden (df) folgt, um die Nullhypothese  $H_0$  zu testen.

**Anmerkung:**

$n_2$ ,  $\sum y_i$ ,  $\sum y_i^2$ ,  $n_1$ ,  $\sum x_i$  und  $\sum x_i^2$  stehen in den Speicherregistern  $R_1$  bis  $R_6$ .

**Literatur:**

*Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering*, K. A. Brownlee, John Wiley & Sons, 1965.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie für gepaarte Stichproben nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Gehen Sie für unabhängige Stichproben		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Führen Sie die Zeilen 7–8 für $i = 1, 2, \dots, n$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	Geben Sie ein: $x_i$	$x_i$	$\uparrow$ <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	C <input type="text"/>	i
8	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k$ einen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	folgt:	$x_k$	$\uparrow$ <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	D <input type="text"/>	$i-1$
9	Berechnen Sie: $\bar{D}$		E <input type="text"/>	$\bar{D}$
	$S_D$		R/S <input type="text"/>	$S_D$
	Testvariable t		R/S <input type="text"/>	t
	Anzahl der Freiheitsgrade		R/S <input type="text"/>	df
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Führen Sie die Zeilen 12–13 für $i = 1, 2, \dots, n_1$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie $x_i$ ein	$x_i$	f a <input type="text"/>	i
13	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_k$ ein		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	folgt:	$x_k$	f b <input type="text"/>	$i-1$
14	Geben Sie d ein	d	f c <input type="text"/>	d
15	Führen Sie die Zeilen 16–17 für $j = 1, 2, \dots, n_2$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
16	Geben Sie $y_j$ ein	$y_j$	f a <input type="text"/>	j
17	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $y_k$ ein		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	folgt:	$y_k$	f b <input type="text"/>	$i-1$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
18	Berechnen Sie $t$		<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="d"/>	$t$
	$df$		<input type="text" value="R/S"/> <input type="text"/>	$df$
19	Wenn Sie einen anderen Wert für $d$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	berücksichtigen wollen, geben Sie $d$ ein;	$d$	<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="b"/>	$d$
	berechnen Sie $t$		<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="d"/>	$t$
	$df$		<input type="text" value="R/S"/> <input type="text"/>	$df$
20	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		<input type="text" value="CLF"/> <input type="text"/>	
			<input type="text" value="0"/> <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

$x_i$	14	17,5	17	17,5	15,4
$y_i$	17	20,7	21,6	20,9	17,2

$$\bar{D} = -3,20$$

$$s_D = 1,00$$

$$t = -7,16$$

$$df = 4,00$$

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

**A** → 0.00 \*\*\*

**B** → 1.00 \*\*\*

AUTO-Modus

14 **ENTER↑** 17 **C** → 14.00 \*\*\*

17.00 \*\*\*

1.00 \*\*\*

17 **ENTER↑** 15 **C** → 17.00 \*\*\*

15.00 \*\*\*

(Fehler)

2.00 \*\*\*

17 **ENTER↑** 15 **D** → 17.00 \*\*\*

15.00 \*\*\*

(Berichtigung)

1.00 \*\*\*

17.5 **ENTER↑** 20.7 **C** → 17.50 \*\*\*

20.70 \*\*\*

2.00 \*\*\*

17	<b>ENTER↑</b> 21.6 <b>C</b>	→	17.00 ***	
			21.60 ***	
			3.00 ***	
17.5	<b>ENTER↑</b> 20.9 <b>C</b>	→	17.50 ***	
			20.90 ***	
			4.00 ***	
15.4	<b>ENTER↑</b> 17.2 <b>C</b>	→	15.40 ***	
			17.20 ***	
			5.00 ***	
<b>E</b>		→	-3.20 ***	( $\bar{D}$ )
<b>R/S</b>		→	1.00 ***	( $s_D$ )
<b>R/S</b>		→	-7.16 ***	( $t_1$ )
<b>R/S</b>		→	4.00 ***	( $df_1$ )

**Beispiel 2:**

x: 79, 84, 108, 114, 120, 103, 122, 120

y: 91, 103, 90, 113, 108, 87, 100, 80, 99, 54

$n_1 = 8$

$n_2 = 10$

Für  $d = 0$  (d. h.  $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ) ergibt sich  $t = 1,73$  und  $df = 16,00$ .

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b>	→ 0.00 ***	
<b>B</b>	→ 1.00 ***	AUTO-Modus
79 <b>f</b> <b>a</b>	→ 79.00 ***	
	1.00 ***	
84 <b>f</b> <b>a</b>	→ 84.00 ***	
	2.00 ***	
99 <b>f</b> <b>a</b>	→ 99.00 ***	(Fehler)
	3.00 ***	
99 <b>f</b> <b>b</b>	→ 99.00 ***	(Berichtigung)
	2.00 ***	
108 <b>f</b> <b>a</b>	→ 108.00 ***	
	3.00 ***	
114 <b>f</b> <b>a</b>	→ 114.00 ***	
	4.00 ***	
120 <b>f</b> <b>a</b>	→ 120.00 ***	
	5.00 ***	
103 <b>f</b> <b>a</b>	→ 103.00 ***	
	6.00 ***	
122 <b>f</b> <b>a</b>	→ 122.00 ***	
	7.00 ***	
120 <b>f</b> <b>a</b>	→ 120.00 ***	
	8.00 ***	

0	<b>f</b>	<b>c</b>	→	0.00 ***	(d)
91	<b>f</b>	<b>a</b>	→	91.00 ***	
				1.00 ***	
103	<b>f</b>	<b>a</b>	→	103.00 ***	
				2.00 ***	
90	<b>f</b>	<b>a</b>	→	90.00 ***	
				3.00 ***	
113	<b>f</b>	<b>a</b>	→	113.00 ***	
				4.00 ***	
108	<b>f</b>	<b>a</b>	→	108.00 ***	
				5.00 ***	
87	<b>f</b>	<b>a</b>	→	87.00 ***	
				6.00 ***	
100	<b>f</b>	<b>a</b>	→	100.00 ***	
				7.00 ***	
80	<b>f</b>	<b>a</b>	→	80.00 ***	
				8.00 ***	
99	<b>f</b>	<b>a</b>	→	99.00 ***	
				9.00 ***	
54	<b>f</b>	<b>a</b>	→	54.00 ***	
				10.00 ***	
<b>f</b>	<b>d</b>		→	1.73 ***	(t)
<b>R/S</b>			→	16.00 ***	(df)

## Chi-Quadrat-Test

CHI-SQUARE EVALUATION				STI-16A
O <sub>i</sub> (Σ+)	O <sub>k</sub> (Σ-)	+χ <sub>2</sub> <sup>2</sup>	-E	
START	P?	O <sub>i</sub> •E <sub>i</sub> (Σ+)	O <sub>k</sub> •E <sub>k</sub> (Σ-)	+χ <sub>1</sub> <sup>2</sup>

Dieses Programm ermittelt den Wert der  $\chi^2$ -Testvariablen als Maß für die Güte der Anpassung nach folgender Gleichung:

$$\chi_1^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

wobei:  $O_i$  = beobachtete (absolute) Häufigkeit

$E_i$  = erwartete (theoretische) Häufigkeit

Die  $\chi^2$ -Testvariable liefert eine Aussage über das Maß der Übereinstimmung zwischen den absoluten und theoretischen Häufigkeiten.

Wenn die Erwartungswerte alle gleich sind

$$\left( E = E_i = \frac{\sum O_i}{n} \text{ für alle } i \right)$$

dann gilt:

$$\chi_2^2 = \frac{n \sum O_i^2}{\sum O_i} - \sum O_i$$

### Anmerkung:

Um den Test für die Güte der Anpassung auf gegebene Beobachtungsdaten anwenden zu können, wird es mitunter nötig sein, einige Klassen zusammenzufassen, um sicherzustellen, daß jede einzelne erwartete Häufigkeit nicht zu klein (nicht kleiner als 5) ist.

### Literatur:

*Mathematical Statistics*, J. E. Freund, Prentice Hall, 1962.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie für gleiche Erwartungswerte		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 10		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie die Zeilen 6 – 7 für $i = 1, 2, \dots, n$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie ein: $O_i$	$O_i$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$O_i$
	$E_i$	$E_i$	C <input type="text"/>	i
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $O_k$ bzw. $E_k$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	wie folgt:	$O_k$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$O_k$
		$E_k$	D <input type="text"/>	i – 1
8	Berechnen Sie $\chi_1^2$		E <input type="text"/>	$\chi_1^2$
9	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
10	Führen Sie für gleiche Erwartungswerte die		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeilen 11 – 12 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Geben Sie $O_i$ ein	$O_i$	f <input type="text"/> a	i
12	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $O_k$ ein		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	folgt:	$O_k$	f <input type="text"/> b	i – 1
13	Berechnen Sie $\chi_2^2$		f <input type="text"/> c	$\chi_2^2$
	E		f <input type="text"/> d	E
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie  $\chi^2$  als Maß für die Güte der Anpassung für folgende Daten:

$O_i$	8	50	47	56	5	14
$E_i$	9,6	46,75	51,85	54,4	8,25	9,15

$$\chi^2 = 4,84$$

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
8 <b>ENTER</b> 9.6 <b>C</b> →	8.00 ***	
	9.60 ***	
	1.00 ***	
50 <b>ENTER</b> 46.75 <b>C</b> →	50.00 ***	
	46.75 ***	
	2.00 ***	
47 <b>ENTER</b> 51.85 <b>C</b> →	47.00 ***	
	51.85 ***	
	3.00 ***	
56 <b>ENTER</b> 54.4 <b>C</b> →	56.00 ***	
	54.40 ***	
	4.00 ***	
5 <b>ENTER</b> 8.25 <b>C</b> →	5.00 ***	
	8.25 ***	
	5.00 ***	
100 <b>ENTER</b> 100 <b>C</b> →	100.00 ***	(Fehler)
	100.00 ***	
	6.00 ***	
100 <b>ENTER</b> 100 <b>D</b> →	100.00 ***	(Berichtigung)
	100.00 ***	
	5.00 ***	
14 <b>ENTER</b> 9.15 <b>C</b> →	14.00 ***	
	9.15 ***	
	6.00 ***	
<b>E</b> →	4.84 ***	$(\chi^2)$

**Beispiel 2:**

In der folgenden Tabelle stehen die Häufigkeiten, mit der bei 120-maligem Würfeln die Augenzahlen 1 bis 6 auftraten (beobachtete Häufigkeiten). Geht man von der Erwartung gleicher (theoretischer) Häufigkeiten aus, also  $E = 20$ , so kann man mit Hilfe der Chi-Quadrat-Testvariablen  $\chi^2$  die Qualität des Würfels prüfen.



Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit $O_i$	25	17	15	23	24	16

$$\chi^2 = 5,00$$

$$E = 20,00$$

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
25 <b>f</b> <b>a</b> →	25.00 ***	
	1.00 ***	
17 <b>f</b> <b>a</b> →	17.00 ***	
	2.00 ***	
19 <b>f</b> <b>a</b> →	19.00 ***	(Fehler)
	3.00 ***	
19 <b>f</b> <b>b</b> →	19.00 ***	(Berichtigung)
	2.00 ***	
15 <b>f</b> <b>a</b> →	15.00 ***	
	3.00 ***	
23 <b>f</b> <b>a</b> →	23.00 ***	
	4.00 ***	
24 <b>f</b> <b>a</b> →	24.00 ***	
	5.00 ***	
16 <b>f</b> <b>a</b> →	16.00 ***	
	6.00 ***	
<b>f</b> <b>c</b> →	5.00 ***	$(\chi^2)$
<b>f</b> <b>d</b> →	20.00 ***	(E)

## Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest)

CONTINGENCY TABLE				ST1-17A
P?	2xk: $x_{1j}, \dots, (C_j)$	$x_{1j}, \dots, (Z_j)$	$\rightarrow \chi^2; C_c$	$\rightarrow R_1; R_2; \dots$
START	2xk: $x_{1j}, \dots, (C_j)$	$x_{1j}, \dots, (\Sigma -)$	$\rightarrow \chi^2; C_c$	$\rightarrow R_1; R_2; T$

### I. $2 \times k$ -Kontingenztafel

Mit Hilfe von Kontingenztafeln testet man die Nullhypothese auf die Unabhängigkeit zweier Variablen.

i \ j	1	2	...	k	Summen
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1k}$	$R_1$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2k}$	$R_2$
Summen	$C_1$	$C_2$	...	$C_k$	$T$

Testgröße:

$$\chi^2 = \frac{T}{R_1} \sum_{i=1}^k \frac{x_{1i}^2}{C_i} + \frac{T}{R_2} \sum_{i=1}^k \frac{x_{2i}^2}{C_i} - T$$

Anzahl der Freiheitsgrade =  $df = k - 1$ .

Der Kontingenz-Koeffizient  $C_c$  von Pearson mißt den Grad der Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen.

$$C_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{T + \chi^2}}$$

### II. $3 \times k$ -Kontingenztafel

Kontingenztafeln werden zum Testen der Nullhypothese verwendet, daß zwei Variable voneinander unabhängig sind.

i \ j	1	2	...	k	Summen
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1k}$	$R_1$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2k}$	$R_2$
3	$x_{31}$	$x_{32}$	...	$x_{3k}$	$R_3$
Summen	$C_1$	$C_2$	...	$C_k$	$T$

Das Programm berechnet die  $\chi^2$ -Testgröße (mit  $2(k - 1)$  Freiheitsgraden), um die Unabhängigkeit der beiden Variablen zu prüfen. Außerdem wird der Kontingenz-Koeffizient  $C_c$  von Pearson berechnet, der den Grad der Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen mißt.

**Verwendete Formeln:**

Zeilensumme  $R_i = \sum_{j=1}^k x_{ij} \quad i = 1, 2, 3$

Spaltensumme  $C_i = \sum_{i=1}^3 x_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, k$

Gesamtsumme  $T = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k x_{ij}$

Chi-Quadrat Testgröße 
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k \frac{(x_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= T \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k \frac{x_{ij}^2}{R_i C_i} \right) - T$$

mit der erwarteten Häufigkeit  $E_{ij} = \frac{R_i C_i}{T}$

Kontingenz-Koeffizient  $C_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{T + \chi^2}}$

**Literatur:**

B. Ostle, *Statistics in Research*, Iowa State University Press, 1972.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		f a	1.00
4	Gehen Sie für $2 \times k$ nach Zeile 5 oder für		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$3 \times k$ nach Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie die Zeilen 6–7 für $j = 1, 2, \dots, k$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie ein $x_{1j}$	$x_{1j}$	↑ <input type="text"/>	$x_{1j}$
	$x_{2j}$	$x_{2j}$	B <input type="text"/>	j
	Auf Wunsch: Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_j$		R/S <input type="text"/>	$C_j$
7	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_{1k}$ bzw.		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$x_{2k}$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	wie folgt:	$x_{1k}$	↑ <input type="text"/>	$x_{1k}$
		$x_{2k}$	C <input type="text"/>	$i-1$
	Auf Wunsch: Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_k$ (Berichtigung)		R/S <input type="text"/>	$C_k$
8	Berechnen Sie $\chi^2$		D <input type="text"/>	$\chi^2$
	$C_c$		R/S <input type="text"/>	$C_c$
9	Berechnen Sie Zeilensumme $R_1$		E <input type="text"/>	$R_1$
	$R_2$		R/S <input type="text"/>	$R_2$
	Gesamtsumme T		R/S <input type="text"/>	T
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Führen Sie die Zeilen 12–13 für $j = 1, 2, \dots, k$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie ein $x_{1j}$	$x_{1j}$	↑ <input type="text"/>	$x_{1j}$
	$x_{2j}$	$x_{2j}$	↑ <input type="text"/>	$x_{2j}$
	$x_{3j}$	$x_{3j}$	f b	j
	Auf Wunsch: Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_j$		R/S <input type="text"/>	$C_j$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
13	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{1k}$ oder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$x_{2k}$ einen Fehler gemacht haben, können Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	wie folgt korrigieren:	$x_{1k}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$x_{1k}$
		$x_{2k}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$x_{2k}$
		$x_{3k}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$j-1$
	Auf Wunsch: Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_k$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$-C_k$
14	Berechnen Sie $\chi^2$		<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$\chi^2$
	$C_c$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$C_c$
15	Berechnen Sie Zeilensummen $R_1$		<input type="text"/> f <input type="text"/> e	$R_1$
	$R_2$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$R_2$
	$R_3$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$R_3$
	Gesamtsumme T		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	T
16	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> CLF <input type="text"/>	
			<input type="text"/> 0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Im Rahmen einer Erhebung wurden 250 Männer und 250 Frauen daraufhin befragt, ob sie gerne einen Fernsehempfänger besitzen möchten. Dabei erhielt man die nachfolgenden Daten. Prüfen Sie das Ergebnis der Umfrage; verwenden Sie dazu das vorliegende Programm.

Ergebnis der Umfrage	Männer	Frauen	Summe
Möchten einen Fernseher besitzen	80	120	200
Möchten keinen Fernseher besitzen	170	130	300
Summe	250	250	

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck****A** → 0.00 \*\*\***f** **a** → 1.00 \*\*\*80 **ENTER** 170 **B** → 80.00 \*\*\*

170.00 \*\*\*

1.00 \*\*\*

AUTO-Modus

120 **ENTER↑** 130 **B** → 120.00 \*\*\*  
 130.00 \*\*\*  
 2.00 \*\*\*  
**D** → 13.33 \*\*\* ( $\chi^2$ )

$$\chi^2 = 13,33 > \chi^2_{0,99(1)} = 6,63.$$

Die Hypothese, daß der Wunsch nach einem eigenen Fernsehgerät vom Geschlecht unabhängig ist, muß demnach verworfen werden.

### Beispiel 2:

Berechnen Sie zu den folgenden Daten den Wert der Testgröße  $\chi^2$  und den Kontingenz-Koeffizienten  $C_c$ .

	1	2	3
A	2	5	4
B	3	8	7

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
2 <b>ENTER↑</b> 3 <b>B</b> →	2.00 ***	
	3.00 ***	
	1.00 ***	
<b>R/S</b> →	5.00 ***	( $C_1$ )
5 <b>ENTER↑</b> 8 <b>B</b> →	5.00 ***	
	8.00 ***	
	2.00 ***	
<b>R/S</b> →	13.00 ***	( $C_2$ )
6 <b>ENTER↑</b> 9 <b>B</b> →	6.00 ***	(Fehler)
	9.00 ***	
	3.00 ***	
<b>R/S</b> →	15.00 ***	( $C_3$ )
6 <b>ENTER↑</b> 9 <b>C</b> →	6.00 ***	(Berichtigung)
	9.00 ***	
	2.00 ***	
<b>R/S</b> →	-15.00 ***	( $-C_3$ )
4 <b>ENTER↑</b> 7 <b>B</b> →	4.00 ***	
	7.00 ***	
	3.00 ***	
<b>R/S</b> →	11.00 ***	( $C_3$ )
<b>D</b> →	0.02 ***	( $\chi^2$ )
<b>R/S</b> →	0.03 ***	( $C_c$ )
<b>E</b> →	11.00 ***	( $R_1$ )
<b>R/S</b> →	18.00 ***	( $R_2$ )
<b>R/S</b> →	29.00 ***	( $T$ )

**Beispiel 3:**

Gegeben sind die folgenden Daten; berechnen Sie  $\chi^2$  und den Kontingenz-Koeffizienten  $C_c$ .

i \ j	1	2	3	4
1	36	67	49	58
2	31	60	49	54
3	58	87	80	68

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

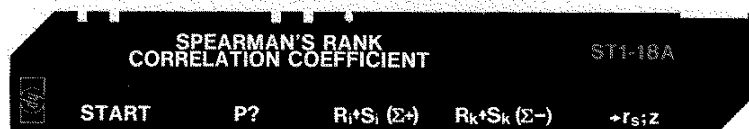
<b>A</b> _____	→	0.00	
<b>f</b> <b>a</b> _____	→	1.00	
36 <b>ENTER</b> 31 <b>ENTER</b> 58 <b>f</b> <b>b</b> _____	→	36.00 ***	
		31.00 ***	
		58.00 ***	
		1.00 ***	
<b>R/S</b> _____	→	125.00 ***	(C <sub>1</sub> )
67 <b>ENTER</b> 60 <b>ENTER</b> 87 <b>f</b> <b>b</b> _____	→	67.00 ***	
		60.00 ***	
		87.00 ***	
		2.00 ***	
<b>R/S</b> _____	→	214.00 ***	(C <sub>2</sub> )
4 <b>ENTER</b> 49 <b>ENTER</b> 80 <b>f</b> <b>b</b> _____	→	4.00 ***	
		49.00 ***	(Fehler)
		80.00 ***	
		3.00 ***	
<b>R/S</b> _____	→	133.00 ***	(C <sub>3</sub> )
4 <b>ENTER</b> 49 <b>ENTER</b> 80 <b>f</b> <b>c</b> _____	→	4.00 ***	
		49.00 ***	(Berichtigung)
		80.00 ***	
		2.00 ***	
<b>R/S</b> _____	→	-133.00 ***	(-C <sub>3</sub> )
49 <b>ENTER</b> 49 <b>ENTER</b> 80 <b>f</b> <b>b</b> _____	→	49.00 ***	
		49.00 ***	
		80.00 ***	
		3.00 ***	
<b>R/S</b> _____	→	178.00 ***	(C <sub>3</sub> )
58 <b>ENTER</b> 54 <b>ENTER</b> 68 <b>f</b> <b>b</b> _____	→	58.00 ***	
		54.00 ***	
		68.00 ***	
		4.00 ***	
<b>R/S</b> _____	→	180.00 ***	(C <sub>4</sub> )
<b>f</b> <b>d</b> _____	→	3.36 ***	( $\chi^2$ )
<b>R/S</b> _____	→	0.07 ***	(C <sub>c</sub> )
<b>f</b> <b>e</b> _____	→	210.00 ***	(R <sub>1</sub> )

<b>R/S</b>	→	<b>194.00 ***</b>	(R <sub>2</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>293.00 ***</b>	(R <sub>3</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>697.00 ***</b>	(T)



## Notizen

## Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient



Der Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient ist unter folgenden Umständen ein Maß für die Rangkorrelation:  $n$  Individuen werden bezüglich spezieller Merkmale von zwei Beobachtern in Klassen von 1 bis  $n$  eingeordnet. Hierbei ist von Interesse, ob die beiden Einteilungen in Ränge im wesentlichen übereinstimmen.

Der Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient ist wie folgt definiert:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n D_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

wobei  $n$  = Anzahl der Datenpaare  $(x_i, y_i)$

$D_i$  = Differenz der entsprechenden Rangnummern eines Paares (ordinale Messung)

$D_i = \text{Rang}(x_i) - \text{Rang}(y_i) = R_i - S_i$

Sind die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ , von denen die  $n$  beobachteten Paare stammen, unabhängig, dann hat  $r_s$  den Mittelwert 0 und die Varianz  $1/(n-1)$ .

Für den Test der Nullhypothese

$H_0$ :  $X$  und  $Y$  sind unabhängig

gilt  $z = r_s \sqrt{n-1}$

$z$  stellt eine näherungsweise standardisiert normalverteilte Variable dar (soweit  $n$  ausreichend groß, etwa  $n \geq 10$ ).

Wird die Nullhypothese auf Unabhängigkeit nicht verworfen, können wir folgern, daß der Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheit  $\rho(x, y) = 0$  ist.

Aus der Abhängigkeit der Variablen folgt allerdings nicht notwendigerweise, daß  $\rho(x, y) \neq 0$ .

### Anmerkung:

$-1 \leq r_s \leq 1$ , wobei  $r_s = 1$  die exakte Übereinstimmung der Rangordnung anzeigt;  $r_s = -1$  für die exakte Übereinstimmung bei gegenläufiger Rangordnung.

### Literatur:

*Nonparametric Statistical Inference*, J.D. Gibbons, McGraw Hill, 1971.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5–6 für $i = 1, 2, \dots, n$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Geben Sie ein: $R_i$	$R_i$	$\uparrow$ <input type="text"/>	$R_i$
	$S_i$	$S_i$	C <input type="text"/>	i
6	Wenn Sie bei der Eingabe von $R_k$ oder $S_k$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	wie folgt:	$R_k$	$\uparrow$ <input type="text"/>	$R_k$
		$S_k$	D <input type="text"/>	$i - 1$
7	Berechnen Sie: $r_s$		E <input type="text"/>	$r_s$
	z		R/S <input type="text"/>	z
8	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Die folgenden Punktzahlen sind die Ergebnisse von zwei Tests in einer Gruppe von Studenten. Berechnen Sie  $r_s$  und  $z$ .

Student	$x_i$ Mathematik- Note	$y_i$ Statistik- Note	$R_i$ Rang von $x_i$	$S_i$ Rang von $y_i$
1	82	81	6	7
2	67	75	14	11
3	91	85	3	4
4	98	90	1	2
5	74	80	11	8
6	52	60	15	15
7	86	94	4	1
8	95	78	2	9
9	79	83	9	6
10	78	76	10	10
11	84	84	5	5
12	80	69	8	13
13	69	72	13	12
14	81	88	7	3
15	73	61	12	14

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck****A** → 0.00 \*\*\***B** → 1.00 \*\*\*

AUTO-Modus

6 **ENTER** 7 **C** → 6.00 \*\*\*

7.00 \*\*\*

1.00 \*\*\*

14 **ENTER** 11 **C** → 14.00 \*\*\*

11.00 \*\*\*

2.00 \*\*\*

3 **ENTER** 4 **C** → 3.00 \*\*\*

4.00 \*\*\*

3.00 \*\*\*

1 **ENTER** 2 **C** → 1.00 \*\*\*

2.00 \*\*\*

4.00 \*\*\*

11 **ENTER** 8 **C** → 11.00 \*\*\*

8.00 \*\*\*

5.00 \*\*\*

5 **ENTER** 5 **C** → 5.00 \*\*\*

5.00 \*\*\*

6.00 \*\*\*

(Fehler)

5	ENTER↑ 5	D	→	5.00 ***	(Berichtigung)
				5.00 ***	
				5.00 ***	
15	ENTER↑ 15	C	→	15.00 ***	
				15.00 ***	
				6.00 ***	
4	ENTER↑ 1	C	→	4.00 ***	
				1.00 ***	
				7.00 ***	
2	ENTER↑ 9	C	→	2.00 ***	
				9.00 ***	
				8.00 ***	
9	ENTER↑ 6	C	→	9.00 ***	
				6.00 ***	
				9.00 ***	
10	ENTER↑ 10	C	→	10.00 ***	
				10.00 ***	
				10.00 ***	
5	ENTER↑ 5	C	→	5.00 ***	
				5.00 ***	
				11.00 ***	
8	ENTER↑ 13	C	→	8.00 ***	
				13.00 ***	
				12.00 ***	
13	ENTER↑ 12	C	→	13.00 ***	
				12.00 ***	
				13.00 ***	
7	ENTER↑ 3	C	→	7.00 ***	
				3.00 ***	
				14.00 ***	
12	ENTER↑ 14	C	→	12.00 ***	
				14.00 ***	
				15.00 ***	
E			→	0.76 ***	(r <sub>s</sub> )
R/S			→	2.85 **	(z)

## Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten



Bei der Qualitätskontrolle finden häufig Kontrollkarten Verwendung, die das Einhalten von Sollwerten überwachen helfen. Die Verwendung solcher Karten erleichtert das Erkennen und Abstellen von Produktionsabweichungen, die durch erklärbare Ursachen bedingt werden. Auf diese Weise läßt sich der Ausschuß und die Notwendigkeit der Nachbearbeitung von Teilen klein halten, d. h., die Produktionsqualität wird verbessert und der Aufwand für die Endkontrolle verringert.

Die  $\bar{x}$ - und R-Karte sind zwei häufig verwendete Hilfsmittel; sie befassen sich mit Meßdaten.

Angenommen,  $x_{ij}$  ist der j-te Datenpunkt der i-ten Stichprobe,  $i = 1, 2, \dots, m$  und  $j = 1, 2, \dots, n$ . Dieses Programm berechnet (1) den Stichprobenmittelwert  $\bar{x}_i$  und die Stichproben-Spannweite  $R_i$ , (2) den Gesamt-Mittelwert  $\bar{\bar{x}}$  und die Gesamt-Spannweite  $\bar{R}$ , (3) die obere Kontrollgrenze  $U_{\bar{x}}$  und die untere Kontrollgrenze  $L_{\bar{x}}$  für  $\bar{x}$  und (4) die obere Kontrollgrenze  $U_R$  und die untere Kontrollgrenze  $L_R$  für R.

### Verwendete Formeln:

$$1. \quad \bar{x}_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}/n$$

$$R_i = x_{\max} - x_{\min}$$

wobei  $x_{\max}$  und  $x_{\min}$  das Maximum und Minimum des x-Wertes in der i-ten Stichprobe sind.

$$2. \quad \bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^m \bar{x}_i/m$$

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^m R_i/m$$

$$3. \quad L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$U_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

wobei  $A_2$  der Faktor der  $\bar{x}$ -Karte ist, der in der nachfolgenden Tabelle zu finden ist.

$$4. \quad L_R = D_3 \bar{R}$$

$$U_R = D_4 \bar{R}$$

$D_3$  und  $D_4$  sind Faktoren für die R-Karte, die ebenfalls in der Tabelle aufgeführt sind.

Stichproben- umfang n	Faktoren für $\bar{x}$ -Karte $A_2$	Faktoren für R-Karte	
		Untere Grenze $D_3$	Obere Grenze $D_4$
2	1,88	0	3,27
3	1,02	0	2,57
4	0,73	0	2,28
5	0,58	0	2,11
6	0,48	0	2,00
7	0,42	0,08	1,92
8	0,37	0,14	1,86
9	0,34	0,18	1,82
10	0,31	0,22	1,78
11	0,29	0,26	1,74
12	0,27	0,28	1,72
13	0,25	0,31	1,69
14	0,24	0,33	1,67
15	0,22	0,35	1,65
16	0,21	0,36	1,64
17	0,20	0,38	1,62
18	0,19	0,39	1,61
19	0,19	0,40	1,60
20	0,18	0,41	1,59

Alle Faktoren basieren auf der Normalverteilung

Die Tabelle wurde mit Genehmigung der McGraw-Hill Book Company aus *Statistical Quality Control*, by Grand and Leavenworth, 1972, entnommen.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5–9 für $i = 1, 2, \dots, m$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie die Zeilen 6–7 für $j = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	C <input type="text"/>	j
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{ik}$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt**:	$x_{ik}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_{ik}$	D <input type="text"/>	j – 1
8	Berechnen Sie: $x_{\max}$		E <input type="text"/>	$x_{\max}$
	$x_{\min}$		E <input type="text"/>	$x_{\min}$
9	Berechnen Sie: Mittelwert $\bar{x}_i$		f <input type="text"/> a	$\bar{x}_i$
	Spannweite $R_i$		f <input type="text"/> a	$R_i$
10	Berechnen Sie: $\bar{x}$		f <input type="text"/> b	$\bar{x}$
	$\bar{R}$		f <input type="text"/> b	$\bar{R}$
11	Berechnen Sie die $\bar{x}$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Grenzen: obere Grenze	$A_2$	f <input type="text"/> c	$L_{\bar{x}}$
	untere Grenze		f <input type="text"/> c	$U_{\bar{x}}$
12	Berechnen Sie $L_R$	$D_3$	f <input type="text"/> d	$L_R$
13	Berechnen Sie $U_R$	$D_4$	f <input type="text"/> e	$U_R$
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			1 <input type="text"/>	
			STO <input type="text"/>	
			E <input type="text"/>	
	** Anmerkung: Wenn Sie mehrere aufeinanderfolgende Werte $x_{ik}$ fehlerhaft eingeben haben, ist von Zeile 2 an erneut zu beginnen.		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	



**Beispiel:**

Berechnen Sie zu den nachfolgenden Daten die oberen und unteren Kontrollgrenzen für  $\bar{x}$  und R.

Stichprobe	i \ j	1	2	3	4	5
		1	2	3	4	5
1	1	10,04	10,00	10,02	10,01	10,02
2	2	10,00	10,01	10,03	10,02	10,01
3	3	10,02	10,02	10,02	10,04	10,01

(Anmerkung:  $n = 5$ ,  $A_2 = 0,58$ ,  $D_3 = 0$ ,  $D_4 = 2,11$ .)

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

**A** → 0.00 \*\*\*

**B** → 1.00 \*\*\*

AUTO-Modus

10.04 **C** → 10.04 \*\*\*

1.00 \*\*\*

10 **C** → 10.00 \*\*\*

2.00 \*\*\*

10.02 **C** → 10.02 \*\*\*

3.00 \*\*\*

11.11 **C** → 11.11 \*\*\*

(Fehler)

4.00 \*\*\*

11.11 **D** → 11.11 \*\*\*

(Berichtigung)

3.00 \*\*\*

10.01 **C** → 10.01 \*\*\*

4.00 \*\*\*

10.02 **C** → 10.02 \*\*\*

5.00 \*\*\*

**E** → 10.04 \*\*\*

( $x_{1 \max}$ )

**E** → 10.00 \*\*\*

( $x_{1 \min}$ )

**f** **a** → 10.02 \*\*\*

( $\bar{x}_1$ )

**f** **a** → 0.04 \*\*\*

( $R_1$ )

10 **C** → 10.00 \*\*\*

1.00 \*\*\*

10.01 **C** → 10.01 \*\*\*

2.00 \*\*\*

10.03 **C** → 10.03 \*\*\*

3.00 \*\*\*

10.02 **C** → 10.02 \*\*\*

4.00 \*\*\*

10.01 **C** → 10.01 \*\*\*

5.00 \*\*\*

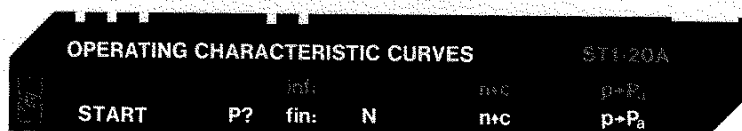
<b>E</b>	→	10.03 ***	( $x_{2 \max}$ )
<b>E</b>	→	10.00 ***	( $x_{2 \min}$ )
<b>f</b> <b>a</b>	→	10.01 ***	( $\bar{x}_2$ )
<b>f</b> <b>a</b>	→	0.03 ***	( $R_2$ )
10.02 <b>c</b>	→	10.02 ***	
		1.00 ***	
10.02 <b>c</b>	→	10.02 ***	
		2.00 ***	
10.04 <b>c</b>	→	10.04 ***	(Fehler)
		3.00 ***	
10.04 <b>D</b>	→	10.04 ***	(Berichtigung)
		2.00 ***	
10.02 <b>c</b>	→	10.02 ***	
		3.00 ***	
10.04 <b>c</b>	→	10.04 ***	
		4.00 ***	
10.01 <b>c</b>	→	10.01 ***	
		5.00 ***	
<b>E</b>	→	10.04 ***	( $x_{3 \max}$ )
<b>E</b>	→	10.01 ***	( $x_{3 \min}$ )
<b>f</b> <b>a</b>	→	10.02 ***	( $\bar{x}_3$ )
<b>f</b> <b>a</b>	→	0.03 ***	( $R_3$ )
<b>f</b> <b>b</b>	→	10.02 ***	( $\bar{x}$ )
<b>f</b> <b>b</b>	→	0.03 ***	( $R$ )
0.58 <b>f</b> <b>c</b>	→	10.00 ***	( $L_{\bar{x}}$ )
<b>f</b> <b>c</b>	→	10.04 ***	( $U_{\bar{x}}$ )
0 <b>f</b> <b>d</b>	→	0.00 ***	( $L_R$ )
2.11 <b>f</b> <b>d</b>	→	0.07 ***	( $U_R$ )

**Literatur:**

Grant and Leavenworth, *Statistical Quality Control*, McGraw-Hill, 1972.

## Notizen

## Operations-Charakteristik



Dieses Programm berechnet die Annahmewahrscheinlichkeit  $P_a$  für eine einzelne Stichprobe mit endlicher oder unendlicher Herstellungslosgröße.

### Verwendete Formeln:

#### 1. Endliche Losgröße

Die Wahrscheinlichkeit  $P_a$  wird mit Hilfe der hypergeometrischen Verteilung berechnet. Die Losgröße  $N$ , der Stichprobenumfang  $n$  und die Annahmegröße  $c$  (maximal erlaubte Anzahl von fehlerhaften Elementen in der Stichprobe) müssen gegeben sein. Die Wahrscheinlichkeit  $P_a$ , dies ist die Ordinate der Annahmekennlinie vom Typ A, kann für verschiedene Werte  $p$  des Ausschußanteils an der Partie berechnet werden.

$$P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$$

$$f(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

wobei  $f(x)$  die Dichtefunktion der hypergeometrischen Verteilung ist;  $M$  bezeichnet die Anzahl fehlerhafter Teile in einem Los, die als ganzzahliger Teil von  $Np$  berechnet wird.

Mit Hilfe der Rekursionsformel

$$f(x+1) = \frac{(x-M)(x-n)}{(x+1)(N-M-n+x+1)} f(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

wird die Wahrscheinlichkeit  $P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$

$$\text{mit dem Anfangswert } f(0) = \frac{\binom{N-M}{n}}{\binom{N}{n}}$$

berechnet. Der Binomialkoeffizient  $\binom{N}{n}$  wird nach folgender Formel berechnet:

$$\binom{N}{n} = \frac{N(N-1) \dots (N-n+1)}{1 \times 2 \times \dots \times n}$$

## 2. Unendliche Losgröße

Hier berechnet sich die Wahrscheinlichkeit  $P_a$  mit Hilfe der Binomialverteilung. Der Stichprobenumfang  $n$  und die Annahmegröße  $c$  sind vorzugeben. Die Wahrscheinlichkeit  $P_a$ , dies ist die Ordinate der Annahmekennlinie vom Typ B, kann für verschiedene Werte  $p$  des Ausschußanteils an der Partie berechnet werden.

$$P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$$

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

wobei  $0 \leq p < 1$ .

Die Rekursionsformel

$$f(x+1) = \frac{p(n-x)}{(x+1)(1-p)} f(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

wird zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit  $P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$

mit dem Anfangswert  $f(0) = (1-p)^n$  verwendet.

### Anmerkungen:

1. Das Programm erfordert, daß  $0 \leq p < 1$ .
2. Für die Kurve vom Typ A (endliche Losgröße) gilt: wenn  $c = 0$ , dann  $P_a = f(0)$ .
3. Bei bestimmten Kombinationen von  $N$ ,  $n$  und  $c$  (vor allem, wenn diese Werte groß sind), kann ein Überlauf auftreten. Das Programm hält in diesem Fall mit der Anzeige 9.999999999 99 an.
4. Im Fall einer endlichen Losgröße (Typ A) hängt die Rechenzeit im wesentlichen vom Stichprobenumfang  $n$  und von der Annahmegröße  $c$  ab; je größer diese Werte sind, desto länger benötigt das Programm zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit.

5. Die Annahmekennlinie vom Typ A ist eigentlich eine Menge diskreter Punkte, da die Anzahl fehlerhafter Teile zwangsweise ganzzahlig ist. Diese Punkte rücken für große Losgrößen sehr dicht zusammen, so daß eine praktisch stetige Kurve entsteht.

Die Annahmekennlinien vom Typ B können als Annäherung an die Kurven des Typs A angesehen werden, wenn der Stichprobenumfang  $n$  im Vergleich zur Losgröße  $N$  klein ist (i. d. R., wenn  $n/N \leq 0,1$ ).

6. Solange das Verhältnis  $n/N$  klein ist, hat die Losgröße  $N$  nur einen geringen Einfluß auf die Annahmekennlinie vom Typ A. Der Stichprobenumfang  $n$  ist für die Kurve vom Typ A von wesentlich größerer Bedeutung.

Die Annahmegröße  $c$  hat im Fall der Kurve vom Typ B für jeden gegebenen Defektanteil  $p$  einen sehr starken Einfluß auf die Annahmewahrscheinlichkeit.

#### **Literatur:**

1. Dodge and Romig, *Sampling Inspection Tables*, John Wiley and Sons, 1959.
2. Grand and Leavenworth, *Statistical Quality Control*, McGraw-Hill, 1972.

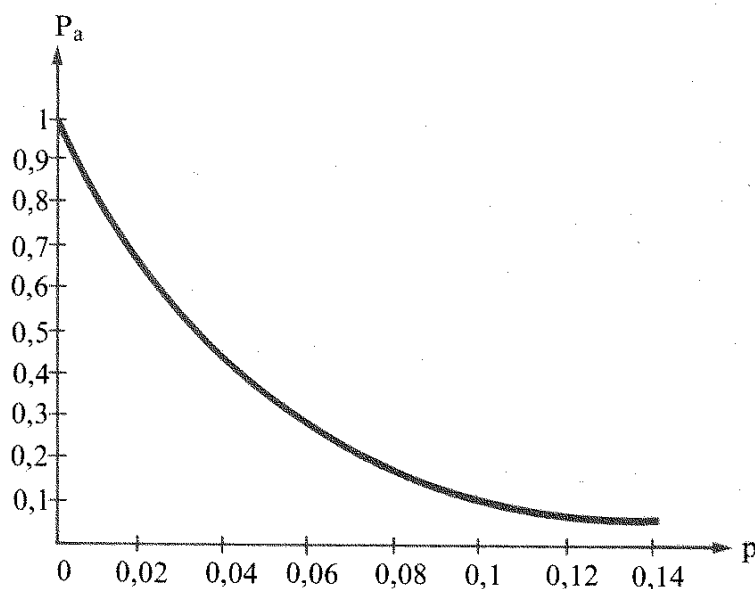
Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie für eine unendliche Losgröße		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(Typ B) nach Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie für eine endliche Losgröße		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(Typ A) die folgenden Schritte aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie die Losgröße ein	N	C <input type="text"/>	N
7	Geben Sie ein: Stichprobenumfang n	n	↑ <input type="text"/>	n
	Annahmegröße c	c	D <input type="text"/>	c
8	Berechnen Sie die Annahmewahrschein-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	lichkeit $P_a$	p	E <input type="text"/>	$P_a$
9	Gehen Sie für einen neuen Wert P nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/>	
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Geben Sie ein: Stichprobenumfang n	n	↑ <input type="text"/>	n
	Annahmegröße c	c	f <input type="text"/> d <input type="text"/>	c
12	Berechnen Sie die Annahmewahrschein-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	lichkeit $P_a$	p	f <input type="text"/> e <input type="text"/>	$P_a$
13	Gehen Sie für einen neuen Wert P nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 12		<input type="text"/> <input type="text"/>	
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel' 1:**

Berechnen Sie die Annahmekennlinie vom Typ A für folgende Stichprobe:  $N = 200$ ,  $n = 20$ ,  $c = 0$  (berechnen Sie  $P_a$  für  $p = 0, 0,02, 0,04, 0,06, 0,08, 0,1, 0,12$  und  $0,14$ ).

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	<b>0.00 ***</b>	AUTO-Modus (N) (n) (c)
<b>B</b> →	<b>1.00 ***</b>	
200 <b>C</b> →	<b>200.00 ***</b>	
20 <b>ENTER</b> 0 <b>D</b> →	<b>20.00 ***</b>	
0 <b>E</b> →	<b>0.00 ***</b>	
	<b>1.00 ***</b>	
0.02 <b>E</b> →	<b>0.02 ***</b>	
	<b>0.65 ***</b>	
0.04 <b>E</b> →	<b>0.04 ***</b>	
	<b>0.42 ***</b>	
0.06 <b>E</b> →	<b>0.06 ***</b>	
	<b>0.27 ***</b>	
0.08 <b>E</b> →	<b>0.08 ***</b>	
	<b>0.17 ***</b>	
0.1 <b>E</b> →	<b>0.10 ***</b>	
	<b>0.11 ***</b>	
0.12 <b>E</b> →	<b>0.12 ***</b>	
	<b>0.07 ***</b>	
0.14 <b>E</b> →	<b>0.14 ***</b>	
	<b>0.04 ***</b>	



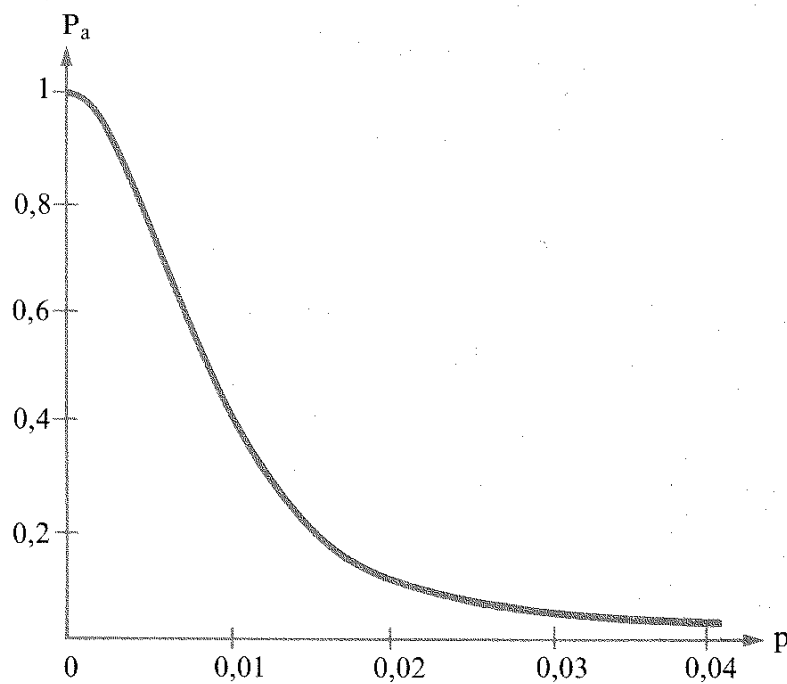


**Beispiel 2:**

Ermitteln Sie die Annahmekennlinie vom Typ B für  $n = 200$  und  $c = 1$  (berechnen Sie  $P_a$  für  $p = 0, 0,01, 0,02, 0,03, 0,04$ ).

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	<b>0.00 ***</b>	AUTO-Modus
<b>B</b> →	<b>1.00 ***</b>	
200 <b>ENTER</b> 1 <b>f</b> <b>d</b> →	<b>200.00 ***</b>	(n)
	<b>1.00 ***</b>	(c)
0 <b>f</b> <b>e</b> →	<b>0.00 ***</b>	
	<b>1.00 ***</b>	
0.01 <b>f</b> <b>e</b> →	<b>0.01 ***</b>	
	<b>0.40 ***</b>	
0.02 <b>f</b> <b>e</b> →	<b>0.02 ***</b>	
	<b>0.09 ***</b>	
0.03 <b>f</b> <b>e</b> →	<b>0.03 ***</b>	
	<b>0.02 ***</b>	
0.04 <b>f</b> <b>e</b> →	<b>0.04 ***</b>	
	<b>2.656338303-03 ***</b>	



## Warteschlangen (eine oder mehrere Abfertigungsstellen)

SINGLE- AND MULTI-SERVER QUEUES				STI-21A
min	s+s+q	+L+T	+Lq+Tq	+F
$\mu+\lambda+n+q$	+P <sub>0</sub> +P <sub>b</sub>	+Lq+L	+Tq+T	t+P(t)

### I. Unendlich viele Personen in der Warteschlange

Angenommen, es stehen  $n$  ( $n \geq 1$ ) gleichartige Abfertigungsstationen zur Verfügung, die eine unendliche Zahl von Kunden bedienen.  $\lambda$  sei die (poissonverteilte) Ankunftsrate der Kunden und  $\mu$  die Abfertigungsrate (exponentialverteilt). Die Abfertigung erfolgt in der Weise, daß wer zuerst kommt auch zuerst bedient wird. Es wird weiter angenommen, daß alle auf Bedienung wartenden Kunden in einer Schlange stehen und – wenn sie an der Reihe sind – von einer der freien Abfertigungsstellen bedient werden. Außerdem wird vorausgesetzt, daß keiner der Wartenden die Schlange verläßt (d. h. verloren geht).

Die folgenden Größen werden vom Programm ermittelt, wenn  $n$ ,  $\lambda$  und  $\mu$  bekannt sind.

#### Verwendete Formeln:

##### 1. Intensität

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

( $\rho$  muß kleiner als  $n$  sein.)

##### 2. Die Wahrscheinlichkeit, daß alle Abfertigungsstellen unbeschäftigt sind

$$P_0 = \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n! \left( 1 - \frac{\rho}{n} \right)} \right]^{-1}$$

##### 3. Die Wahrscheinlichkeit, daß alle Abfertigungsstellen besetzt sind

$$P_b = \frac{\rho^n P_0}{n! \left( 1 - \frac{\rho}{n} \right)}$$

##### 4. Durchschnittliche Länge der Schlange (Anzahl der Wartenden)

$$L_q = \frac{\rho P_b}{n - \rho}$$

5. Durchschnittliche Anzahl von Kunden im System (wartende Kunden und solche, die gerade bedient werden)

$$L = L_q + \rho$$

6. Mittlere Wartezeit in der Schlange

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

7. Mittlere Durchlaufzeit durch das System

$$T = \frac{L}{\lambda}$$

8. Wahrscheinlichkeit, länger als eine Zeit  $t$  warten zu müssen

$$P(t) = P_b e^{-(n\mu - \lambda)t}$$

### Anmerkungen:

1.  $n$  muß ganzzahlig und größer oder gleich 1 sein.
2.  $\rho < n$ , anderenfalls wächst die Warteschlange über alle Grenzen.
3.  $\lambda$  und  $\mu$  sind Raten, d. h. Anzahl pro Zeiteinheit.

## II. Endlich viele Personen in der Warteschlange

Angenommen, für die Abfertigung stehen  $n$  ( $n \geq 1$ ) gleichartige Schalter zur Verfügung. Dieses Programm behandelt den Fall, daß eine endliche Anzahl von Kunden abgefertigt werden will.

Die Anzahl der Kunden  $m$  ist eine feste Größe;  $a$  sei die mittlere Zeit zwischen der Ankunft aufeinanderfolgender Kunden und  $s$  die mittlere Beschäftigungszeit mit einer Person. Wenn  $m$ ,  $n$ ,  $s$  und  $a$  gegeben sind, berechnet das Programm die folgenden Größen.

### Verwendete Formeln:

1. Durchschnittliche Anzahl von Personen im System (wartende Kunden und solche, die gerade bedient werden)

$$L = \frac{\sum_{k=0}^m k Q_k}{\sum_{k=0}^m Q_k}$$

wobei  $Q_0 = 1$

$$(m - k + 1)\rho Q_{k-1} = \begin{cases} kQ_k & \text{falls } 1 \leq k \leq n \\ nQ_k & \text{falls } n < k \leq m \end{cases}$$

und

$$\rho = \frac{s}{a}$$

## 2. Mittlere Durchlaufzeit durch das System

$$T = aL$$

## 3. Mittlere Anzahl von Kunden in der Warteschlange

$$L_q = m \left[ (\rho + 1) \left( \frac{L}{m} - 1 \right) + 1 \right]$$

## 4. Mittlere Wartezeit in der Schlange

$$T_q = aL_q$$

## 5. Gesamtleistungsfaktor des Systems

$$F = -(\rho + 1) \left( \frac{L}{m} - 1 \right)$$

### Anmerkungen:

1. Für große Werte  $m$  und/oder kleine Werte für  $\rho$  kann bei der Berechnung von  $Q_k$  (unter Marke **f** **☐**) ein Unterlauf auftreten. Um das zu vermeiden, prüft das Programm, ob  $Q_k < 10^{-90}$ . Ist dies der Fall, bricht das Programm die rekursive Berechnung von  $Q_k$  ab und fährt sofort mit der Berechnung von  $L$  fort. Der errechnete Wert für  $L$  wird dadurch nicht verfälscht.
2. Für bestimmte Kombinationen von  $m$ ,  $n$ ,  $s$  und  $a$  kann ein Überlauf auftreten. Das Programm hält dann an und weist mit der Anzeige 9.999999999 99 auf den Rechner-Überlauf hin.
3. Die Laufzeit des Programms zur Berechnung von  $L$  hängt vom Wert  $m$  ab; je größer  $m$  ist, desto länger braucht der Rechner. Die erforderliche Rechenzeit für diese Routine (unter Marke **f** **☐**) läßt sich durch den Ausdruck  $m/30$  Minuten abschätzen.
4. Angenommen, statt  $s$  und  $a$  sind die Abfertigungsrate  $\mu$  jedes Bedienungsschalters und die Ankunftsrate  $\lambda$  gegeben. Sie können  $s$  und  $a$  dann nach folgenden Formeln berechnen und anschließend dieses Programm verwenden.

$$s = \frac{1}{\mu}$$

$$a = \frac{1}{\lambda}$$

Beachten Sie, daß  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

**Literatur:**

1. H.M. Wagner, *Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decisions*, Prentice-Hall, 1969.
2. James Martin, *Systems Analysis for Data Transmission*, Prentice-Hall, 1972.
3. Hillier and Lieberman, *Introduction to Operations Research*, Holden-Day, 1970.
4. Peck and Hazelwood, *Finite Queuing Tables*, John Wiley and Sons, 1958.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Gehen Sie für endlich viele Kunden nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/>	
3	Führen Sie für eine unendliche Zahl von		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Kunden die Zeilen 4–9 aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
4	Geben Sie ein: $\mu$	$\mu$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$\mu$
	$\lambda$	$\lambda$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$\lambda$
	$n$	$n$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$\rho$
5	Berechnen Sie: $P_0$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$P_0$
	$P_b$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$P_b$
6	Berechnen Sie: $L_q$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$L_q$
	$L$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$L$
7	Berechnen Sie: $T_q$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$T_q$
	$T$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$T$
8	Geben Sie $t$ ein und berechnen Sie $P(t)$	$t$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$P(t)$
9	Gehen Sie für einen geänderten Wert $t$ nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/>	
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Führen Sie für endlich viele Kunden die		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeilen 12–16 aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie ein: Anzahl der Kunden	$m$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$m$
	Anzahl der Abfertigungs-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	stellen	$n$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$m$
13	Geben Sie ein: mittlere Abfertigungs-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	zeit pro Kunde	$s$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$s$
	mittlere Zeit zwischen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Ankunft des Kunden	$a$	<input type="text"/> <input type="text"/>	$\rho$
14	Berechnen Sie: Anzahl Kunden im System		<input type="text"/> <input type="text"/>	$L$
	mittlere Durchlaufzeit		<input type="text"/> <input type="text"/>	$T$
15	Berechnen Sie: Länge der Schlange		<input type="text"/> <input type="text"/>	$L_q$
	Wartezeit		<input type="text"/> <input type="text"/>	$T_q$
16	Berechnen Sie den Leistungsfaktor $F$		<input type="text"/> <input type="text"/>	$F$
17	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Im zeitlichen Mittel betreten 1,2 Kunden pro Minute die Schalterhalle einer Bank. Vor drei Abfertigungsschaltern bilden sie eine gemeinsame Warteschlange. Jeder der drei Bankangestellten kann pro Stunde 30 Kunden abfertigen. Berechnen Sie  $\rho$ ,  $P_0$ ,  $P_b$ ,  $L_q$ ,  $L$ ,  $T_q$ ,  $T$  und die Wahrscheinlichkeit  $P(2)$ , daß ein Kunde länger als 2 Minuten in der Schlange warten muß.

**Anmerkung:**

Abfertigungsrate  $\mu = 30/60 = 0,5$  Kunden pro Minute.

Zeit zwischen der Ankunft  $\lambda = 1,2$  Kunden pro Minute.

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

.5 <b>ENTER</b> 1.2 <b>ENTER</b> 3 <b>A</b> →	0.50 ***	( $\mu$ )
	1.20 ***	( $\lambda$ )
	3.00 ***	(n)
	2.40 ***	( $\rho$ )
<b>B</b> →	0.06 ***	( $P_0$ )
<b>B</b> →	0.65 ***	( $P_b$ )
<b>C</b> →	2.59 ***	( $L_q$ )
<b>C</b> →	4.99 ***	( $L$ )
<b>D</b> →	2.16 ***	( $T_q$ )
<b>D</b> →	4.16 ***	( $T$ )
2 <b>E</b> →	2.00 ***	(t)
	0.36 ***	( $P(t)$ )

**Beispiel 2:**

In einer SB-Reinigung stehen 12 Waschvollautomaten, die nach durchschnittlich 60 Stunden Einsatz 4 Stunden Wartung erfordern. Berechnen Sie  $\rho$ ,  $L$ ,  $T$ ,  $L_q$ ,  $T_q$  und  $F$ , wenn für die Wartung der Geräte nur eine Person zur Verfügung steht.

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

12 <b>ENTER</b> 1 <b>f</b> <b>a</b> →	12.00 ***	(m)
	1.00 ***	(n)
4 <b>ENTER</b> 60 <b>f</b> <b>b</b> →	4.00 ***	(s)
	60.00 ***	(a)
	0.07 ***	( $\rho$ )
<b>f</b> <b>c</b> →	1.64 ***	( $L$ )
<b>f</b> <b>c</b> →	98.66 ***	( $T$ )
<b>f</b> <b>d</b> →	0.95 ***	( $L_q$ )
<b>f</b> <b>d</b> →	57.24 ***	( $T_q$ )
<b>f</b> <b>e</b> →	0.92 ***	( $F$ )

## Programm-Speicherlisten

Wenn Sie an der Funktionsweise der Programme genauer interessiert sind, können Sie die nachfolgenden Speicherlisten heranziehen. Dort finden Sie neben einer Aufstellung sämtlicher Programmschritte auch Kommentare zur Wirkung einzelner Programmteile sowie Angaben über die Belegung der Speicherregister. Eine Zusammenstellung der Tastensymbole und Tastencodes finden Sie im Anhang E des Bedienungshandbuchs zu Ihrem Rechner.

	Seite
1. Statistische Grundgrößen .....	124
2. Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung .....	126
3. Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis) (für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten) .....	128
4. Erzeugung von Zufallszahlen .....	130
5. Histogramm .....	132
6. Einfache Varianzanalyse .....	134
7. Doppelte Varianzanalyse .....	136
8. Einfache Kovarianzanalyse .....	138
9. Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral ..	142
10. Chi-Quadrat-Verteilung .....	146
11. t-Verteilung .....	148
12. F-Verteilung .....	150
13. Multiple lineare Regression .....	152
14. Approximation von Funktionen durch Polynome .....	154
15. t-Test .....	158
16. Chi-Quadrat-Test .....	160
17. Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest) .....	162
18. Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient .....	164
19. Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten .....	166
20. Operations-Charakteristik .....	168
21. Warteschlangen (eine oder mehrere Abfertigungsstellen) .....	170



## Notizen

# Statistische Grundgrößen

001 *LBLR			057 ST09	
002 CLRG			058 PZS	
003 CF0	Vorbereitungsschritte		059 GSB9	
004 CF1			060 GSB8	
005 CF2			061 RTN	
006 PZS			062 *LBL5	Berichtigung von
007 CLRG			063 SF1	$x_k, y_k, f_k$
008 PZS			064 GSB0	
009 0			065 CF1	
010 RTN			066 RTN	
011 *LBL4	Flag 0 für AUTO-		067 *LBL3	
012 SF0	Modus setzen		068 F10	
013 1			069 GT04	
014 RTN			070 Z+	
015 *LBL0	Berichtigung von		071 RTN	
016 F00	$x_k, y_k$		072 *LBL4	
017 GSB0			073 Z-	
018 SF1			074 RTN	
019 XZY			075 *LBL6	$\bar{x}, \bar{y}$
020 Z-			076 S	
021 GSB9			077 GSB9	
022 GSB8			078 R/S	
023 CF1			079 XZY	
024 RTN			080 GSB9	
025 *LBL2	$x_i, y_i$ eingeben		081 GSB8	
026 F00			082 RTN	
027 GSB0			083 *LBL6	
028 XZY			084 S	
029 Z+			085 ST00	
030 GSB9			086 XZY	
031 GSB8			087 PZS	
032 RTN			088 ST00	
033 *LBL0	$x_i, y_i, f_i$ eingeben		089 PZS	$V_x, V_y$
034 ST00			090 S	
035 F10			091 EEV	
036 CHS			092 Z	
037 ST+9			093 S	
038 R1			094 XZY	
039 ST00			095 LSTN	
040 R1			096 X	
041 ST00			097 XZY	
042 R1			098 RCL0	
043 F00			099 +	
044 GSB0			100 GSB9	
045 R1			101 R/S	
046 ABS			102 XZY	
047 GSB9			103 PZS	
048 ST01			104 RCL0	
049 *LBL2			105 PZS	
050 RCL0			106 +	
051 RCL0			107 GSB9	
052 GSB3			108 GSB8	
053 DSZ1			109 RTN	
054 GT02			110 *LBL6	
055 RCL0			111 S	
056 PZS			112 GSB9	

REGISTERS									
0 $\bar{x}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9 $\Sigma f_i$
S0 $\bar{y}$	S1	S2	S3	S4 $\Sigma x_i$	S5 $\Sigma x_i^2$	S6 $\Sigma y_i$	S7 $\Sigma y_i^2$	S8 $\Sigma x_i y_i$	S9 n
A $x_i$	B $y_i$	C $f_i$	D	E					

113	R/S			169	GSB9		
114	X $\leftrightarrow$ Y	$s_x, s_y$		170	RTN		
115	GSB9			171	*LBLd		
116	GSB8			172	S		
117	RTN			173	RCLF		
118	*LBLc			174	$\div$		
119	S			175	$\times$	$Y_{xy}$	
120	*LBL1			176	1/X		
121	P $\leftrightarrow$ S	$s_x', s_y'$		177	GSB9		
122	RCL9			178	GSB8		
123	P $\leftrightarrow$ S			179	RTN		
124	ENT $\uparrow$			180	*LBLc		
125	X $\leftrightarrow$ Y			181	RCLJ		
126	1			182	GSB9	$\Sigma x_i, \Sigma y_i$	
127	-			183	R/S		
128	$\div$			184	X $\leftrightarrow$ Y	$\Sigma x_i y_i$	
129	JX			185	GSB9		
130	$\div$			186	R/S		
131	GSB9			187	P $\leftrightarrow$ S		
132	F2 $\uparrow$			188	RCL8		
133	GSB8			189	P $\leftrightarrow$ S		
134	CF2			190	GSB9		
135	R/S			191	GSB8		
136	LSTX			192	RTN		
137	S			193	*LBLc		
138	X $\leftrightarrow$ Y			194	P $\leftrightarrow$ S		
139	SF2			195	RCL7	$\Sigma x_i^2, \Sigma y_i^2$	
140	GT01			196	RCL5		
141	RTN			197	P $\leftrightarrow$ S		
142	*LBLd			198	GSB9		
143	$\div$			199	R/S		
144	X $\leftrightarrow$ Y			200	X $\leftrightarrow$ Y		
145	P $\leftrightarrow$ S			201	GSB9		
146	ST00			202	GSB8		
147	RCL8			203	RTN		
148	RCL4			204	*LBL0		
149	RCL0	$s_{xy}, s_{xy}'$		205	X $\leftrightarrow$ Y	Druck/Anzeige $x_i, y_i$	
150	$\times$			206	PRTX		
151	-			207	X $\leftrightarrow$ Y		
152	RCL9			208	PRTX		
153	1			209	RTN		
154	-			210	*LBL9	Druck/Anzeige-Routine	
155	$\div$			211	F0 $\uparrow$		
156	P $\leftrightarrow$ S			212	PRTX		
157	ST0E			213	RTN		
158	GSB9			214	*LBL8		
159	R/S			215	F0 $\uparrow$	Unterprogramm für Leerzeile	
160	P $\leftrightarrow$ S			216	SPC		
161	RCL9			217	RTN		
162	P $\leftrightarrow$ S						
163	ENT $\uparrow$						
164	X $\leftrightarrow$ Y						
165	1						
166	-						
167	$\div$						
168	$\div$						

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> $x_i \uparrow y_i (\Sigma +)$	<sup>C</sup> $x_k \uparrow y_k (\Sigma -)$	<sup>D</sup> $x_i, y_i, f_i$	<sup>E</sup> $x_k, y_k, f_k$	<sup>F</sup> Druck	FLAGS	TRIG	DISP
<sup>a</sup> Druck	<sup>b</sup> belegt	<sup>c</sup> belegt	<sup>d</sup> belegt	<sup>e</sup> $\Sigma x_i \dots$	<sup>1</sup> $\Sigma -$	ON OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
<sup>0</sup> Anz. $x_i, y_i$	1	2	3	4	<sup>2</sup> $s_y$	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
<sup>5</sup>	6	7	<sup>8</sup> Leerzeile	<sup>9</sup> Druck	<sup>3</sup>	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n. <u>2</u>
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		

# Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung

001 *LBL4		057 LSTX	
002 CLRG	Vorbereitungsschritte	058 X<Y?	
003 CF0		059 GSB6	
004 0		060 ST07	
005 RTN		061 1	
006 *LBL8	Flag 0 für AUTO- Modus setzen	062 ST01	
007 SF0		063 +	
008 1		064 ST06	
009 RTN		065 CLX	
010 *LBLD		066 X=Y?	
011 X=Z	m, n für $mP_n$ eingeben	067 GT03	
012 GSB6		068 *LBL0	
013 X=Z		069 R4	
014 GSB6		070 1	
015 X>Y?		071 RCL1	
016 GT02		072 +	
017 ENT1		073 ST01	
018 0		074 X>Y?	
019 X=Y?		075 GT05	
020 GT03		076 RCL7	
021 CLX		077 X=Z	
022 1		078 +	
023 X=Y?		079 LSTX	
024 GT04		080 +	
025 -		081 RCL6	
026 ST01		082 x	
027 R4		083 ST06	
028 ST07		084 GT00	
029 *LBL1		085 *LBL4	
030 RCL7		086 R4	
031 1		087 R4	$mP_1 = m$
032 -		088 GSB6	
033 ST07		089 GSB6	
034 X		090 RTN	
035 DSZ1		091 *LBL6	
036 GT01		092 ST06	
037 GSB6		093 X=Z	
038 GSB6		094 RTN	
039 RTN		095 *LBL5	
040 *LBL2		096 RCL6	
041 0		097 GSB6	
042 +		098 GSB6	
043 *LBL3	Fehler	099 RTN	
044 ENT1		100 *LBLC	
045 1		101 GSB6	
046 GSB6		102 ST01	
047 GSB6		103 ST03	n für n! eingeben
048 RTN		104 6	
049 *LBLE		105 9	
050 X=Z		106 X=Z	
051 GSB6	m, n für $mC_n$ eingeben	107 X<Y?	
052 X=Z		108 GT09	
053 GSB6		109 X=Z	
054 X>Y?		110 -	
055 GT02		111 ST01	
056 -		112 LSTX	

REGISTERS									
0	1 m, n	2 Log(69!) +	3 (n-i)	4	5	6 belegt	7 m	8 n-1	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	m - 69				

113	N!																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
-----	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis) (für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten)

001 *LBLA		057 F10	
002 CLRG	Vorbereitungsschritte	058 CHS	
003 PZS		059 ST+1	
004 CLRG		060 XZY	
005 PZS		061 X	
006 CF1		062 ST+2	
007 CF0		063 LSTX	
008 0		064 X	
009 RTN		065 ST+3	
010 *LBLA	Flag 0 für AUTO- Modus setzen	066 LSTX	
011 SF0		067 X	
012 1		068 ST+4	
013 RTN		069 LSTX	
014 *LBLB		070 X	
015 ST0A		071 ST+5	
016 GSB9	$x_j$ für nicht klassifizierte Daten eingeben	072 RCL0	
017 Σ+		073 1	
018 *LBL1		074 F10	
019 PZS		075 CHS	
020 RCL4		076 +	
021 RCL5		077 ST00	
022 RCL9		078 GSB9	
023 PZS		079 GSB8	
024 ST01		080 RTN	
025 R1		081 *LBLB	
026 ST03		082 SF1	Berichtigung von $y_h, f_h$
027 R1		083 GSB0	
028 ST02		084 CF1	
029 RCLA		085 RTN	
030 3		086 *LBLA	
031 YX		087 RCL2	
032 F10		088 RCL1	$\bar{x}$
033 CHS		089 ÷	
034 ST+4		090 ST06	
035 RCLA		091 GSB9	
036 4		092 GSB8	
037 YX		093 RTN	
038 F10		094 *LBLA	
039 CHS		095 RCL3	
040 ST+5		096 RCL1	
041 RCL1		097 ÷	
042 GSB9		098 RCL6	
043 GSB8		099 X²	
044 RTN		100 ST09	
045 *LBLC	Berichtigung von $x_k$	101 -	$m_2$
046 GSB9		102 ST07	
047 SF1		103 GSB9	
048 Σ-		104 RZS	
049 GSB1		105 RCL4	
050 CF1		106 RCL3	
051 RTN		107 RCL6	$m_3$
052 *LBLC		108 X	
053 XZY	$y_j, f_j$ für klassifizierte Daten eingeben	109 3	
054 PRTX		110 X	
055 XZY		111 -	
056 GSB9		112 RCL1	

REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	n od. $\Sigma f_j$					$\bar{x}, m_4$	$m_2$	$\bar{x}^2$	$m_3$
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
				$\Sigma x_j$	$\Sigma x_j^2$	$\Sigma y_j$	$\Sigma y_j^2$	$\Sigma x y$	n
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$x_j$		n							

113	=			169	F0°	Unterprogramm für Leerzeile		
114	RCL6			170	SPC			
115	RCL8			171	RTN			
116	x							
117	2							
118	x							
119	+							
120	ST09							
121	GSB9							
122	R/S							
123	RCL5							
124	RCL6							
125	RCL4							
126	x	m4						
127	4							
128	x							
129	-							
130	RCL8							
131	RCL3							
132	x							
133	6							
134	x							
135	+							
136	RCL1							
137	=							
138	RCL8							
139	X <sup>2</sup>							
140	3							
141	x							
142	-							
143	ST06							
144	GSB9							
145	GSB8							
146	RTN							
147	*LBL4							
148	RCL9	γ1						
149	RCL7							
150	1							
151	x							
152	5							
153	Y*							
154	÷							
155	GSB9							
156	R/S							
157	RCL6							
158	RCL7							
159	X <sup>2</sup>	γ2						
160	÷							
161	GSB9							
162	GSB8							
163	RTN							
164	*LBL9							
165	F0°							
166	PRTX							
167	RTN							
168	*LBL8							
		Druck/Anzeige- Routine						
LABELS					FLAGS	SET STATUS		
A Start	B $x_i(\Sigma+)$	C $x_k(\Sigma-)$	D $y_i \uparrow f_j(\Sigma+)$	E $y_k \uparrow f_k(\Sigma-)$	F Druck	FLAGS	TRIG	DISP
a Druck?	b $\rightarrow \bar{x}$	c $\rightarrow m_2, m_3, m_4$	d $\rightarrow \gamma_1; \gamma_2$	e	1 Korrektur	ON OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	2	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
5	6	7	8 Leerzeile	9 Druck	3	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		

# Erzeugung von Zufallszahlen

001 *LBL0	057 *LBL5	058 *LBLC	Generator für normal- verteilte Zufallszahlen $n_i$
002 PZS	059 GSB7	060 ST07	$z_i$
003 CLR6	061 GSB7	062 2	$z_i + 1$
004 PZS	063 x	064 1	
005 GT00	065 -	066 ST02	$V_2$
006 *LBLA	067 RCL7	068 2	
007 GSB7	069 x	070 1	
008 RCLC	071 -	072 ST01	$V_1$
009 RCLD	073 +P	074 x2	S
010 -	075 1	076 xZY	$1 \geq S$
011 -	077 GT05	078 RJ	Nächste Zufallszahlen
012 RCLD	079 ENT+	080 LN	
013 +	081 2	082 x	
014 *LBL2	083 CHS	084 xZY	
015 PPTX	085 +	086 JX	$\sqrt{-2 \ln S/S}$
016 ST09	087 ST08	088 RCL1	$n_i$
017 Z+	089 GSB6	090 RTN	$n_i + 1$
018 RCLA	091 *LBLC	092 RCL8	
019 +	093 RCL2	094 *LBL6	
020 ST0A	095 x	096 RCLC	
021 RCL9	097 x	098 RCLD	
022 x2	099 +	100 GT02	$\mu$ eingeben
023 RCLB	101 *LBL4	102 GT06	
024 +	103 *LBLD	104 GSB7	
025 ST0B	105 LN	106 CHS	Generator für exponentialverteilte Zufallszahlen $e_i$
026 1	107 RCLD	108 x	
027 RCL1	109 GT02	110 *LBLE	$\bar{x}$
028 +	111 SPC	112 5	
029 ST01			
030 RCL9			
031 RTN			
032 *LBL6			
033 ST0D			
034 GSB8			
035 RCLD			
036 *LBL3			
037 PRTX			
038 SPC			
039 RTN			
040 *LBLB			
041 GSB7			
042 RCLD			
043 x			
044 INT			
045 1			
046 +			
047 GT02			
048 *LBLC			
049 ST0C			
050 xZY			
051 ST0D			
052 GSB8			
053 RCLD			
054 GSB4			
055 RCLC			
056 GT03			

REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$V_1$	$V_2$					$z_i$	$\sqrt{-2 \ln S/S}$	$x_i$
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
				$\Sigma x_i$	$\Sigma x_i^2$				n
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
belegt	belegt	b oder $\sigma$	a od. k od. m od. $\mu$	FRC (997 $u_i$ )	Index n				





## Histogramm

001 *LBL4			057 RCLD		
002 CLRG		Vorbereitungsschritte	058 XZY		
003 PZS			059 X=Y?		
004 CLRG			060 GSB2		
005 PZS			061 RCLC		
006 CF0			062 -		x <sub>j</sub> eingeben
007 CF1			063 RCLA		
008 0			064 1-X		
009 RTN			065 X		
010 *LBLC			066 INT		
011 R4			067 1		
012 GSB8		x <sub>min</sub> , x <sub>max</sub> eingeben	068 XZY		
013 STOC			069 +		
014 R4			070 LSTX		
015 STOD			071 3		
016 GSB8			072 +		
017 GSB7			073 INT		
018 GSB7			074 1		
019 XZY			075 +		
020 -			076 STOI		
021 2			077 1		
022 4			078 -		
023 STOE			079 3		
024 +			080 -		
025 STOA			081 -		
026 RTN			082 GTOI		
027 *LBL5			083 *LBL9		
028 0			084 RCL9		
029 STOI			085 DSP0		
030 XZY			086 GSB8		
031 GSB8		Berichtigung	087 GSB7		
032 X-			088 DSP2		
033 SF1			089 CF1		
034 GSB8			090 R-8		
035 CF1			091 RTN		
036 RTN			092 *LBL1		
037 *LBLD			093 GSB4		
038 STOD			094 F10		
039 0			095 CHS		
040 STOI		x <sub>j</sub> eingeben	096 ST+1		
041 R4			097 GTO9		
042 GSB8			098 *LBL4		
043 RCLC			099 3		
044 X>Y?			100 CHS		
045 GTOD			101 X		
046 R4			102 10X		
047 RCLD			103 RTN		
048 XZY			104 *LBL4		
049 X>Y?			105 SPC		
050 GTOD			106 0		
051 0			107 STOI		Auflisten
052 XZY			108 RCLC		
053 X+			109 STOB		
054 *LBLC			110 *LBL5		
055 STOD			111 ISZ1		
056 RCL0			112 2		

REGISTERS									
0 x <sub>i</sub>	1 1, 2, 3	2 4, 5, 6	3 7, 8, 9	4 10, 11, 12	5 13, 14, 15	6 16, 17, 18	7 19, 20, 21	8 22, 23, 24	9 n
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
				Σx <sub>i</sub>	Σx <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Σy <sub>i</sub>	Σy <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Σx <sub>i</sub> y <sub>i</sub>	n
A (x <sub>max</sub> -x <sub>min</sub> )/24	B x <sub>min</sub>	C x <sub>min</sub>	D x <sub>max</sub>	E 24	F	Zähler 1-8			

113	ST09		169	RCL9	
114	GSBe		170	-	
115	RCLi		171	x	
116	EEX		172	+	
117	3		173	PRTX	
118	x		174	ST0B	
119	INT		175	RTN	
120	DSP0		176	*LBL8	Flag 0 für AUTO- Modus setzen
121	PRTX		177	SF0	
122	SPC		178	1	
123	DSP2		179	RTN	
124	1		180	*LBL6	
125	ST09		181	GSB7	Für n, x, s
126	GSBe		182	GSB7	
127	RCLi		183	PzS	
128	EEX		184	RCL9	
129	3		185	PzS	
130	x		186	GSB8	
131	FRC		187	R/S	
132	EEX		188	x	
133	3		189	GSB8	
134	x		190	R/S	
135	INT		191	S	
136	DSP0		192	GSB8	
137	PRTX	Auflisten	193	GSB7	
138	SPC		194	RTN	
139	DSP2		195	*LBL8	Druck/Anzeige- Routine
140	0		196	F0?	
141	ST09		197	PRTX	
142	GSBe		198	RTN	
143	RCLi		199	*LBL7	Unterprogramm für Leerzeile
144	EEX		200	F0?	
145	6		201	SPC	
146	x		202	RTN	
147	FRC		203	*LBL2	
148	EEX		204	RCLA	Korrektur für Ein- gaben = x <sub>max</sub>
149	3		205	2	
150	x		206	÷	
151	INT		207	-	
152	DSP0		208	RTN	
153	PRTX				
154	SPC				
155	DSP2				
156	RCLi				
157	0				
158	X>Y?				
159	GT05				
160	RTN				
161	*LBL6				
162	RCLB				
163	PRTX				
164	RCLC				
165	RCLA				
166	RCLi				
167	3				
168	x				

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> Druck	<sup>C</sup> x <sub>max</sub> , x <sub>min</sub>	<sup>D</sup> Eingabe	<sup>E</sup> Korrektur	<sup>F</sup> Druck	FLAGS	TRIG	DISP
<sup>a</sup> Liste	<sup>b</sup> n; x; s	<sup>c</sup> y	<sup>d</sup> 10x	<sup>e</sup>	<sup>f</sup> Korrektur	ON OFF		
<sup>0</sup> Fehler	<sup>1</sup> Sortieren	<sup>2</sup> Kor. f. x <sub>max</sub>	<sup>3</sup>	<sup>4</sup>	<sup>2</sup>	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
<sup>5</sup> Liste	<sup>6</sup>	<sup>7</sup> Leerzeile	<sup>8</sup> Druck	<sup>9</sup> Druckindex	<sup>3</sup>	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>

# Einfache Varianzanalyse

001 *LBLA	Vorbereitungsschritte	057 RTN	Register für neues i löschen
002 CLRG		058 *LBL9	
003 PZS	x <sub>ij</sub> eingeben	059 PZS	Berichtigung
004 CLRG		060 CLRG	
005 PZS	x <sub>i</sub>	061 PZS	Flag 0 für AUTO-Modus setzen
006 CF0		062 RTN	
007 CF1	s <sub>i</sub>	063 *LBLD	TSS
008 CF2		064 GSB3	
009 0	Sum <sub>j</sub>	065 Z-	TrSS
010 RTN		066 GSB8	
011 *LBLC	ESS	067 RTN	Unterprogramm für Leerzeile
012 F20		068 *LBL6	
013 GSB9	df <sub>1</sub>	069 SF0	Druck/Anzeige-Routine
014 GSB3		070 1	
015 Z+	df <sub>2</sub>	071 RTN	
016 *LBL8		072 *LBL6	
017 PZS		073 RCL4	
018 RCL4		074 RCL7	
019 RCL5		075 X2	
020 PZS		076 RCL6	
021 ST08		077 +	
022 RJ		078 ST08	
023 ST0A		079 -	
024 RJ		080 ST08	
025 GSB3		081 GSB3	
026 GSB8		082 R/S	
027 RTN		083 RCL5	
028 *LBL6		084 RCL8	
029 1		085 -	
030 ST+9		086 ST01	
031 SF2		087 GSB3	
032 RCLA		088 R/S	
033 ST+7		089 RCL8	
034 RCL8		090 RCL1	
035 ST+4		091 -	
036 PZS		092 ST02	
037 RCL9		093 GSB3	
038 PZS		094 GSB8	
039 ST+6		095 RTN	
040 RCLA		096 *LBL8	
041 X2		097 F00	
042 PZS		098 SPC	
043 RCL9		099 RTN	
044 PZS		100 *LBL3	
045 +		101 F00	
046 ST+5		102 PRTX	
047 X		103 RTN	
048 GSB3		104 *LBL6	
049 R/S		105 RCL9	
050 S		106 1	
051 GSB3		107 -	
052 R/S		108 ST03	
053 RCLA		109 GSB3	
054 GSB3		110 R/S	
055 GSB8		111 RCL6	
056 GSB8		112 RCL9	

REGISTERS									
<sup>0</sup> TSS	<sup>1</sup> TrSS	<sup>2</sup> ESS	<sup>3</sup> df <sub>1</sub>	<sup>4</sup> ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	<sup>5</sup> Σ(Σx <sub>ij</sub> ) <sup>2</sup> /n <sub>i</sub>	<sup>6</sup> Σn <sub>i</sub>	<sup>7</sup> ΣΣx <sub>ij</sub>	<sup>8</sup> Σx <sub>ij</sub>	<sup>9</sup> k
S0	S1	S2	S3	S4 Σx <sub>i</sub>	S5 Σx <sub>i</sub> <sup>2</sup>	S6 Σy <sub>i</sub>	S7 Σy <sub>i</sub> <sup>2</sup>	S8 Σx <sub>ij</sub> y <sub>i</sub>	S9 n
<sup>A</sup> Σx <sub>ij</sub> , df <sub>2</sub>		<sup>B</sup> Σx <sub>ij</sub> <sup>2</sup> , F		C		D		E	



# Doppelte Varianzanalyse

001 *LBLA		Vorbereitungsschritte	057 RCL6	
002 CLR6			058 *	
003 CF0			059 ÷	
004 0			060 ST07	
005 RTN			061 CHS	
006 *LBLC		r, c eingeben	062 RCL2	
007 XZY			063 +	
008 ST05			064 ST01	
009 GSB9			065 RCL3	
010 RJ			066 RCL6	
011 ST06			067 =	
012 GSB9			068 RCL7	
013 GSB8			069 -	
014 RTN			070 ST02	
015 *LBLD		x <sub>ij</sub> eingeben	071 RCL4	
016 ST+7			072 RCL5	
017 GSB9			073 ÷	
018 XZ			074 RCL7	
019 ST+2			075 -	
020 RCLA			076 ST03	
021 1			077 RCL2	
022 +			078 +	
023 ST04			079 CHS	
024 GSB9			080 RCL1	
025 RTN			081 +	
026 *LBL6			082 ST04	
027 RCL7			083 RCL5	
028 ST+1			084 1	
029 XZ		RS <sub>j</sub> berechnen	085 -	
030 ST+2			086 ST05	
031 *LBL0			087 RCL6	
032 RCL7			088 1	
033 0			089 -	
034 ST0A			090 ST06	
035 ST07			091 *	
036 XZY			092 ST07	
037 GSB9			093 ÷	
038 GSB8			094 ST08	
039 RTN			095 RCL2	
040 *LBL6			096 RCL5	
041 RCLA		Neues Starten für Spalte	097 ÷	
042 ST0B			098 RCL8	
043 0			099 ÷	
044 ST02			100 GSB8	
045 ST0A			101 GSB9	
046 GSB8			102 R/5	
047 RTN			103 RCL3	
048 *LBL6			104 RCL6	
049 RCL7		CS <sub>i</sub>	105 ÷	
050 XZ			106 RCL8	
051 ST+4			107 ÷	
052 ST0B			108 GSB9	
053 *LBLd		F <sub>1</sub> , F <sub>2</sub>	109 GSB8	
054 RCL1			110 RTN	
055 XZ			111 *LBLd	
056 RCL5			112 RCL5	

REGISTERS									
0	ΣΣx <sub>ij</sub> , TSS	ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup> , RSS	3 belegt	4 belegt	5 r, r-1	6 c, c-1	7 belegt	8 belegt	9 0
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	i, j	B	r	C	D	E			



## Einfache Kovarianzanalyse

## Karte I

001 *LBLA		057 RCLA	
002 CLRG	Vorbereitungsschritte	058 +	
003 P+S		059 STOA	
004 CLRG		060 RCL5	
005 P+S		061 RCLB	
006 CF0		062 +	
007 0		063 STOB	
008 STOB		064 RCL6	
009 RTN		065 RCLC	
010 *LBLB		066 +	
011 P+S		067 STOC	
012 0	Für neues i	068 RCL7	
013 STOA		069 RCLD	
014 STOB		070 +	
015 STOC		071 STOD	
016 STOD		072 RCL8	
017 STOB		073 RCLB	
018 STOC		074 +	
019 P+S		075 STOE	
020 ISZI		076 P+S	
021 RCLC		077 RCL9	$\Sigma n_i$
022 GSB0		078 ST+0	
023 GSB1		079 P+S	
024 RTN		080 ST+0	
025 *LBL9		081 RCL4	$\Sigma \frac{(\Sigma x_{ij})^2}{n_i}$
026 R4	Unterprogramm =	082 P+S	
027 PRTX	$x_{ij}, y_{ij}$ drücken	083 GSB0	
028 R4		084 P+S	
029 PRTX		085 RCL6	$\Sigma \frac{(\Sigma y_{ij})^2}{n_i}$
030 RTN		086 GSB0	
031 *LBLB		087 RCL4	
032 SF0	Flag 0 für AUTO-	088 RCL6	
033 1	Modus setzen	089 *	
034 STOB		090 RCL9	
035 RTN		091 +	
036 *LBLD		092 P+S	
037 F00	Berichtigung für $x_{im},$	093 ST+5	
038 GSB9	$y_{im}$	094 P+S	
039 X+Y		095 RCL6	
040 Z-		096 RCL4	
041 STOC		097 P+S	
042 GSB0		098 GSB0	$s_{xi}$
043 GSB1		099 R/S	
044 RTN		100 R4	
045 *LBLC		101 GSB0	
046 F00	Eingabe für $x_{ij}, y_{ij}$	102 GSB1	$s_{yi}$
047 GSB9		103 R/S	
048 X+Y		104 *LBL6	
049 Z+		105 X2	
050 STOC		106 RCL9	
051 GSB0		107 +	
052 GSB1		108 ST+2	
053 RTN		109 RTN	
054 *LBLB		110 *LBLB	
055 P+S		111 RCLB	$TSS_x$
056 RCL4		112 RCLA	

REGISTERS									
0 $\Sigma n_i$	1 $TSS_x$	2 belegt	3 $WSS_x$	4 $TSP_1$	5 belegt	6 WSP	7 $WSS_y$	8 1 oder 0	9 j
S0 $\Sigma n_i$	S1 $TSS_y$	S2 belegt	S3 $WSS_y$	S4 $\Sigma x_{ij}$	S5 $\Sigma x_{ij}^2$	S6 $\Sigma y_{ij}$	S7 $\Sigma y_{ij}^2$	S8 $\Sigma x_{ij} y_{ij}$	S9 $n_i \neq j$
A $\Sigma \Sigma x_{ij}$	B $\Sigma \Sigma x_{ij}^2$	C $\Sigma \Sigma y_{ij}$	D $\Sigma \Sigma y_{ij}^2$	E $\Sigma \Sigma x_{ij} y_{ij}$	I $i = 1, 2, \dots, k$				



113	GSB7			169	-		
114	R/S	ASS <sub>x</sub>		170	=		
115	RCL2			171	=		
116	RCLA			172	GSB0		
117	GSB6			173	R/S		
118	R/S	WSS <sub>x</sub>		174	P/S		
119	-			175	RCL2		
120	ST03			176	RCLI		
121	GSB0			177	1		
122	GSB1			178	-		
123	R/S			179	=		
124	*LBL6	TSS <sub>y</sub>		180	RCL3		
125	RCL0			181	P/S		
126	RCL0			182	RCL0		
127	P/S			183	RCLI		
128	GSB7			184	-		
129	P/S			185	=		
130	R/S	ASS <sub>y</sub>		186	=	F <sub>y</sub>	
131	P/S			187	GSB0		
132	RCL2			188	R/S		
133	RCL0			189	RCLI		
134	GSB6			190	1		
135	P/S			191	-	df <sub>1</sub>	
136	R/S			192	GSB0		
137	-	WSS <sub>y</sub>		193	R/S		
138	P/S			194	RCL0		
139	ST03			195	RCLI		
140	P/S			196	-	df <sub>2</sub>	
141	GSB0			197	GSB0		
142	GSB1			198	GSB1		
143	R/S			199	RTN		
144	*LBL7	Für (TSS) <sub>x</sub> oder y		200	*LBL0	Druck/Anzeige- Routine	
145	X?			201	F0?		
146	RCL0			202	PRTX		
147	=			203	RTN		
148	-			204	*LBL1		
149	ST01			205	F0?	Unterprogramm für Leerzeile	
150	GSB0			206	SPC		
151	RTN			207	RTN		
152	*LBL6	Für (ASS) <sub>x</sub> oder y					
153	X?						
154	RCL0						
155	=						
156	-						
157	ST02						
158	GSB0						
159	RTN						
160	*LBL6						
161	RCL2						
162	RCLI						
163	1						
164	-						
165	=						
166	RCL3						
167	RCL0						
168	RCLI	F <sub>x</sub>					

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> Neues i	<sup>C</sup> $x_{ij} \uparrow y_{ij}(\Sigma+)$	<sup>D</sup> $x_{im} \uparrow y_{im}(\Sigma-)$	<sup>E</sup> $s_{xi}; s_{yi}$	<sup>0</sup> Druck			
<sup>a</sup> TSS <sub>x</sub> ;...	<sup>b</sup> F <sub>x</sub> ;...	<sup>c</sup>	<sup>d</sup>	<sup>e</sup> Druck	<sup>1</sup>			
<sup>0</sup> Druck	<sup>1</sup> Leerzeile	<sup>2</sup>	<sup>3</sup>	<sup>4</sup>	<sup>2</sup>			
<sup>5</sup>	<sup>6</sup> ASS <sub>x</sub>	<sup>7</sup> TSS <sub>x</sub>	<sup>8</sup> $\Sigma \Sigma x_{ij}/n_i$	<sup>9</sup> Druck $x_{ij}; y_{ij}$	<sup>3</sup>			

FLAGS		TRIG		DISP
0	<input type="checkbox"/> ON <input checked="" type="checkbox"/> OFF	DEG	<input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/> ON <input checked="" type="checkbox"/> OFF	GRAD	<input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> ON <input checked="" type="checkbox"/> OFF	RAD	<input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/> ON <input checked="" type="checkbox"/> OFF			n <u>2</u>

# Einfache Kovarianzanalyse

## Karte II

001 *LBL1			057 =		
002 GSB2			058 GSB0	AMS <sub>y</sub>	
003 RCL5			059 R/S		
004 RCLA			060 RCL7		
005 RCL0			061 RCL0		
006 "			062 RCL1	WMS <sub>y</sub>	
007 RCL0			063 -		
008 =			064 1		
009 -	TSP		065 -		
010 ST04			066 =		
011 GSB0			067 GSB0		
012 R/S			068 R/S	F	
013 RCL5			069 =		
014 RCLA			070 GSB0		
015 RCL0			071 R/S		
016 x			072 RCL1		
017 RCL0			073 1	df <sub>3</sub>	
018 =	ASP		074 -		
019 -			075 GSB0		
020 GSB0			076 R/S		
021 R/S			077 RCL0		
022 -	WSP		078 RCL1		
023 ST06			079 -	df <sub>4</sub>	
024 GSB0			080 1		
025 GSB1			081 -		
026 RTN			082 GSB0		
027 *LBL4			083 GSB1		
028 P/S			084 RTN		
029 RCL1			085 *LBL0	Druck/Anzeige- Routine	
030 P/S			086 F00		
031 RCL4			087 PRTX		
032 x <sup>2</sup>			088 RTN		
033 RCL1			089 *LBL1	Unterprogramm für Leerzeile	
034 =	TSS <sub>y</sub>		090 F00		
035 -			091 SPC		
036 GSB0			092 RTN		
037 R/S			093 *LBL2		
038 P/S			094 CF0	Flag 0 für AUTO- Modus setzen	
039 RCL3			095 RCL8		
040 P/S			096 1		
041 RCL6			097 X=Y0		
042 x <sup>2</sup>			098 SF0		
043 RCL3			099 RTN		
044 =					
045 -	WSS <sub>y</sub>				
046 ST07					
047 GSB0					
048 R/S					
049 -	ASS <sub>y</sub>				
050 GSB0					
051 GSB1					
052 R/S					
053 *LBL5					
054 RCL1					
055 1					
056 -					

REGISTERS									
<sup>0</sup> Σn <sub>i</sub>	<sup>1</sup> TSS <sub>x</sub>	<sup>2</sup> belegt	<sup>3</sup> WSS <sub>x</sub>	<sup>4</sup> TSP <sub>i</sub>	<sup>5</sup> belegt	<sup>6</sup> WSP	<sup>7</sup> WSS <sub>y</sub>	<sup>8</sup> 1 oder 0	<sup>9</sup> j
<sup>10</sup> Σn <sub>j</sub>	<sup>11</sup> TSS <sub>y</sub>	<sup>12</sup> belegt	<sup>13</sup> WSS <sub>y</sub>	<sup>14</sup> Σx <sub>ij</sub>	<sup>15</sup> Σx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	<sup>16</sup> Σy <sub>ij</sub>	<sup>17</sup> Σy <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	<sup>18</sup> Σx <sub>ij</sub> y <sub>ij</sub>	<sup>19</sup> n <sub>i</sub> ≠ j
<sup>A</sup> ΣΣx <sub>ij</sub>	<sup>B</sup> ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	<sup>C</sup> ΣΣy <sub>ij</sub>	<sup>D</sup> ΣΣy <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	<sup>E</sup> ΣΣx <sub>ij</sub> y <sub>ij</sub>	<sup>F</sup> i = 1, 2, ..., k				

<b>LABELS</b>															<b>FLAGS</b>		<b>SET STATUS</b>		
A	B	C	D	E	0	Druck		<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>		<b>DISP</b>							
a	b	c TSP; ...	d TSS <sub>y</sub> ; ...	e AMS <sub>y</sub> ; ...	1			ON OFF		DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>								
0 Druck	1 Leerzeile	2 Druck	3	4	2			0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>								
5	6	7	8	9	3			1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>								
									2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>										
									3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>								

001	*LBLA				057	2				
002	.				058	CHS				
003	2	r			059	STO7				
004	3				060	.		b <sub>1</sub>		
005	1				061	3				
006	6				062	1				
007	4				063	9				
008	1				064	3				
009	9				065	8				
010	STO3				066	1				
011	1				067	5				
012	.				068	3				
013	3	b <sub>5</sub>			069	STO8				
014	3				070	P29				
015	8				071	2				
016	2				072	.				
017	7				073	5				
018	4				074	1	c <sub>0</sub>			
019	4				075	5				
020	2				076	5				
021	9	Konstanten für Normal-			077	1				
022	STO4	verteilung speichern			078	7				
023	1				079	STO1				
024	.				080	.				
025	8				081	8				
026	3				082	8				
027	1				083	2		c <sub>1</sub>		
028	3	b <sub>4</sub>			084	8				
029	5				085	5				
030	5				086	3				
031	9				087	STO2				
032	7				088	.				
033	8				089	8				
034	CHS				090	1	c <sub>2</sub>			
035	STO5				091	8				
036	1				092	3				
037	.				093	2				
038	7				094	8				
039	8	b <sub>3</sub>			095	STO3		Konstanten für inverse		
040	1				096	1		Normalverteilung		
041	4				097	.		speichern		
042	7				098	4				
043	7				099	3				
044	9				100	2				
045	3				101	7	d <sub>1</sub>			
046	7				102	8				
047	STO6				103	8				
048	.				104	STO4				
049	3				105	.				
050	5				106	1				
051	6	b <sub>2</sub>			107	8				
052	5				108	9	d <sub>2</sub>			
053	6				109	2				
054	3				110	6				
055	7				111	9				
056	8				112	STO5				

113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125	. 0 0 1 3 0 8 ST06 P25 0 ST0A ST0B RTN	d <sub>3</sub>			
---	--	----------------	--	--	--

LABELS					FLAGS	SET STATUS			
A	B	C	D	E		FLAGS		TRIG	DISP
Start					0	ON	OFF		
a	b	c	d	e	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
						1	<input type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
0	1	2	3	4	2	2	<input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
5	6	7	8	9	3	3	<input type="checkbox"/>		n <u>2</u>

# Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral

## Karte II

001 *LBLB			057 x						
002 1			058 RCL2						
003 ST0A	Für Druck/Anzeige		059 x						
004 RTN	1 nach R <sub>A</sub> speichern		060 F00						
005 *LBLC			061 GSB9						
006 GSB9			062 F00						
007 ST01			063 GSB6						
008 ENT↑			064 RTN						
009 x	x eingeben und f(x)		065 *LBL1						
010 2	berechnen		066 CF0						
011 +			067 RCL1						
012 CHS			068 CHS						
013 e*			069 ST01						
014 P1			070 GSB0						
015 2			071 1						
016 x			072 XZY						
017 -			073 -						
018 +			074 ST09						
019 ST00			075 GSB9						
020 GSB9			076 GSB6						
021 GSB6			077 RCL9						
022 GSB3			078 RTN						
023 RCL2			079 *LBLE						
024 RTN			080 GSB9						
025 *LBLE			081 X<00						
026 GSB9			082 GT00						
027 ST01			083 1						
028 GSB5			084 XZY0						
029 GSB0			085 GT00						
030 RCL1			086 R1						
031 X<00			087 .						
032 GT01	x eingeben und Q(x)		088 5						
033 SF0	berechnen		089 XZY						
034 *LBLE			090 XZY0						
035 1			091 GSB8						
036 RCL1			092 ENT↑						
037 RCL3			093 x						
038 x			094 1-X						
039 +			095 LN						
040 1-X	t		096 JN						
041 ENT↑			097 PZ0						
042 ENT↑			098 ST07						
043 ENT↑			099 RCL3						
044 RCL4			100 x						
045 x			101 RCL2						
046 RCL5			102 +						
047 +			103 RCL7						
048 x			104 x						
049 RCL6			105 RCL1						
050 +			106 +						
051 x			107 RCL7						
052 RCL7			108 RCL6						
053 +			109 x						
054 x			110 RCL5						
055 RCL8			111 +						
056 +			112 RCL7						
REGISTERS									
0	1 x	2 f(x)	3 r	4 b <sub>5</sub>	5 b <sub>4</sub>	6 b <sub>3</sub>	7 b <sub>2</sub>	8 b <sub>1</sub>	9
S0	S1 C <sub>0</sub>	S2 C <sub>1</sub>	S3 C <sub>2</sub>	S4 d <sub>1</sub>	S5 d <sub>2</sub>	S6 d <sub>3</sub>	S7 t	S8	S9
A 1 für Druck 0 für kein Druck		B 1 für R <sub>A</sub> <sup>1</sup> 0 für R <sub>A</sub> <sup>0</sup>		C		D		E	

113	x				169	RTN			
114	RCL4				170	*LBL2			1 wieder nach RA
115	+				171	1			speichern
116	RCL7				172	STOA			
117	x				173	RTN			
118	1								
119	+								
120	=								
121	RCL7								
122	X=Y								
123	-								
124	P=S								
125	F1?								
126	CHS								
127	GSB9								
128	GSB6								
129	CF1								
130	RTN								
131	*LBL8								
132	SF1								
133	1								
134	-								
135	CHS								
136	RTN								
137	*LBL9								
138	RCLA								
139	X>0?								
140	GSB7								
141	RJ								
142	RTN								
143	*LBL7								
144	RJ								
145	PRTX								
146	R↑								
147	RTN								
148	*LBL6								
149	RCLA								
150	X>0?								
151	SPC								
152	RJ								
153	RTN								
154	*LBL5								
155	RCLA								
156	X>0?								
157	GSB4								
158	RJ								
159	RTN								
160	*LBL4								
161	STOB								
162	CLX								
163	STOA								
164	RTN								
165	*LBL3								
166	RCLB								
167	X>0?								
168	GSB2								

Für (1 - Q)

Druck/Anzeige-Routine

Unterprogramm für Leerzeile

RA für die Berechnung von Q(x) löschen

1 wieder nach RA speichern

LABELS					FLAGS		SET STATUS		
A	B Druck?	C $x \rightarrow f(x)$	D $x \rightarrow Q(x)$	E $Q(x) \rightarrow x$	F x positiv	FLAGS		TRIG	DISP
a	b	c Q(x)	d	e	1 $Q(x) > 0,5$	ON	OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
0 Fehler	1 $x < 0$	2 $1 \rightarrow RA$	3 $RB?$	4 $0 \rightarrow RA$	2	1 <input type="checkbox"/>	2 <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
5 $RA \rightarrow RB$	6 Leerzeile	7 Druck	8	9 Druck	3	3 <input type="checkbox"/>	3 <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>

n 2

# Chi-Quadrat-Verteilung

001 *LBLA		057 Y*	
002 CLRG	Vorbereitungsschritte	058 RCL2	
003 CF0		059 2	
004 CF1		060 ÷	
005 0		061 CHS	
006 RTN		062 e*	
007 *LBLB	Flag 0 für AUTO-	063 x	
008 SF0	Modus setzen	064 2	
009 1		065 RCL1	
010 RTN		066 Y*	
011 *LBLC		067 ÷	
012 GSB9	V eingeben	068 RCL3	
013 1		069 ÷	
014 ST03	$P\left(\frac{Y}{2}\right)$ berechnen	070 ST05	
015 X=Y		071 F1?	
016 2		072 GSB9	
017 ÷		073 F1?	
018 ST01		074 GSB8	
019 INT		075 CF1	
020 LSTX		076 RTN	
021 X=Y?		077 *LBLE	
022 GT01		078 GSB8	
023 1		079 RCL2	
024 -		080 RCL1	
025 N!		081 ÷	
026 GSB9		082 STx5	
027 GSB8		083 2	
028 ST03		084 RCL1	
029 R/S		085 x	
030 *LBL1		086 ST06	
031 .		087 1	
032 5		088 ST04	
033 X=Y?		089 *LBL3	
034 GT02		090 RCL2	
035 X=Y		091 RCL6	
036 1		092 2	
037 -		093 +	
038 STx3		094 ST06	
039 GT01		095 ÷	
040 *LBL2		096 RCL4	
041 P!		097 x	
042 FX		098 ST04	
043 RCL3		099 +	
044 x		100 X=Y?	
045 ST03		101 GT03	
046 GSB9		102 RCL5	
047 GSB8		103 x	
048 R/S		104 GSB9	
049 *LBLD		105 GSB8	
050 SF1		106 RTN	
051 *LBL8	x eingeben, f(x)	107 *LBL9	
052 GSB9	berechnen	108 F0?	
053 ST02		109 PRTX	
054 RCL1		110 RTN	
055 1		111 *LBL8	
056 -		112 F0?	

REGISTERS									
0	u/2	x	1, $\Gamma(u/2)$	belegt	f(x)	belegt			
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E					

x eingeben,  
P(x) berechnen

Druck-/Anzeige-  
Routine



113	SPC	Unterprogramm für							
114	RTN	Leerzeile							

## t-Verteilung

001 *LBLA		057 XZY	
002 CLRG		058 2	
003 CF0		059 =	
004 CF1	Vorbereitungsschritte	060 ST01	
005 0		061 INT	
006 RTN		062 LSTX	
007 *LBLE	Flag 0 für AUTO-	063 XZY	
008 SF0	Modus setzen	064 GT01	
009 1		065 1	
010 RTN		066 -	
011 *LBLC		067 N!	$\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)$ berechnen
012 ST00	V eingeben	068 ST03	
013 GSB7		069 RTN	
014 GSB5		070 *LBL1	
015 RTN		071 .	
016 *LBLD	x eingeben,	072 5	
017 GSB7	f(x) berechnen	073 XZY	
018 ST0A		074 GT02	
019 RCL0		075 XZY	
020 GSB6		076 1	
021 ST0B		077 -	
022 RCL0		078 ST03	
023 1		079 GT01	
024 +		080 *LBL2	R(x) berechnen
025 GSB6		081 P!	
026 ST0C		082 JX	
027 RCL0		083 RCL3	
028 RCLC		084 X	
029 RCLB		085 ST03	
030 ÷		086 RTN	
031 P!		087 *LBLE	P(x) berechnen
032 RCL0		088 ST0A	
033 -		089 GSB7	
034 JX		090 ABS	
035 +		091 RCL0	
036 1		092 RAD	
037 RCL0		093 JX	
038 XZ		094 ÷	
039 RCL0		095 TAN <sup>-1</sup>	
040 ÷		096 ST02	
041 +		097 RCL0	
042 RCL0		098 2	
043 1		099 =	
044 +		100 INT	
045 2		101 LSTX	
046 ÷		102 XZY	
047 CHS		103 GT04	
048 Y*		104 0	
049 X		105 ST05	
050 ST0D		106 *LBL6	Für v geradzahlig
051 GSB7		107 RCL2	
052 GSB5		108 COS	
053 RTN		109 XZ	
054 *LBL6		110 ST03	
055 1		111 RCL2	
056 ST03		112 SIN	

REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V		0	belegt	sin 0	belegt	belegt	20/π, R	belegt	
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
x	$\Gamma(v/2)$	$\Gamma(v+1/2)$							

[illegible]

## F-Verteilung

001 *LBLA			057 RCL4		
002 CLRG			058 GSB9		
003 CF0		Vorbereitungsschritte	059 RTN		
004 CF1			060 *LBL5		
005 0			061 1		
006 RTN			062 ST05		
007 *LBLB		Flag 0 für AUTO-Modus setzen	063 RCL3		V <sub>1</sub> gerade
008 SF0			064 -		
009 1			065 ST03		
010 RTN		V <sub>1</sub> eingeben	066 RCL2		
011 *LBLC			067 2		
012 ST01			068 ÷		
013 GSB9			069 ×		
014 RTN			070 ST+5		
015 *LBLO		V <sub>2</sub> eingeben	071 DSZ1		
016 ST02			072 GT03		
017 GSB9			073 GT02		
018 RTN			074 *LBL3		
019 *LBLE		x eingeben	075 RCL2		
020 GSB9			076 2		
021 ST06			077 +		
022 ENT↑			078 ST02		
023 RCL1			079 RCL7		
024 ×			080 2		
025 RCL2			081 +		
026 +			082 ST07		
027 RCL2			083 ÷		
028 X=Y			084 RCL3		
029 ÷			085 ×		
030 ST03			086 ×		
031 RCL1			087 ST+5		
032 2			088 DSZ1		
033 ÷			089 GT03		
034 FRC			090 *LBL2		V <sub>1</sub> gerade
035 0			091 RCL5		
036 X=Y?			092 RCL4		
037 GT0d		Falls V geradzahlig → GTO d, sonst GTO e	093 ×		
038 GT0e			094 F1?		
039 RTN			095 GSB9		
040 *LBLd			096 F1?		
041 RCL3			097 GSB8		
042 RCL2			098 RTN		
043 2			099 *LBLe		
044 ST07			100 CF1		
045 ÷		Für v <sub>1</sub> gerade	101 RCL1		
046 Y×			102 RCL2		
047 ST04			103 ST01		V <sub>1</sub> ungerade
048 RCL1			104 X=Y		
049 2			105 ST02		
050 -			106 1		
051 2			107 RCL3		
052 ÷			108 -		
053 ST01			109 ST03		
054 0			110 GSBd		
055 X=Y?			111 SF1		
056 GT05			112 1		

REGISTERS									
0	1 V <sub>1</sub> oder V <sub>2</sub>	2 V <sub>2</sub> oder V <sub>1</sub>	3 t, l - t	4 tV <sub>2</sub> /2 od. tV	5 belegt	6 x	7 belegt	8 belegt	9 belegt
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	belegt				



# Multiple linear Regression

001 *LBLA			057 X <sup>2</sup>	
002 CLRG			058 GSB2	
003 CF0	Vorbereitungsschritte		059 ST+1	
004 CF1			060 RTN	
005 0			061 *LBLA	
006 RTN			062 RCL0	
007 *LBLE			063 RCL4	
008 STOC			064 X	
009 R4			065 RCL7	
010 STOB			066 X <sup>2</sup>	
011 R4			067 -	
012 STOA			068 STOD	
013 GSB7			069 RCL0	
014 7			070 RCL3	
015 STOI			071 X	
016 R4	x <sub>i</sub> , y <sub>i</sub> , z <sub>i</sub> eingeben		072 RCL9	
017 GSB1			073 RCL9	
018 8			074 X	
019 STOI			075 -	
020 RCLB	Σx <sub>i</sub> , Σy <sub>i</sub> , Σz <sub>i</sub> , Σx <sub>i</sub> <sup>2</sup> ,		076 X	
021 GSB9	Σy <sub>i</sub> <sup>2</sup> , Σz <sub>i</sub> <sup>2</sup> , Σx <sub>i</sub> y <sub>i</sub> ,		077 STOC	
022 GSB1	Σy <sub>i</sub> z <sub>i</sub> , Σz <sub>i</sub> x <sub>i</sub> berechnen		078 RCL0	
023 9			079 RCL1	
024 STOI			080 X	
025 RCLC			081 RCL7	
026 GSB9			082 RCL8	
027 GSB1			083 X	
028 RCLA			084 -	
029 RCLB			085 STOA	
030 X			086 RCL0	
031 GSB2			087 RCL2	
032 ST+1			088 X	
033 RCLA			089 RCL7	
034 RCLC			090 RCL9	
035 X			091 X	
036 GSB2			092 -	
037 ST+2			093 STOB	
038 RCLB			094 X	
039 RCLC			095 RCLC	
040 X			096 X <sup>2</sup> Y	
041 GSB2			097 -	
042 ST+3			098 RCLD	
043 1			099 RCL0	
044 GSB2			100 RCL5	
045 ST+0			101 X	
046 RCL0			102 RCL8	
047 GSB9			103 X <sup>2</sup>	
048 RTN			104 -	
049 *LBL1			105 X	
050 GSB2	Unterprogramm für		106 RCLA	
051 ST+1	Σx <sub>i</sub> , Σx <sub>i</sub> <sup>2</sup> ...		107 X <sup>2</sup>	
052 RCL1			108 -	
053 3			109 ÷	
054 -			110 STOC	
055 STOI			111 RCLB	
056 R4			112 RCLA	

REGISTERS									
0 n	1 Σx <sub>i</sub> y <sub>i</sub>	2 Σx <sub>i</sub> z <sub>i</sub>	3 Σy <sub>i</sub> z <sub>i</sub>	4 Σx <sub>i</sub> <sup>2</sup>	5 Σy <sub>i</sub> <sup>2</sup>	6 Σz <sub>i</sub> <sup>2</sup>	7 Σz <sub>i</sub> <sup>2</sup>	8 Σy <sub>i</sub>	9 Σz <sub>i</sub>
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A belegt, a	B belegt, b	C z <sub>i</sub> , B in b, c	D [nΣx <sub>i</sub> <sup>2</sup> - (Σx <sub>i</sub> ) <sup>2</sup> ]	E nΣx <sub>i</sub> <sup>2</sup> - (Σx <sub>ij</sub> ) <sup>2</sup>	I				

113	RCLC				169	GSB9		Schätzwert z berechnen
114	x				170	ENT↑		
115	-				171	RCLC		
116	RCLD				172	x		
117	=				173	XZY		
118	STOB				174	RCLB		
119	RCL9				175	x		
120	RCLC				176	+		
121	RCL8				177	RCLA		
122	x				178	+		
123	-				179	GSB9		
124	RCLB				180	RTN		
125	RCL7				181	*LBLc		$\Sigma x_i, \Sigma y_i, \Sigma z_i$
126	x				182	F0°		
127	-				183	SPC		
128	RCL0				184	e		
129	=	a			185	STOI		
130	STOA				186	GTO8		
131	GSB7				187	RTN		
132	R/S	b			188	*LBLd		$\Sigma x_i^2, \Sigma y_i^2, \Sigma z_i^2$
133	RCLB				189	z		
134	GSB9				190	STOI		
135	R/S	c			191	GSB8		
136	RCLC				192	RTN		
137	GSB9				193	*LBL e		$\Sigma x_i y_i, \Sigma x_i z_i, \Sigma y_i z_i$
138	R/S				194	0		
139	*LBLa				195	STOI		
140	RCLA				196	GSB8		
141	RCL9				197	RTN		
142	x				198	*LBL8		
143	RCLB				199	ISZ1		
144	RCL2				200	RCL i		
145	x				201	GSB9		Druck für LBL a, LBL b, LBL c
146	+				202	R/S		
147	RCLC				203	GTO8		
148	RCL3				204	RTN		
149	x				205	*LBLD		
150	+				206	SF1		
151	RCL9				207	GSBC		
152	X <sup>2</sup>				208	CF1		Für Berichtigung von $x_k, y_k, z_k$
153	RCL0				209	RTN		
154	=				210	*LBLB		
155	-				211	SF0		
156	RCL6				212	1		Flag 0 für AUTO- Modus setzen
157	RCL9				213	RTN		
158	X <sup>2</sup>				214	*LBL7		
159	RCL0				215	F0°		
160	=				216	SPC		
161	-				217	*LBL9		
162	=				218	F0°		Unterprogramm Leerzeile und Druckroutine
163	GSB7				219	PRTX		
164	RTN				220	RTN		
165	*LBLb				221	*LBL2		Vorzeichenwechsel für Berichtigung
166	XZY				222	F1°		
167	GSB7				223	CHS		
168	XZY				224	RTN		





113	ST04			169	X $\leftrightarrow$ Y		
114	*LBL3			170	X		
115	CLX			171	ST09		
116	ST05			172	LSTX		
117	*LBL4			173	RCL6		
118	RCL1			174	X		
119	RCL7			175	ST07		
120	1			176	CLX		
121	ST08			177	R/S		
122	+			178	*LBLd	(f, f <sub>i</sub> )	
123	÷			179	RCL7		
124	ST01			180	RCL8		
125	GSBd			181	1		
126	ST=2			182	+		
127	GSBd			183	+		
128	ST=3			184	N!		
129	GSBd			185	RCL7		
130	ST=4			186	RCL8		
131	GSBd			187	-		
132	ST=5			188	N!		
133	RCL7			189	X		
134	RCL7			190	RCL8		
135	RCL7			191	RCL8		
136	1			192	1		
137	-			193	+		
138	2			194	ST08		
139	X			195	+		
140	ST06			196	÷		
141	÷			197	RCL7		
142	3			198	N!		
143	X			199	ENT†		
144	ST08			200	X		
145	Rd			201	÷		
146	2			202	RTN		
147	+			203	*LBLB	Flag 0 für AUTO-	
148	RCL6			204	SF0	Modus setzen	
149	÷			205	1		
150	ST06			206	ST0A		
151	RCL3			207	RTN		
152	X						
153	ST-1						
154	RCL8						
155	RCL3						
156	X						
157	ST03						
158	RCL7						
159	RCL7						
160	RCL7						
161	2						
162	-						
163	÷						
164	5						
165	X						
166	3						
167	÷						
168	RCL8						

LABESL					FLAGS	SET STATUS		
A Start	B Druck?	C N→	D y <sub>i</sub> →	E n→	0 Druck	FLAGS	TRIG	DISP
a	b	c	d	e (f <sub>n</sub> , f <sub>n</sub> )	1 y <sub>i</sub> , i > 1	ON OFF		
0 Druck i	1	2	3	4 (f, f <sub>4</sub> )	2	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
5	6	7 i > 1	8	9 f <sub>n</sub> (i) f(x <sub>i</sub> )	3	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>

# Approximation von Funktionen durch Polynome

## Karte II

001 *LBL 002 R↑ 003 R↑ 004 3 005 + 006 ENT↑ 007 ENT↑ 008 5 009 - 010 ÷ 011 2 012 x 013 3 014 + 015 RCL7 016 + 017 ST07 018 RCL4 019 x 020 ST-2 021 LSTX 022 RCL9 023 x 024 ST04 025 R↑ 026 R↑ 027 4 028 + 029 ENT↑ 030 ENT↑ 031 7 032 - 033 ÷ 034 3 035 x 036 4 037 ÷ 038 RCL6 039 xzy 040 x 041 ST06 042 LSTX 043 RCL8 044 x 045 ST08 046 R↑ 047 ENT↑ 048 ENT↑ 049 ENT↑ 050 3 051 - 052 ÷ 053 7 054 x 055 4 056 ÷	Fortsetzung	057 RCL7 058 xzy 059 x 060 ST+8 061 LSTX 062 RCL9 063 x 064 RCL5 065 x 066 ST05 067 LSTX 068 STx8 069 RCL6 070 x 071 ST+1 072 RCL8 073 ST-3 074 *LBLB 075 RCL4 076 xxy 077 SF0 078 1 079 R/S 080 *LBLB 081 xzy 082 GSB9 083 xzy 084 GSB8 085 - 086 ST08 087 LSTX 088 2 089 x 090 + 091 RCL8 092 ÷ 093 ST06 094 2 095 RCL8 096 ÷ 097 ST08 098 RCL1 099 RCL6 100 RCL2 101 x 102 + 103 RCL6 104 ENT↑ 105 x 106 RCL3 107 x 108 + 109 ST01 110 RCL2 111 RCL6 112 RCL3	xN, x0 eingeben
---	-------------	---	-----------------

REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	b <sub>0</sub> , c <sub>0</sub> , d <sub>0</sub>	b <sub>1</sub> , c <sub>1</sub> , d <sub>1</sub>	b <sub>2</sub> , c <sub>2</sub> , d <sub>2</sub>	b <sub>3</sub> , c <sub>3</sub> , d <sub>3</sub>	b <sub>4</sub> , c <sub>4</sub> , d <sub>4</sub>	β	,	α	
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
I für Druck/Anz.									



## t-Test

001 *LBLA		057 ST-2	
002 CF0		058 X <sup>2</sup>	
003 0	Vorbereitungsschritte	059 ST-3	
004 ST01		060 RCL1	
005 ST02		061 1	
006 ST03		062 -	
007 RTN		063 ST01	
008 *LBLC		064 GSB0	
009 F00	$x_i, y_j$ für gepaarte Stichproben eingeben	065 RTN	
010 GSB9		066 *LBLB	Flag 0 für AUTO- Modus setzen
011 -		067 SF0	
012 ST+2		068 1	
013 X <sup>2</sup>		069 RTN	
014 ST+3		070 *LBL9	$x_i, y_j$ ausgeben
015 RCL1		071 X <sup>2</sup> Y	
016 1		072 SPC	
017 +		073 PRTX	
018 ST01		074 X <sup>2</sup> Y	
019 GSB0		075 PRTX	
020 RTN		076 RTN	
021 *LBLC	$\bar{D}, S_D, t_1, df_1$	077 *LBLC	$x_i$ oder $y_j$ eingeben (unabhängige Stich- proben)
022 RCL2		078 GSB0	
023 RCL1		079 ST+2	
024 =		080 X <sup>2</sup>	
025 GSB1		081 ST+3	
026 GSB0		082 RCL1	
027 R/S		083 1	
028 RCL3		084 +	
029 RCL2		085 ST01	
030 X <sup>2</sup>		086 GSB0	
031 RCL1		087 GSB1	
032 =		088 RTN	
033 -		089 *LBLC	d eingeben
034 RCL1		090 ST07	
035 1		091 RCL1	
036 -		092 ST04	
037 =		093 RCL2	
038 JX		094 ST05	
039 GSB0		095 RCL3	
040 R/S		096 ST06	
041 RCL1		097 0	
042 JX		098 ST01	
043 =		099 ST02	
044 =		100 ST03	
045 GSB0		101 RCL7	
046 R/S		102 GSB0	
047 RCL1		103 GSB1	
048 1		104 RTN	
049 -		105 *LBLD	
050 GSB0		106 RCL6	
051 GSB1		107 RCL5	
052 RTN		108 X <sup>2</sup>	
053 *LBLD	Berichtigung von $x_k, y_k$	109 RCL4	
054 F00		110 =	
055 GSB9		111 -	
056 -		112 RCL3	

REGISTERS									
0 belegt	1 n, n <sub>1</sub> , n <sub>2</sub>	2 belegt	3 belegt	4 n <sub>1</sub>	5 $\Sigma x_i$	6 $\Sigma x_i^2$	7 d	8 n <sub>1</sub> + n <sub>2</sub> - 2	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

113	+			169	*LBL1		
114	RCL2			170	F0?		
115	X <sup>2</sup>			171	SPC		Unterprogramm für
116	RCL1			172	RTN		Leerzeile
117	÷						
118	-						
119	RCL1						
120	RCL4						
121	+						
122	2	t <sub>2</sub> , df <sub>2</sub>					
123	-						
124	ST08						
125	÷						
126	√X						
127	1						
128	RCL1						
129	÷						
130	1						
131	RCL4						
132	÷						
133	+						
134	√X						
135	x						
136	RCL5						
137	RCL4						
138	÷						
139	RCL2						
140	RCL1						
141	÷						
142	-						
143	RCL7						
144	-						
145	X <sup>2</sup> Y						
146	÷						
147	GSB0						
148	R/S						
149	RCL8						
150	GSB0						
151	GSB1						
152	RTN						
153	*LBL6						
154	GSB0						
155	ST-2	Berichtigung von					
156	X <sup>2</sup>	x <sub>k</sub> oder y <sub>h</sub>					
157	ST-3						
158	RCL1						
159	1						
160	-						
161	ST01						
162	GSB0						
163	GSB1						
164	RTN						
165	*LBL0	Druck/Anzeige-					
166	F0?	Routine					
167	PRTX						
168	RTN						

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
A Start	B Druck	C x <sub>i</sub> ↑ y <sub>i</sub>	D x <sub>k</sub> ↑ y <sub>k</sub> →	E → D̄, S <sub>D</sub> ...	F Druck	FLAGS	TRIG	DISP
a x <sub>i</sub> oder y <sub>i</sub>	b x <sub>k</sub> oder y <sub>k</sub>	c d →	d t <sub>2</sub> ; df <sub>2</sub>	e	f	ON OFF		
0 Druck	1 Leerzeile	2	3	4	2	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
						1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
5	6	7	8	9 x <sub>i</sub> , y <sub>i</sub> ausgeb.	3	3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>

# Chi-Quadrat-Test

001 *LBLA				057 RCL3					
002 CF0				058 ÷					
003 CF1				059 ST-2					
004 0				060 RCL1					
005 ST01				061 1					
006 ST02				062 -					
007 ST03				063 ST01					
008 RTN				064 GSB8					
009 *LBL0				065 RTN					
010 F0?				066 *LBLa					
011 GSB9				067 GSB8					
012 ST03				068 ST+2					
013 -				069 X²					
014 X²				070 ST+3					
015 RCL3				071 RCL1					
016 ÷				072 1					
017 ST+2				073 +					
018 RCL1				074 ST01					
019 1				075 GSB8					
020 +				076 GSB7					
021 ST01				077 SF1					
022 GSB8				078 RTN					
023 RTN				079 *LBLk					
024 *LBLc				080 GSB8					
025 F1?				081 ST-2					
026 ST01				082 X²					
027 RCL2				083 ST-3					
028 GSB7				084 RCL1					
029 GSB8				085 1					
030 GSB7				086 -					
031 RTN				087 ST01					
032 *LBL1				088 GSB8					
033 1				089 GSB7					
034 RCL1				090 RTN					
035 RCL3				091 *LBLB					
036 x				092 SF0					
037 RCL2				093 1					
038 ÷				094 RTN					
039 RCL2				095 *LBL9					
040 -				096 SPC					
041 GSB7				097 X²Y					
042 GSB8				098 PRTX					
043 RTN				099 X²Y					
044 *LBLd				100 PRTX					
045 RCL2				101 RTN					
046 RCL1				102 *LBLc					
047 ÷				103 SF1					
048 GSB8				104 CT0E					
049 GSB7				105 RTN					
050 RTN				106 *LBL8					
051 *LBLD				107 F0?					
052 F0?				108 PRTX					
053 GSB9				109 RTN					
054 ST03				110 *LBL7					
055 -				111 F0?					
056 X²				112 SPC					

REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	n	belegt	belegt						
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E					



# Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest)

001 *LBLA			057 *LBLA		
002 CLR6			058 SF0		
003 CF0			059 1		
004 CF1			060 RTN		
005 0			061 *LBL9		
006 RTN			062 XZY		
007 *LBLB			063 PRTX		
008 F0?			064 XZY		
009 GSB9			065 PRTX		
010 0			066 RTN		
011 ST07			067 *LBLb		
012 RJ			068 F0?		
013 GSB0			069 GSB8		
014 RTN			070 ST0C		
015 *LBLD			071 F1?		
016 RCL0			072 CHS		
017 RCL4			073 ST+3		
018 x			074 ST00		
019 RCL1			075 ST07		
020 ÷			076 ENT+		
021 RCL0			077 x		
022 RCL5			078 ST08		
023 RCL2			079 RJ		
024 ÷			080 *LBL0		
025 x			081 ST08		
026 +			082 F1?		
027 RCL0			083 CHS		
028 -			084 ST+2		
029 ST0D			085 ST+0		
030 GSB7			086 ST+7		
031 R/S			087 ENT+		
032 RCLD			088 x		
033 RCL0			089 ST09		
034 RCLD			090 RJ		
035 +			091 ST0A		
036 ÷			092 F1?		
037 JX			093 CHS		
038 GSB7			094 ST+1		
039 GSB6			095 ST+0		
040 RTN			096 ST+7		
041 *LBLB			097 ENT+		
042 RCL1			098 x		
043 GSB7			099 RCL7		
044 R/S			100 ÷		
045 RCL2			101 ST+4		
046 GSB7			102 RCL9		
047 R/S			103 RCL7		
048 +			104 ÷		
049 GSB7			105 ST+5		
050 GSB6			106 RCL8		
051 RTN			107 RCL7		
052 *LBLC			108 ÷		
053 SF1			109 ST+6		
054 GSB8			110 1		
055 CF1			111 F1?		
056 RTN			112 CHS		

REGISTERS									
<sup>0</sup> T	<sup>1</sup> R <sub>1</sub>	<sup>2</sup> R <sub>2</sub>	<sup>3</sup> R <sub>3</sub>	<sup>4</sup> Σ <sup>2</sup> x <sub>2j</sub> /C <sub>j</sub>	<sup>5</sup> Σ <sup>2</sup> x <sub>2j</sub> /C <sub>j</sub>	<sup>6</sup> Σ <sup>2</sup> x <sub>3j</sub> /C <sub>j</sub>	<sup>7</sup> C <sub>j</sub>	<sup>8</sup> x <sub>3j</sub> <sup>2</sup>	<sup>9</sup> x <sub>2j</sub> <sup>2</sup>
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
<sup>A</sup> x <sub>1j</sub>	<sup>B</sup> x <sub>2j</sub>	<sup>C</sup> x <sub>3j</sub>	<sup>D</sup> χ <sup>2</sup>	<sup>E</sup> k					



113	RCL			169	RCL		
114	+			170	GSB		
115	STOE			171	RTN		
116	GSB			172	*LBL	3 × k Berichtigung	
117	GSB			173	SF1		
118	CF1			174	GSB		
119	R/S			175	CF1		
120	RCL			176	RTN		
121	GSB			177	*LBL	$x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}$ ausgeben	
122	GSB			178	R↓		
123	RTN			179	R↓		
124	*LBL			180	PRTX		
125	RCL			181	R↑		
126	RCL			182	PRTX		
127	RCL			183	R↑		
128	+			184	PRTX		
129	+			185	RTN		
130	STO	$3 \times k \chi^2$		186	*LBL	Druck/Anzeige- Modus	
131	RCL			187	FB?		
132	RCL			188	PRTX		
133	=			189	RTN		
134	STO			190	*LBL	Unterprogramm für Leerzeile	
135	RCL			191	FB?		
136	RCL			192	SPC		
137	=			193	RTN		
138	ST+						
139	RCL						
140	RCL						
141	=						
142	ST+						
143	RCL						
144	1						
145	-						
146	RCL						
147	x						
148	GSB						
149	R/S						
150	ENT↑	$3 \times k C_c$					
151	ENT↑						
152	RCL						
153	+						
154	=						
155	JX						
156	GSB						
157	GSB						
158	R/S						
159	*LBL	$3 \times k R_1, R_2, R_3, T$					
160	RCL						
161	GSB						
162	R/S						
163	RCL						
164	GSB						
165	R/S						
166	RCL						
167	GSB						
168	R/S						

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> $x_{1j}, x_{2j}$	<sup>C</sup> Korrektur	<sup>D</sup> $\chi^2; C_c$	<sup>E</sup> $R_1; R_2; T$	<sup>F</sup> Druck			
<sup>A</sup> Druck	<sup>B</sup> $3 \times k$ eingegeb.	<sup>C</sup> Korrektur	<sup>D</sup> $\chi^2; C_c$	<sup>E</sup> $R_1; R_2$	<sup>F</sup> Korrektur			
<sup>A</sup>	<sup>B</sup> Eingabe	<sup>C</sup>	<sup>D</sup>	<sup>E</sup>	<sup>F</sup>			
<sup>A</sup>	<sup>B</sup> Leerzeile	<sup>C</sup> Druck	<sup>D</sup> Druck	<sup>E</sup> Druck	<sup>F</sup>			

FLAGS			SET STATUS		
			FLAGS	TRIG	DISP
0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	ON OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			n <u>2</u>

# Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient

001 *LBLA			057 XZY		
002 CLR6		Vorbereitungsschritte	058 PRTX		
003 CF0			059 XZY		R <sub>i</sub> , S <sub>j</sub> drucken
004 CF1			060 PRTX		
005 0			061 RTN		
006 RTN			062 *LBLJ		Druck/Anzeige-Routine
007 *LBLC			063 F00		
008 F00		R <sub>i</sub> , S <sub>j</sub> eingeben	064 PRTX		
009 GSB9			065 RTN		
010 -			066 *LBLI		Unterprogramm für Leerzeile
011 X3			067 F00		
012 F10			068 SPC		
013 CHS			069 RTN		
014 ST+2					
015 RCL1					
016 1					
017 F10					
018 CHS					
019 +					
020 ST01					
021 GSB0					
022 GSB1					
023 RTN					
024 *LBL E					
025 1					
026 RCL2					
027 6					
028 X					
029 RCL1					
030 X3					
031 1					
032 -					
033 RCL1					
034 X					
035 ÷					
036 -					
037 GSB0		r <sub>s</sub> , z			
038 R'0					
039 RCL1					
040 1					
041 -					
042 JX					
043 X					
044 GSB0					
045 GSB1					
046 RTN					
047 *LBLD					
048 SF1		Berichtigung			
049 GSBC					
050 CF1					
051 RTN					
052 *LBLB					
053 SF0					
054 1		Flag 0 für AUTO-Modus setzen			
055 RTN					
056 *LBL9					

REGISTERS									
0	1 n	2 $\Sigma D_i^2$	3	4	5	6	7	8	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J



# Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten

001 *LBLA			057 R/S	
002 CLRG			058 *LBLB	
003 CF0	Vorbereitungsschritte		059 RCL5	
004 CF1			060 GSB9	
005 0			061 RTN	
006 RTN			062 *LBLC	
007 *LBLB	Für Druck/Anzeige, l in RE speichern		063 CF1	
008 1			064 RCL6	
009 STOE			065 1	
010 RTN			066 +	
011 *LBLC			067 STOE	
012 STOE			068 RCL2	$\bar{x}_i$
013 RCL4			069 RCL1	
014 STOA			070 =	
015 RCL5			071 GSB9	
016 STOE			072 ST+7	
017 RCL0			073 R/S	
018 GSB9			074 *LBLD	
019 FI?			075 RCL4	
020 STOI			076 RCL5	
021 0	$x_{ij}$ eingeben		077 -	$R_i$
022 STOI			078 ST+8	
023 STOE			079 GSB9	
024 STOI			080 GSB7	
025 XZY			081 R/S	
026 STOI			082 *LBLB	
027 STOE			083 RCL7	
028 SFI			084 RCL6	$\bar{x}$
029 *LBLI			085 =	
030 RCL4			086 GSB9	
031 XZY			087 RTN	
032 XZY?			088 *LBLB	
033 STOI			089 RCL8	
034 RCL5			090 RCL6	
035 XZY			091 =	
036 XZY?			092 STOI	$\bar{R}$
037 STOE			093 GSB9	
038 F0?			094 GSB7	
039 CHS			095 R/S	
040 ST+2			096 *LBLC	
041 X?			097 RCL3	
042 F0?			098 x	
043 CHS			099 RCL7	$L_{\bar{x}}$
044 ST+3			100 RCL6	
045 RCL1			101 =	
046 1			102 XZY	
047 F0?			103 -	
048 CHS			104 GSB9	
049 +			105 R/S	
050 STOI			106 *LBLC	
051 GSB9			107 LSTX	
052 RTN			108 2	$U_{\bar{x}}$
053 *LBLB			109 x	
054 GSB7			110 +	
055 RCL4	$x_{max}, x_{min}$		111 GSB9	
056 GSB9			112 GSB7	

REGISTERS									
0 $x_{ij}$	1 n	2 $\Sigma x_{ij}$	3 $\Sigma x_{ij}^2, \bar{R}$	4 $x_{max}$	5 $x_{min}$	6 m	7 $\Sigma \bar{x}_i$	8 $\Sigma R_i$	9 belegt
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A letztes $x_{max}$	B letztes $x_{min}$	C	D	E	I für Druck/Anz.				

[illegible]

# Operations-Charakteristik

001	*LBLA		057	=	
002	CF0		058	LSTX	
003	CLRG	Vorbereitungsschritte	059	RCL1	
004	0		060	RCL4	
005	RTN		061	-	
006	*LBLB	Flag 0 für AUTO-Modus setzen	062	RCL2	
007	SF0		063	-	
008	1		064	+	
009	RTN		065	÷	
010	*LBLC	N speichern	066	RCL6	
011	GSB3		067	x	
012	ST01		068	ST06	
013	RTN		069	ST+7	
014	*LBLD		070	RCL3	
015	ST03	n, c für endliche Losgröße speichern	071	1	
016	X=Y		072	RCL8	
017	ST02		073	+	
018	GSB3		074	ST08	
019	X=Y		075	X=Y?	
020	GSB3		076	GT00	
021	RTN		077	1	
022	*LBLB		078	RCL7	
023	GSB4		079	X>Y?	
024	GSB3		080	X=Y	
025	RCL1		081	GSB3	
026	x		082	R/S	
027	INT		083	*LBLA	
028	ST04		084	-	
029	RCL1	Endliche Losgröße	085	LSTX	
030	RCL2		086	X=Y?	
031	GSB6		087	GSB9	
032	RCL1		088	ST05	
033	RCL4		089	1	
034	-		090	ST07	
035	RCL2		091	+	
036	GSB6		092	ST06	
037	R		093	CLX	
038	÷		094	X=Y?	
039	ST05		095	GT08	
040	ST06		096	*LBL1	
041	ST07		097	R4	
042	RCL3		098	1	
043	0		099	RCL7	
044	ST08		100	+	
045	X=Y?		101	ST07	
046	GSB5		102	X>Y?	
047	*LBLB		103	GT07	
048	RCL4		104	RCL5	
049	-		105	X=Y	
050	RCL8		106	+	
051	RCL2		107	LSTX	
052	-		108	÷	
053	x		109	RCL6	
054	RCL8		110	x	
055	1		111	ST06	
056	+		112	GT01	

REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	N, n	n, p	c, f(0)	M	f(0)	,c	,Zähler	belegt	
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E					

113	RTN			169	RCL8				
114	*LBL7			170	X				
115	RCL6			171	RCL4				
116	RTN			172	X				
117	*LBL8			173	ST04				
118	1			174	ST+5				
119	GSB3			175	RCL7				
120	RTN			176	1				
121	*LBL9			177	+				
122	ST06			178	ST07				
123	X=Y			179	RCL6				
124	RTN			180	X=Y?				
125	*LBL4	n, c für unendliche		181	ST02				
126	ST06	Losgröße speichern		182	1				
127	X=Y			183	RCL5				
128	ST01			184	X=Y?				
129	GSB3			185	X=Y				
130	X=Y			186	GSB3				
131	GSB3			187	R/S				
132	RTN			188	*LBL6				
133	*LBL5			189	RCL3				
134	ST02			190	GSB3				
135	GSB4			191	R/S				
136	GSB3			192	RTN				
137	ST02			193	*LBL5				
138	RCL2			194	RCL5				
139	1	Unendliche Losgröße		195	GSB3				
140	-			196	R/S				
141	CHS			197	RTN				
142	=			198	*LBL3				
143	ST08			199	F0?				
144	LSTX			200	PRTX				
145	RCL1			201	RTN				
146	Y*			202	*LBL4				
147	ST03			203	F0?				
148	RCL6			204	SPC				
149	0			205	RTN				
150	ST07								
151	X=Y?								
152	GSB6								
153	CLX								
154	RCL1								
155	X=Y								
156	X=Y?								
157	ST06								
158	RCL3								
159	ST04								
160	ST05								
161	*LBL2								
162	RCL1								
163	RCL7								
164	-								
165	RCL7								
166	1								
167	+								
168	=								

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
A Start	B Druck	C N	D n↑c →	E p → Pa	0 Druck	FLAGS	TRIG	DISP
a f(x)	b	c	d n↑c →	e p → Pa	1	ON OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
0 Pa	1 f(x+1)	2 Leerzeile	3 Druck	4	2	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
5 c, f(0)	6 f(0)	7 c	8 1	9 STO 6	3	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		

# **Warteschlangen** (eine oder mehrere Abfertigungsstellen)

001 *LBLA		057 RCL1	
002 GSB9		058 RCL3	
003 ST01		059 -	
004 ST01		060 =	
005 R↓	P	061 ST04	Lq, L
006 ST02		062 SPC	
007 XZY		063 PRTX	
008 ST05		064 R/S	
009 +		065 *LBLC	
010 ST03		066 RCL3	
011 PRTX		067 +	
012 R/S		068 ST06	
013 *LBLB		069 PRTX	
014 1		070 R/S	
015 ST04		071 *LBLD	Tq, T
016 0		072 RCL4	
017 *LBL1		073 RCL2	
018 RCL4		074 =	
019 +		075 SPC	
020 LSTX		076 PRTX	
021 RCL3		077 R/S	
022 x		078 *LBLD	
023 RCL1		079 RCL6	
024 RCL1		080 RCL2	
025 -		081 =	
026 1		082 PRTX	
027 +		083 R/S	
028 =		084 *LBLE	P(t)
029 ST04	P <sub>0</sub> , P <sub>b</sub>	085 SPC	
030 R↓		086 PRTX	
031 DSZ1		087 RCL1	
032 ST01		088 RCL5	
033 1		089 x	
034 RCL3		090 RCL2	
035 RCL1		091 -	
036 =		092 x	
037 -		093 CHS	
038 RCL4		094 e*	
039 XZY		095 RCL1	
040 =		096 x	
041 ST01		097 PRTX	
042 +		098 SPC	
043 1/X		099 R/S	
044 SPC		100 *LBL9	μ, λ, n ausgeben
045 PRTX		101 R↓	
046 R/S		102 R↓	
047 *LBLB		103 SPC	
048 RCL1		104 PRTX	
049 x		105 R↑	
050 ST01		106 PRTX	
051 PRTX		107 R↑	
052 R/S		108 PRTX	
053 *LBLC		109 RTN	
054 RCL1		110 *LBLa	m, n
055 RCL3		111 GSB8	
056 x		112 ST02	

REGISTERS									
0	1 n, m	2 λ, n	3 p	4 , Lq, k	5 μ, Q <sub>k</sub> , L	6 L, ΣQ <sub>k</sub>	7 ΣkQ <sub>k</sub> , -F	8 a	9 belegt
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E					belegt, P <sub>b</sub>



113 R4		169 ST05	
114 ST01		170 SPC	
115 R/S		171 PRTX	
116 *LBL6	p	172 R/S	
117 GSB8		173 *LBLc	T
118 ST08		174 RCL8	
119 ÷		175 x	
120 ST03		176 PRTX	
121 PRTX		177 R/S	
122 R/S		178 *LBLd	Lq, Tq
123 *LBLc		179 RCL5	
124 CLX		180 RCL1	
125 ST07		181 ÷	
126 1		182 1	
127 ST04		183 -	
128 ST05		184 RCL3	
129 ST06		185 1	
130 *LBL3		186 +	
131 RCL2		187 x	
132 RCL4		188 ST07	
133 X>Y?		189 1	
134 X≠Y		190 +	
135 RCL3		191 RCL1	
136 X≠Y		192 x	
137 ÷		193 SPC	
138 RCL1		194 PRTX	
139 RCL4		195 R/S	
140 -		196 *LBLd	Tq
141 1	L, T	197 RCL8	
142 +		198 x	
143 x		199 PRTX	
144 RCL5		200 R/S	
145 x		201 *LBLc	
146 ST05		202 RCL7	
147 EEX		203 CHS	F
148 CHS		204 SPC	
149 9		205 PRTX	
150 0		206 SPC	
151 X>Y?		207 R/S	
152 GT02		208 *LBL8	m, n, s, a ausgeben
153 R4		209 R4	
154 ST+6		210 SPC	
155 RCL4		211 PRTX	
156 x		212 R↑	
157 ST+7		213 PRTX	
158 RCL1		214 RTN	
159 RCL4			
160 1			
161 +			
162 ST04			
163 X≠Y?			
164 GT03			
165 *LBL2			
166 RCL7			
167 RCL6			
168 ÷			

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
A ... → p	B → P <sub>0</sub> , → P <sub>b</sub>	C → L <sub>q</sub> , → L	D → T <sub>q</sub> , → T	E t → P(t)	0	FLAGS TRIG DISP		
a m ↑ n →	b St a → p	c → L, → T	d → L <sub>q</sub> , → T <sub>q</sub>	e → F	1	ON OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
						1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>

## Anhang

### Beschriftungshinweise auf Magnetkarten

### Zeichen und Symbole

Symbol bzw. Schreibweise	Bedeutung
Weiße Zeichen: x <b>A</b>	Die Funktion der Programmtasten wird durch die weißen Symbole gekennzeichnet, die jeweils über diesen Tasten stehen, wenn Sie die Programmkarte in den dafür vorgesehenen Fensterausschnitt geschoben haben. In diesem Fall besagt die Beschriftung, daß der Wert x eingegeben wird, wenn Sie nach Eintasten des Zahlenwertes die Taste <b>A</b> drücken.
Goldfarbene Zeichen: y x <b>E</b>	Für goldfarbene Zeichen gilt das gleiche, das bereits für weiße Zeichen gesagt wurde, nur daß jetzt die entsprechende Programmtaste im Anschluß an die Präfix-taste <b>f</b> zu drücken ist. Das Beispiel gibt an, daß der Wert y durch Drücken von <b>f</b> <b>e</b> und der Wert x durch Drücken von <b>E</b> eingegeben wird.
x ↑ y <b>A</b>	Das Zeichen ↑ steht für die <b>ENTER↑</b> -Taste. Im angegebenen Beispiel wird <b>ENTER↑</b> zur Trennung der Zahlenwerte für die Variablen x und y verwendet. Zur Eingabe beider Werte ist zuerst x einzutasten, <b>ENTER↑</b> zu drücken, y einzutasten und dann <b>A</b> zu drücken.
[x] <b>A</b>	Ist das Symbol der Variablen von einem viereckigen Kästchen umgeben, ist der Wert einzugeben, indem zuerst <b>STO</b> und anschließend die entsprechende Programmtaste <b>A</b> bis <b>E</b> gedrückt wird. Im Beispiel erfolgt die Eingabe von x mit <b>STO</b> <b>A</b> .
(x) <b>A</b>	Runde Klammern deuten an, daß der entsprechende Bedienungsschritt auf Wunsch ausgeführt werden kann. Im Beispiel hier bleibt es Ihnen überlassen, ob Sie x durch Drücken von <b>A</b> eingeben, oder nicht.

Symbol bzw. Schreibweise	Bedeutung
$\rightarrow x$ <b>A</b>	Ein Pfeil besagt, daß die derart gekennzeichnete Variable nach Drücken der zugehörigen Programmtaste berechnet wird. Im hier gezeigten Beispiel ist zur Berechnung von x die Taste <b>A</b> zu drücken.
$\rightarrow x, y, z$ <b>A</b>	Diese Bezeichnung besagt, daß die durch Kommas getrennten Variablen auf einmaliges Drücken der zugehörigen Programmtaste nacheinander berechnet werden. Sie werden in der Reihenfolge x, y, z angezeigt.
$\rightarrow x; y; z$ <b>A</b>	Diese Schreibweise bedeutet, daß nach Berechnung von x durch Drücken der Taste <b>A</b> die weiteren Variablen durch jeweiliges Drücken von <b>R/S</b> berechnet werden können.
$\langle\langle x \rangle\rangle, y$ <b>A</b>	Die Anführungszeichen bedeuten, daß x während einer Programmpause (ca. 1 Sekunde lang) angezeigt wird. Anschließend wird die Rechnung fortgesetzt und dann y angezeigt.
$\leftrightarrow x$ <b>A</b>	Der Doppelpfeil zeigt an, daß dieser Wert wahlweise eingegeben, oder berechnet werden kann. Falls zwischen den Programmtasten Zifferntasten gedrückt wurden (Eintasten einer Zahl), wird x mit Drücken von <b>A</b> gespeichert; falls nicht, wird x berechnet, wenn Sie <b>A</b> drücken.

Symbol bzw. Schreibweise	Bedeutung
P? A	Ein Fragezeichen besagt, daß ein bestimmter Modus gewählt wird, während das davor stehende Symbol angibt, um welchen Modus es sich handelt. Hier geht es um das Ein- bzw. Ausschalten des automatischen Anzeige-/Druck-Modus («AUTO»-Modus). Grundsätzlich erscheint nach Ausführung dieser Operationen in der Anzeige entweder 0.00 oder 1.00; damit wird angezeigt, ob der betreffende Modus nun ein- (1.00) oder ausgeschaltet (0.00) ist.
START A	Das Wort START bedeutet, daß die zugehörige Programmtaste zum Starten des Programms zu drücken ist; es taucht da auf, wo ein Programm einen Vorbereitungsschritt erfordert.
DEL A	DEL ( <i>delete</i> – entfernen) besagt, daß der zuletzt eingebene Wert oder die zuletzt eingebene Gruppe von Werten durch Drücken dieser Programmtaste entfernt werden kann.



**172 mal Verkauf und Service in 65 Ländern**

**Hewlett-Packard GmbH/Vertrieb:**

**1000 Berlin 30**, Keith Straße 2-4, Telefon (030) 24 90 86

**7030 Böblingen**, Herrenbergerstraße 110, Telefon (07031) 667-1

**4000 Düsseldorf**, Emanuel-Leutze-Straße 1 (Seestern), Telefon (0211) 59 71-1

**6000 Frankfurt 56**, Berner Straße 117, Postfach 560 140, Telefon (0611) 50 04-1

**2000 Hamburg 1**, Wendenstraße 23, Telefon (040) 24 13 93

**3000 Hannover-Kleefeld**, Mellendorfer Straße 3, Telefon (0511) 55 60 46

**8500 Nürnberg**, Neumeyer Straße 90, Telefon (0911) 56 30 83/85

**8012 Ottobrunn**, Isar Center, Unterhachinger Straße 28,

Telefon (089) 601 30 61/67

**Für die Schweiz:** Hewlett-Packard (Schweiz) AG, Zürcherstraße 20,

Postfach 307, 8952 Schlieren-Zürich, Telefon (01) 730 52 40

**Für Österreich / Für sozialistische Staaten:**

Hewlett-Packard Ges.m.b.H., Handelskai 52, Postfach 7, A-1205 Wien,

Österreich, Telefon (0222) 35 16 21 bis 27

**Für die UdSSR:**

Hewlett-Packard Representative Office USSR, Pokrovsky Boulevard 4/17, KV12,

Moscow 101000, Telefon 294-2024

**Europa-Zentrale:**

Hewlett-Packard S.A., 7, rue du Bois-du-Lan, Postfach, CH-1217 Meyrin 2 - Genf,

Schweiz, Telefon (022) 41 54 00, ab März 1977 Telefon (022) 82 70 00

Scan Copyright ©  
The Museum of HP Calculators  
[www.hpmuseum.org](http://www.hpmuseum.org)

Original content used with permission.

Thank you for supporting the Museum of HP  
Calculators by purchasing this Scan!

Please to not make copies of this scan or  
make it available on file sharing services.