

HEWLETT  PACKARD

Vendas e serviço em 172 centros em 65 países
3200 Hillview Avenue, Palo Alto, California 94304, E.U.A.

Para maiores informações dirija-se à sucursal ou aos representantes locais da Hewlett-Packard

No Brasil

Hewlett-Packard do Brasil, L.E.G. Ltda
Rua Frei Caneca, 1119, 01307, São Paulo - SP

Prça Dom Feliciano 78, 90000-Porto Alegre - RS

Rua Siqueira Campos, 53 - 5º andar, Copacabana, 20000-Rio de Janeiro-GB

Na Europa

Hewlett-Packard, S.A.
rue du Bois-du-Lan 7, CH-1217
Meyrin 1, Genebra, Suíça

Outros Países

Hewlett-Packard Intercontinental
3200 Hillview Avenue
Palo Alto, California 94304, E.U.A.

00022-90007 (Portugues)

HEWLETT-PACKARD

HP-22

Manual

do Proprietário





HP-22

Manual do Proprietário

Julho de 1977

00022-90007, Rev. B 7/77

Impresso no Brasil

© Hewlett-Packard Company 1975

Uso do Manual

Este manual se sub-divide em quatro capítulos:

- Capítulo 1: Introdução ao uso da calculadora, aritmética básica, o visor da calculadora e a pilha operacional.
- Capítulo 2: Conceitos de tempo e dinheiro, uma explicação orientadora dos tópicos financeiros e da terminologia contidos no capítulo 3.
- Capítulo 3: Aplicações em finanças: rotinas e sequências de teclas utilizadas na solução de mais de 50 tipos de problemas financeiros.
- Capítulo 4: Funções matemáticas e estatísticas.

Caso esta seja a sua primeira calculadora Hewlett-Packard, recomendamos-lhe que leia todo este manual. Se você já estiver familiarizado com as calculadoras HP e seu sistema de lógica, você poderá pular algumas páginas do primeiro capítulo.

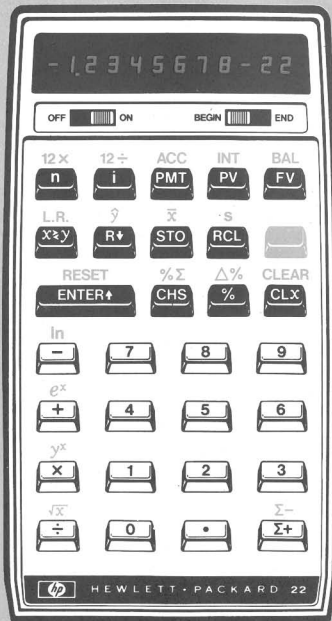
Antes de usar a calculadora, talvez seja necessário recarregar a bateria, conforme as instruções no Apêndice A. A calculadora poderá, então, ser utilizada enquanto a bateria estiver sendo recarregada ou mais tarde, com a energia gerada apenas pela bateria.

Índice geral

	Página
Introdução	8
1. Uso da HP-22	9
O Teclado	9
Como Ligar a Calculadora	9
Introdução de Números	9
Introdução de Números Negativos	10
A Tecla CLX	10
Operações Aritméticas Básicas	10
Cálculos em Cadeia	12
O Visor	15
Bateria Fraca	15
Mensagem de Erro	15
Arredondamento de Números	16
Formato do Visor	16
Apresentação com Ponto Decimal Fixo	16
Apresentação Científica	17
Mudança Automática de Formato	18
Ultrapassagem da Capacidade do Visor	18
A Pilha Operacional	19
O Registrador X (Visor)	19
A Tecla $\times \div y$	21
A Tecla $R\pm$	21
Armazenagem e Recuperação de Números	24
Aritmética com os Registradores de Controle Manual	25
Como Apagar o Conteúdo dos Registradores	26
Disponibilidade dos Registradores de Armazenagem	26
2. Conceitos de Tempo e Dinheiro	29
Porcentagem: A Medida Universal	29
Juros	30
Juros Simples	30
Juros Compostos	31
Taxa Anual Efetiva	34
Anuidades	35
Empréstimos e Amortização	38
Taxa Anual	38
Juros Acrescidos	39
Amortização	39
Ajuste Final	41
Fundo de Amortização	42

Fluxo de Caixa Descontado	43	Tabela de Amortização	77
Determinação do Valor Presente Líquido	43	Fundo de Poupança (Anuidade Ordinária)	79
Determinação da Taxa de Retorno	46	Número de Períodos	79
3. Cálculos Financeiros	49	Taxa de Juros	80
Problemas com Porcentagem	49	Pagamento a um Fundo de Poupança	81
Determinação da Porcentagem	49	Valor Futuro	82
Determinação da Quantia Líquida	49	Anuidade Antecipada	83
Determinação da Diferença Percentual	50	Número de Períodos	83
Lucro Percentual	51	Taxa de Juros	84
Margem	51	Pagamento Periódico	85
Determinação da Porcentagem no Total	52	Valor Presente	86
Determinação da Taxa de Porcentagem	53	Poupança e Seguro (Anuidade Antecipada)	89
Teclas de Finanças	53	Número de Períodos	89
Apresentação de Variáveis Financeiras	55	Taxa de Juros	90
Modificação do Valor de uma Variável	55	Pagamento Periódico	91
Funções RESET e CLEAR	56	Valor Futuro	91
A Chave de Anuidade	56	Depreciação	92
Comentários sobre a Terminologia	56	Depreciação Linear	93
Juros Simples	57	Método da Soma dos Dígitos (Soma dos Anos)	94
Juros Acumulados — Ano Comercial (360 Dias)	57	Método da Porcentagem Constante	96
Juros Acumulados — Ano Civil (365 Dias)	58	Análise de Fluxo de Caixa Descontado	98
Juros Compostos	59	Valor Presente Líquido (VPL)	99
Número de Períodos de Composição	59	Taxa Interna de Retorno (TIR)	101
Taxa de Juros Compostos	60	4. Funções Matemáticas e Estatísticas	105
Valor Presente	61	Funções Matemáticas	105
Valor Futuro	61	Logaritmos	105
Conversão de Taxas de Juros	63	Antilogaritmos	106
Taxa Nominal para Taxa Efetiva	63	Exponenciação	107
Taxa Efetiva para Taxa Nominal	64	Extração de Raízes	108
Taxa Nominal para Taxa Efetiva Contínua	64	Funções Estatísticas	109
Taxa de Juros Acrescidos para Taxa Nominal	65	Somatório: Σ	110
Taxa Nominal para Taxa de Juros Acrescidos	66	Média	111
Anuidade Ordinária	67	Supressão e Correção de Dados	112
Número de Períodos	67	Desvio Padrão	113
Tempo para se Alcançar um Saldo Especificado	68	Regressão Linear	114
Taxa de Juros	69	Estimativa Linear	117
Pagamento Periódico	71	Curva de Crescimento Exponencial	118
Pagamento Periódico — Anuidade Ordinária	71	Apêndice A: Acessórios, Manutenção e Serviços	121
com Ajuste Final	73	Apêndice B: Fórmulas Financeiras	127
Valor Presente	74	Apêndice C: Índice de Aplicações	131
Juros Acumulados	75	Apêndice D: Como Funcionam os Registradores da HP 22	139
Saldo Residual (Balanço)	76	Índice Alfabético	151

Descrição Resumida do Teclado



OFF **ON**
Chave interruptora
(pág. 9).

BEGIN **END**
Chave de anuidade
(pág. 9).

N Número de períodos em uma transação financeira (pág. 54).

12 X Converte períodos anuais de pagamento em períodos mensais (pág. 54).

I Taxa de juros periódica (pág. 54).

12 ÷ Converte taxas de juros periódicas anuais para mensais (pág. 55).

PMT Quantidade do pagamento por período (pág. 54).

500 Calcula os juros acumulados entre dois períodos quaisquer de um empréstimo (pág. 54).

PV Valor presente ou a quantia existente ao início de um fluxo de caixa (pág. 54).

BNT Calcula os juros simples (pág. 54).

FV Valor futuro ou a quantia recebida/paga ao final de um fluxo de caixa (pág. 54).

BAL Calcula o saldo devedor (balanço) de um empréstimo a qualquer momento selecionado (pág. 54).

XXY Intercâmbio do conteúdo do registrador X com o do registrador Y (pág. 21).

L.R. Regressão linear. Determina a regressão

linear entre dois ou mais pontos (pág. 114).

40 Rotação para baixo. Leva o conteúdo de cada registrador da pilha operacional para baixo, para que seja apresentado no visor (pág. 21).

☐ Estimativa linear (pág. 117).

STO Armazena o valor apresentado no visor em um dos dez registradores de armazenagem (pág. 24).

☐ Calcula a média aritmética (pág. 111).

RCL Recupera o valor armazenado em um registrador de armazenagem, apresentando-o (isto é, copiando-o) no visor (pág. 24).

☐ Calcula o desvio padrão de uma amostra (pág. 113).

Tecla amarela. Seleciona a função alternativa em amarelo, acima das teclas de operação (pág. 9).

ENTER Copia o número contido no registrador X, apresentado no visor, no registrador Y; separa, também, introduções sucessivas de números na calculadora (pág. 11).

RESET Prepara a calculadora para um novo cálculo financeiro e apaga os dados estatísticos (pág. 56).

CHS Muda o sinal do número apresentado no visor (pág. 9).

24 Calcula que percentagem um determinado número é de outro ou de um total (pág. 52).

24 Calcula a percentagem de um número (pág. 49).

ΔV Calcula a diferença percentual entre dois números (taxa de aumento/diminuição) (pág. 50).

CLX Apaga o conteúdo do visor (registrador X) (pág. 10).

CLEAR Apaga o conteúdo do visor, da pilha operacional e dos registradores de armazenagem; prepara a calculadora para um novo cálculo financeiro (pág. 56).

Operações aritméticas (pág. 10).

ln Determina o logaritmo neperiano (base e) do valor apresentado no visor (pág. 105).

24 Antilogaritmo neperiano. Eleva e à potência do número apresentado no visor (pág. 106).

24 Eleva o número contido no registrador Y à potência do número apresentado no visor (pág. 107).

24 Extrai a raiz quadrada do número apresentado no visor (pág. 108).

24 Acumula parcelas, produtos e quadrados de números (pág. 108).

24 Subtrai uma parcela, produto ou quadrado do somatório em **24** (pág. 109).

Introdução

Parabéns!

Você acabou de fazer um ótimo investimento, que fará com que você economize dinheiro hoje, na semana que vem e no ano que vem. A sua HP-22 é outra calculadora da linha de finanças da Hewlett-Packard de qualidade profissional—o tamanho reduzido, a capacidade interna de cálculos financeiros e a simplicidade de operação das calculadoras de finanças da Hewlett-Packard tornaram-nas as preferidas de corretores de imóveis, banqueiros, corretores de valores, consultores de investimentos e outros profissionais que necessitam obter respostas rápidas e precisas. Você pode estar certo de estar em boa companhia com a HP!



Como qualquer investidor, você deseja obter o maior rendimento possível de seu investimento. Este manual ser-lhe-á de grande valia para que você possa tirar o máximo proveito de sua calculadora HP-22.

Há, na realidade, quatro pequenos manuais dentro deste manual. A primeira parte trata de operações aritméticas básicas e da pilha operacional de memória automática; a segunda parte explica certos conceitos financeiros importantes para o uso da calculadora; a terceira parte descreve a solução de problemas simples e complexos relacionados ao que já foi visto antes; e a quarta parte explica as funções matemáticas e estatísticas da sua calculadora.

O segredo para se tirar o máximo proveito da sua HP-22 está no tempo e atenção que você dedicar à leitura deste manual, página por página, e na solução dos problemas propostos contidos no manual. Quanto maior for o grau de confiança que você tiver em sua calculadora e a sua compreensão do seu funcionamento, maior proveito você poderá tirar dela. A sua HP-22 possui inúmeras características únicas que tornam fácil a solução de problemas complexos. Começemos, então, a explorá-las.

Uso da HP-22

O Teclado

Uma ilustração do teclado da HP-22 acompanha este manual. A tecla amarela , que não possui nenhuma gravação em sua superfície, aciona as operações gravadas em amarelo, ao alto das teclas selecionadas. Quando se quiser utilizar a função alternativa (isto é, a expressa em caracteres amarelos), basta pressionar  antes da tecla da função desejada.

Como Ligar a Calculadora

A sua HP-22 vem totalmente montada e com uma bateria incluída. Você pode utilizar a calculadora apenas com a bateria, ou conectar o recarregador de bateria e utilizar a calculadora enquanto a bateria estiver sendo carregada. Para utilizar a calculadora apenas com a bateria, carregue-a primeiro para 6 horas de operação. (Consulte o Apêndice A.)

Em qualquer dos casos, isto é, utilizando-se a calculadora apenas com a bateria ou com o recarregador, *as baterias têm que estar na calculadora.*

Para começar, mova a chave ON-OFF para a posição ON. O visor apresentará 0.00. Agora você está pronto para começar a trabalhar com alguns problemas simples.

Introdução de Números

Para introduzir um número na calculadora, pressione as teclas de algarismo apropriadas em sequência, da esquerda para a direita. Se a vírgula decimal* (que, no teclado, é o *ponto*) fizer parte do número, ela deverá ser introduzida como um algarismo, no seu lugar apropriado. Por exemplo, introduza o número 148,84 pressionando as seguintes teclas:

**Nota importante:* A calculadora HP-22 utiliza a notação americana para números. Um ponto, e não uma vírgula, separa a parte inteira da decimal de um número. Exemplo: 13.212,4 é representado por 13 212.4.

O número 148.84 aparece no visor.

Se você cometer um erro ao introduzir um número, apague toda a sequência deste número, pressionando **CLX**. Recomece, então, a introduzi-lo corretamente.

Introdução de Números Negativos

Para introduzir um número negativo, introduza os algarismos e, então, pressione a tecla **CHS** ("change signal" = mudança de sinal). O número será precedido por um sinal de menos (-) no visor.

O número 148,84 já se encontra apresentado no visor. Pressione, agora, **CHS** e veja o que acontece. Se você pressionar **CHS** novamente, o número -148,84 voltará a ser positivo.

A Tecla **CLX**

Suponhamos que você tenha introduzido o número 149,84 em vez de 148,84. Este erro poderá ser facilmente corrigido com a tecla **CLX** ("clear x" = apagar x).

A tecla **CLX** apaga o conteúdo do visor. Se você cometer algum erro ao introduzir um número na calculadora, pressione **CLX** para eliminar aquele número e introduza, então, o número correto. Existem, ainda, duas outras teclas na sua HP-22 cuja função é apagar os valores indesejados: **CE** e **CEC**. Estas teclas estão relacionadas às operações financeiras e serão explicadas no Capítulo 3 e no Apêndice D.

Um aspecto importante da sua HP-22 é que não é necessário apagar o seu conteúdo entre dois cálculos aritméticos independentes. Os dados anteriores são automaticamente isolados.

O conteúdo de toda a calculadora será apagado ao se desligar a calculadora (chave interruptora na posição OFF). Ao ligar-se novamente a calculadora (ON), o visor apresentará 0.00.

Operações Aritméticas Básicas

Quando você soma, subtrai, multiplica ou divide, você trabalha com dois números e uma operação aritmética (+, -, × ou ÷). Só se pode somar, subtrair, multiplicar ou dividir quando dois números estiverem presentes na calculadora.

Depois que os dois números tiverem sido introduzidos na calculadora, pressione a tecla de operação desejada. A sua resposta aparecerá imediatamente no visor. Para introduzir dois números na calculadora e efetuar uma operação aritmética básica:

1. Introduza o primeiro número.
2. Pressione **ENTER** para separar o primeiro número do segundo.
3. Introduza o segundo número.
4. Pressione **+**, **-**, **×** ou **÷** para efetuar a operação.

Por exemplo, você soma 12 e 3, pressionando:

Pressione	Leia no Visor
12	12. O primeiro número.
ENTER	12.00 Separa-se o primeiro número do segundo.
3	3. O segundo número.
+	15.00 Realiza-se a operação e a resposta é apresentada no visor.

Todas as quatro operações aritméticas são realizadas da mesma maneira:

Para Calcular	Pressione	Leia no Visor
24 + 3	24 ENTER 3 +	27.00
24 - 3	24 ENTER 3 -	21.00
24 × 3	24 ENTER 3 ×	72.00
24 ÷ 3	24 ENTER 3 ÷	8.00

Nos problemas acima, você pressionava sempre a sequência 24 **ENTER** 3. Experimente, agora, introduzir a mesma sequência na calculadora *sem* pressionar a tecla **ENTER**. O que acontece no visor? Vê-se, claramente, que a tecla **ENTER** separa o primeiro número do segundo.

Se você tiver que introduzir vários números em um problema, não será necessário pressionar a tecla **ENTER** depois de cada um deles. Um número também poderá ser separado de outro

por uma tecla de operação aritmética ($+$, $-$, \times ou \div) ou por uma tecla de alguma operação do teclado, como $\frac{\square}{\square}$.

Exemplos: Você está pronto para resolver alguns problemas sozinho? A resposta correta é dada abaixo; tente determinar as seqüências de teclas pressionadas.

Problema

$$\begin{array}{r} 14 \times 6 = \\ 144 \div 6 = \\ 1/25 = \\ 43 \\ 87 \\ + 455 \\ = \end{array}$$

Uma pessoa compra 12 itens em uma loja a Cr\$ 19,95 cada. Qual o preço total desta compra?

Resposta Apresentada no Visor

84.00
24.00
0.04

585.00

239.40

Cálculos em Cadeia

Os cálculos em cadeia são operações que somam os produtos de uma série de multiplicações (soma dos produtos) ou multiplicam os resultados de várias somas (produto das somas). Parece complicado? Mas estes tipos de cálculo são bastante simples com a sua HP-22.

O processo de se resolver um problema com a sua calculadora é tão simples e natural quanto ele o seria se você estivesse trabalhando com lápis e papel. A sua HP-22 se encarrega de realizar a parte mais difícil do problema. Ela não só apresenta os resultados intermediários no visor, como também os armazena automaticamente, até que você necessite deles, quando, então, ela os insere nos cálculos.

Por exemplo, calcule $(12 + 3) \times 7$.

Se você estivesse trabalhando com lápis e papel, você primeiro calcularia o resultado intermediário de $(12 + 3) \dots$

$$\begin{array}{r} 15 \\ (12 + 3) \times 7 = \end{array}$$

Então, você multiplicaria o resultado intermediário por 7.

$$\begin{array}{r} 15 \\ (12 + 3) \times 7 = 105 \end{array}$$

Você faz exatamente a mesma coisa quando trabalha com a HP-22 — sempre se concentrando em apenas dois números de cada vez. Primeiro, você calcula o resultado intermediário...

Para Calcular	Pressione	Leia no Visor
$(12 + 3)$	12 ENTER + 3 =	15.00

...e, então, você calcula a resposta final. Você não precisa pressionar **ENTER** para armazenar o resultado intermediário: a HP-22 armazena-o automaticamente quando você introduz o número seguinte. Continuando...

Para Calcular	Pressione	Leia no Visor
15×7	7 x	105.00

Execute, agora, este problema. Observe que você precisa pressionar **ENTER** apenas para separar o primeiro número do segundo. Depois disso, a calculadora armazenará os resultados intermediários, à medida que for realizando cada operação.

Para Calcular	Pressione	Leia no Visor
$\frac{2 + 3}{10}$	2 ENTER + 3 = 10 =	0.50

Seguindo as regras matemáticas mais simples, você calcula primeiro os resultados das expressões entre parênteses. Depois, então, você calcula o resultado da expressão exatamente como você o fez antes, cada número e operação subsequente de cada vez.

Para Calcular	Pressione	Leia no Visor
$3(16 - 4)$	16 ENTER - 4 = 3 x	36.00
$2\left(\frac{50 - 14}{12}\right)$	50 ENTER - 14 = 12 = 2 x	6.00

Problemas ainda mais complexos podem ser facilmente resolvidos desta mesma maneira, através da armazenagem automática dos resultados intermediários. Por exemplo, para calcular $(2 + 3) \times (4 + 5)$, você procederia da seguinte forma:

Primeiro, somaria 2 e 3:

	Pressione	Leia no Visor
$(2 + 3) \times (4 + 5)$	2 ENTER 3 +	5.00

Depois, você somaria 4 e 5:

$(2 + 3) \times (4 + 5)$	4 ENTER 5 +	9.00
--------------------------	---------------------------	------

Os resultados intermediários 5,00 e 9,00 já se encontram armazenados dentro da calculadora. Portanto, para obter a resposta final, basta multiplicá-los:

$(2 + 3) \times (4 + 5)$	×	45.00
--------------------------	----------	-------

Observe que você não precisou anotar nenhuma vez um "subtotal" ou resultado intermediário: a HP-22 "lembrou-se" deles automaticamente.

Agora, execute estes problemas como exercício. (Se você tiver qualquer dificuldade em obter as respostas corretas, reveja as páginas anteriores.)

Problemas

$$(2 \times 3) + (4 \times 5) = 26.00$$

$$\frac{(14 - 12) \times (18 - 12)}{(9 - 7)} = 6.00$$

$$(17 - 12) \times 4 \div (10 - 5) = 4.00$$

Você deseja comprar duas camisas ao preço de Cr\$ 395,00 cada. Sobre este preço você deverá pagar um imposto de vendas de

4%. Quanto você terá que pagar pelas duas camisas?

$$2 (\text{Cr\$ } 395,00 \times 1,04) = 821.60$$

Antes de prosseguirmos para os problemas de finanças, observemos a sua calculadora mais de perto. Quanto melhor você conhecer a sua HP-22, mais você poderá usá-la confiante e eficientemente a cada dia.

O Visor

O visor é a pequena janela na sua calculadora que lhe permite ver todo o desenrolar dos seus cálculos. O visor é, também, o meio pelo qual a calculadora se comunica com você: é através dele que a calculadora lhe avisa se a carga da bateria está fraca ou se você tentou realizar uma operação tida como "imprópria."

Bateria Fraca

Quando a carga da bateria estiver fraca, vários pontos decimais aparecerão no visor, intercalados com os números. No lugar onde o verdadeiro ponto decimal deveria aparecer, nada será apresentado. Por exemplo, se o visor estiver apresentando o seguinte número:

Apresentação Normal do Número: 17.45

a mensagem de bateria fraca será dada da seguinte forma:

Apresentação do Número com
Bateria Fraca: 1.7 4.5.....
em branco ▲

Tal mensagem indica que só lhe resta um minuto de operação. Neste caso, você deverá recarregar a bateria ou substituí-la por uma bateria de reserva totalmente carregada. (Consulte o Apêndice A.)

Mensagem de Erro

Se você tentar realizar alguma operação tida como imprópria ou impossível, o visor apresentará a palavra **Error**. Por exemplo, introduza um número na calculadora e tente dividi-lo por zero. (Vamos, tente.) A calculadora considera tal operação "imprópria." Outros exemplos de operações impróprias são a

raiz quadrada de um número negativo e zero elevado a uma potência negativa.

Para apagar uma mensagem de erro do visor, pressione **CLX**.

Arredondamento de Números

Se você introduzir uma longa sequência numérica, tal como:

19,785234

quando você pressiona a tecla **ENTER**, o visor apresentará: **19.79**. Os números apresentados no visor são geralmente arredondados à segunda casa decimal, pois que a maioria dos cálculos de finanças envolvem quantias em cruzeiros e centavos.

Internamente, entretanto, a HP-22 sempre realiza qualquer cálculo utilizando 10 algarismos para cada número. O arredondamento do número afeta somente a apresentação deste no visor, e não a sua precisão nos cálculos realizados internamente à calculadora. Apesar de se ler 19,79 no visor, o número dentro da calculadora é, na realidade, 19,78523400.

Formato do Visor

As vezes você poderá querer ver mais de duas casas decimais no visor. O número 19,79 já se encontra apresentado no visor. Agora, pressione **■** 4.

A tecla amarela **■** permite-lhe ver o número que se encontra dentro da calculadora com mais (ou menos) casas decimais. Através da tecla **■**, você poderá apresentar o número no visor em notação com ponto decimal fixo (utilizada nos cálculos financeiros) ou em notação científica. Lembre-se sempre de que, qualquer que seja a notação adotada, a HP-22 sempre realiza cálculos internamente utilizando números com 10 algarismos.

Apresentação com Ponto Decimal Fixo

Para que sejam apresentadas mais (ou menos) do que duas casas decimais no visor, pressione a tecla **■** seguida da tecla de algarismo apropriada (de 0 a 9), correspondente ao número de casas decimais desejadas. Depois de introduzir o número 19,785234 na calculadora, experimente os seguintes exercícios:

Pressione

■ 4
■ 6
■ 2
■ 0

Leia no Visor

19.7852
19.785234
19.79
20.

O número de casas decimais apresentadas no visor permanece o mesmo até que o usuário adote um outro. Se o número calculado tiver mais que os dez algarismos que a notação com ponto decimal fixo pode apresentar no visor, a HP-22 passará, automaticamente, a apresentar o número no visor em notação científica.

Se se desligar a calculadora (OFF) e, depois, ligá-la novamente (ON), ela sempre retorna à notação com ponto decimal fixo, com duas casas decimais apresentadas no visor: 0,00.

Apresentação Científica

A notação científica apresenta o número no visor como $N \times 10^n$, onde N é um número compreendido entre ± 1 e ± 10 . Por exemplo, **1.9785234-05** significa $1,9785234 \times 10^{-5}$, ou 0,000019785234. **1.9785234 05** significa $1,9785234 \times 10^5$, ou 197852,34.

A apresentação em notação científica é bastante útil quando se trabalha com números muito grandes ou muito pequenos. Os oito primeiros espaços no visor são reservados ao número (N) e os dois últimos ao expoente de dez. Como você pôde observar, o expoente pode ser positivo (05) ou negativo (-05).

Para que as respostas sejam apresentadas no visor em notação científica, pressione **■** **■**.

Pressione

CLX
197.85234 **ENTER**
■ **■**
■ 2

Leia no Visor

0.00
197.85
1.9785234 02
197.85

O mesmo que
 $1,9785234 \times 10^2$.

Se você estiver trabalhando em notação científica e desligar a sua calculadora (OFF), ela voltará à notação com duas casas decimais, quando ligada de novo (ON): 0,00.

Mudança Automática de Formato

Quando um número for muito grande ou muito pequeno para a apresentação em notação decimal, a HP-22 automaticamente mudará o formato de apresentação no visor para o da notação científica. Por exemplo, se você quiser calcular o desconto de 5% num item cujo preço é de 5 centavos ($0,05 \times 0,05$):

Pressione

Leia no Visor

CLX	<input type="text" value="0.00"/>	Presentação normal, com duas casas decimais.
.05 ENTER+	<input type="text" value="0.05"/>	
.05 X	<input type="text" value="2.5000000-03"/>	Notação científica.

Uma outra forma de se apresentar a resposta no visor seria pressionando-se **4** para se obter . Mas, utilizando-se a apresentação normal com apenas duas casas decimais (comum para cálculos financeiros), a resposta aparecerá no visor como sendo . Por este motivo, o visor muda automaticamente o formato de apresentação para o da notação científica, para que a resposta possa ser lida.

Ultrapassagem da Capacidade do Visor

Quando o número a ser apresentado no visor for maior que $9,9999999 \times 10^{99}$ (um número bastante grande), a HP-22 apresentará apenas vários algarismos 9 para indicar que o problema ultrapassou a capacidade de apresentação no visor da calculadora.

Se um número negativo de valor absoluto excessivamente grande for calculado (menor que $-9,9999999 \times 10^{99}$), a indicação de ultrapassagem da capacidade será a apresentação de vários algarismos 9 precedidos por um sinal de menos.

Há, também, uma indicação de ultrapassagem da capacidade do visor para quando o número for pequeno demais (menor que 10^{-100}): neste caso o visor apresentará 0.00.

Se se pressionar **□**, o visor apresentará:

A Pilha Operacional

A pilha operacional HP, juntamente com o seu sistema lógico, é o mais eficiente método que existe para resolver problemas complexos. Você já viu como é fácil efetuar cálculos em cadeia, em virtude da armazenagem imediata dos resultados intermediários na sua calculadora. Este capítulo descreve como a HP-22 realiza tal armazenagem.

O Registrador X (Visor)

Dentro da sua calculadora, há uma memória de quatro registradores, "empilhados" um sobre o outro, como se fossem prateleiras. Estes registradores são denominados X, Y, Z e T, sendo que T é o de cima e X, o de baixo, da seguinte maneira:

Pilha	
T	<input type="text"/>
Z	<input type="text"/>
Y	<input type="text"/>
X	<input type="text" value="0.00"/>
	Parte superior
	Visor

Quando se liga a calculadora (chave interruptora em ON), todo o seu conteúdo é apagado, de forma que todos os quatro registradores da pilha contêm 0,00. Você também pode pressionar **CLEAR** para apagar o conteúdo da pilha. Quando você introduz um número na calculadora e este aparece no visor, ele tanto pode ser um simples algarismo (como 1 ou 2), quanto uma longa sequência numérica (como 3,141592654). Cada número, por mais simples ou mais complexo que seja, ocupa sempre um registrador inteiro.

O registrador X é o único registrador cujo conteúdo nos é visível. O que você lê no visor é o que se encontra registrado em X. Por exemplo, se você introduzir o número 21, o conteúdo da pilha operacional passará a ser o seguinte:

T	<input type="text"/>
Z	<input type="text"/>
Y	<input type="text"/>
X	<input type="text" value="21."/>
	O visor apresentará: 21.

Se se pressionar **CLX**, o conteúdo do visor será apagado (0,00), pois o conteúdo do registrador X é o mesmo que o do visor.

Agora, some 21 e 34. Para introduzir o segundo número, você precisa separá-lo do primeiro, através da tecla **ENTER**. Ao se pressionar **ENTER**, o primeiro número sobe para o registrador Y, deixando espaço para o próximo número a ser introduzido.

T	0.00
Z	0.00
Y	21.00
X	21.00

Visor

O número 21 também aparecerá no visor (registrador X), até que um novo número seja introduzido na calculadora, sendo registrado sobre ele. Se você for interrompido no meio de um cálculo, o número que estiver no visor estará também indicando em que ponto você parou. (Por exemplo, se o número no visor for 21, sem zeros não significativos depois dele, isto provavelmente significa que você ainda não o introduziu em Y. Se você tivesse pressionado a tecla **ENTER**, o visor estaria apresentando 21.00.)

Continuando a soma de 21 e 34, introduza agora o segundo número. Os registradores da pilha apresentarão o seguinte conteúdo:

T	0.00
Z	0.00
Y	21.00
X	34.

Visor

Observe que os números são dispostos verticalmente na pilha operacional, da mesma forma que o estariam se você estivesse realizando a operação aritmética no papel:

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 34 \\ \hline ? \end{array}$$

A mesma simples e conhecida notação matemática explica-lhe o que ocorre dentro da sua calculadora. Os dois números devem

sempre estar na pilha, antes de se pressionar a tecla de operação (+, -, × ou ÷).

Para somar os dois números, pressione **+**. O visor apresentará [55.00], a resposta final. Qual o número que se encontra, agora, no registrador X?

Há algum número no registrador Y? Vamos ver.

A Tecla **X↔Y**

Para se verificar o conteúdo do registrador Y, a qualquer momento desejado, basta pressionar-se a tecla **X↔Y** (intercâmbio de x com y). A tecla **X↔Y** troca o conteúdo do registrador X com o do Y, sem afetar o conteúdo dos registradores Z e T.

T	0.00
Z	0.00
Y	0.00
X	55.00

Visor

T	0.00
Z	0.00
Y	55.00
X	0.00

Para

Observe que é o conteúdo da pilha que muda de posição. Os registradores, em si (as "prateleiras" de armazenagem), mantêm as suas posições.

Para que os números nos registradores X e Y retornem às suas posições iniciais, pressione **X↔Y** de novo.

Outra vantagem da tecla **X↔Y** é que ela lhe permite corrigir os seus próprios erros de transposição. Suponha que você queira dividir 25 por 5, mas você pressiona, sem querer, 5 **ENTER** 25. Você quer o resultado de $25 \div 5$ e não o de $5 \div 25$. Como ambos os números se encontram na pilha, pressione **X↔Y** para transpô-los às suas posições e, então, pressione **÷**.

A Tecla **R↓**

A tecla **R↓** (rotação para baixo) permite-lhe rever o conteúdo de toda a pilha, a qualquer momento. Cada vez que você pressiona a tecla **R↓**, o conteúdo de cada registrador da pilha vai para o registrador imediatamente abaixo.

O registrador X contém, agora, [55.00]. Se você pressionar **R↓**, o número no registrador X irá para o registrador T, ao alto da pilha, para que os outros números possam descer.

T	0.00		T	55.00
Z	0.00		Z	0.00
Y	0.00	→ R+ →	Y	0.00
X	55.00	Visor	X	0.00

Como no caso da tecla $\times \div y$, apenas o conteúdo dos registradores muda de posição, mantendo os registradores a mesma posição inicial. São apenas os números que se movem.

Pressione $R+$ de novo e o conteúdo da pilha descerá mais uma vez.

T	0.00
Z	55.00
Y	0.00
X	0.00

Visor

Pressione $R+$ duas vezes mais (perfazendo um total de quatro). O número 55.00 deverá aparecer no visor (registrador X). É necessário pressionar a tecla $R+$ quatro vezes para que se possa ler o conteúdo de toda a pilha, fazendo-o voltar à sua posição inicial.

Quando se introduz um novo número imediatamente depois de se pressionar $ENTER+$ ou CLX , o conteúdo da pilha não se desloca. Entretanto, se se pressionar $R+$ ou $\times \div y$ imediatamente depois de se pressionar $ENTER+$ ou CLX , os números subirão na pilha ao se introduzir um novo número na calculadora.

A subtração, multiplicação, divisão e exponenciação são efetuadas da mesma maneira que o problema de adição que você acabou de resolver. Em qualquer desses casos, os números precisam estar na sua posição adequada, na pilha operacional, para que a operação ou função possa ser realizada. Por exemplo,

Para calcular $34 - 21$:

Pressione

T	0.00
Z	0.00
Y	34.00
X	21.

Visor

34 $ENTER+$ 21

Pressione

\square

T	0.00
Z	0.00
Y	0.00
X	13.00

Visor

Suponha que você queira somar: $27 + 14 + 15 + 38$. Você já aprendeu a resolver esta soma, bastando para isso introduzir o primeiro número, pressionando a tecla $ENTER+$, e, depois, efetuar a operação de cada número subsequente de cada vez ($27 \text{ } ENTER+ 14 \text{ } + 15 \text{ } + 38 \text{ } +$).

Agora que você já aprendeu como funciona a pilha operacional, você poderá usar outro método para somar, introduzindo primeiro todos os quatro números na pilha e, depois, realizando a soma:

Pressione

27 $ENTER+$ 14 $ENTER+$
15 $ENTER+$ 38

Pilha

T	27.00
Z	14.00
Y	15.00
X	38.

Visor

\square

T	27.00
Z	27.00
Y	14.00
X	53.00

Visor

O número em T é também copiado em Z, o número em Z desce para Y e os números em Y e X se combinam para dar a soma, que pode ser lida no visor. Este mesmo processo de cópia e rotação para baixo de números na pilha também ocorre com \square , \times e \div . Continuando, então, a soma...

Pressione

$\square + \square$

Pilha

T	27.00
Z	27.00
Y	27.00
X	94.00

Visor

Armazenagem e Recuperação de Números

Além dos quatro registradores da pilha operacional, a HP-22 possui também mais dez registradores de memória que permitem a armazenagem e a recuperação manual de números.

Para armazenar um número, pressione a tecla **STO** seguida de uma tecla de algarismo (de 0 a 9) para especificar o local de armazenagem. Ao se pressionar **STO** 0, o número apresentado no visor irá para o registrador 0; se se pressionar **STO** 1, ele irá para o registrador 1; se se pressionar **STO** 2, para o registrador 2, e assim por diante. O dado armazenado num registrador é apagado quando se registra um novo número sobre ele, ou através de aritmética direta, com os registradores de armazenagem.

Para recuperar um número, pressione **RCL** e, então, a tecla de algarismo correspondente ao registrador desejado (de 0 a 9). Ao se pressionar **RCL** 3, por exemplo, uma cópia do número contido no registrador 3 é apresentada no visor; o valor original permanecerá armazenado no registrador 3 até que você registre um novo número sobre ele ou o apague. A recuperação de dados também faz com que os números subam na pilha operacional.

Problema: Suponha que você queira calcular o valor da compra de um item em várias quantidades. O preço unitário é de Cr\$ 132,57 e as quantidades selecionadas são de 47, 36 e 29.

Uma forma de se resolver este problema é armazenar o preço unitário no registrador 0 e, depois, recuperá-lo para que se o multiplique por cada quantidade.

Pressione	Leia no Visor	
132.57 STO 0	132.57	
47 ×	6230.79	Primeiro total
RCL 0	132.57	
36 ×	4772.52	Segundo total
RCL 0	132.57	
29 ×	3844.53	Terceiro total.

Os totais individuais ainda se encontram na pilha, portanto você poderá calcular o custo total facilmente, somando-os.

Pressione	Leia no Visor
+	8617.05
+	14847.84

Custo total.

Aritmética com os Registradores de Controle Manual

As operações aritméticas também podem ser realizadas entre o número apresentado no visor e um número contido em qualquer dos registradores de armazenagem. As operações aritméticas são realizadas *sobre* o conteúdo do registrador manual e as respostas vão para o registrador — e não para o visor — de forma que você terá que recuperá-las para que estas possam ser lidas ou utilizadas.

Para efetuar uma operação aritmética com o registrador de controle manual, utilizando o número apresentado no visor:

1. Pressione **STO**.
2. Pressione a tecla da operação aritmética desejada (**+**, **-**, **×** ou **÷**).
3. Pressione a tecla de algarismo correspondente ao registrador de armazenagem desejado (de 0 a 9).

Por exemplo, para armazenar o número 6 no registrador 3 e somar 5:

Pressione	Leia no Visor	
6 STO 3	6.00	O número 6 é armazenado no registrador 3.
5 STO + 3	5.00	O número 5 é somado ao conteúdo do registrador 3.
RCL 3	11.00	Confirma-se que 11 está armazenado no registrador 3.

Se você tivesse pressionado: 5 **STO** 3 **+**, o número 5 seria registrado sobre o número 6 armazenado, e não somado a este. O valor armazenado no registrador 3 seria, então, 5 e não 11. Agora, subtraia 4 do número contido no registrador 3:

Pressione	Leia no Visor
4 STO - 3	4.00
RCL 3	7.00

Observe que a regra geral é:

Número no visor, **STO** , operação, registrador endereçado.


Como Apagar o Conteúdo dos Registradores

É geralmente desnecessário apagar o conteúdo dos registradores de armazenagem de 0 a 9, porque basta registrar-se um novo número sobre o antigo, para que este seja apagado. (Os dados anteriores são eliminados.)

A sequência de teclas  **CLEAR** apaga o conteúdo de todos os dez registradores de armazenagem, bem como o da pilha operacional.

Disponibilidade dos Registradores de Armazenagem

De uma forma geral, é preferível usar, primeiro, os registradores de armazenagem de 0 a 4 para preservar os seus dados.

Quando se utiliza a tecla  em problemas estatísticos, a HP-22 usa os registradores de 5 a 9 para armazenar seus dados internos. Portanto, estes registradores não se encontram disponíveis para a sua própria armazenagem manual de dados, em caráter temporário.

Nos cálculos financeiros que envolvem juros, a calculadora utiliza os registradores de armazenagem 8 e 9. Nos cálculos de juros acumulados, a HP-22 apaga o conteúdo do registrador 7.

Para uma detalhada explicação ilustrada dos registradores de armazenagem da HP-22, leia o Apêndice D, *Como Funcionam os Registradores da HP-22*.

Conceitos de Tempo e Dinheiro

Basicamente, você pode fazer duas coisas com o seu dinheiro: gastá-lo ou investi-lo. Há várias maneiras de gastar o seu dinheiro: roupa nova, viagem, etc. Se, ao invés de gastá-lo, você preferir colocá-lo em uma caderneta de poupança, você estará fazendo um investimento. Em ambos os casos, gastando ou investindo o seu dinheiro, você sempre espera receber algo em troca.

Este capítulo mostra como o tempo e o dinheiro se relacionam entre si. A idéia básica é de que o valor do dinheiro *depende* do tempo. Sem dúvida, entre receber Cr\$ 1 000,00 agora ou daqui a 10 anos, você certamente irá preferir recebê-los agora, mesmo se não houvesse inflação.

As fórmulas para a solução dos problemas comuns com tempo e dinheiro são apresentadas no decorrer deste capítulo. Não se preocupe com elas, nem tente memorizá-las. A sua calculadora HP-22 já vem com todas essas fórmulas internamente programadas. Tudo o que você tem a fazer é concentrar-se nos conceitos.

Porcentagem: A Medida Universal

A porcentagem é o padrão universal de medida no mundo financeiro. O aumento ou a diminuição de suas poupanças são medidos em porcentagem, assim como em cruzeiros. Taxas, juros, descontos, inflação, depreciação, valorização e até mesmo o último aumento em seu salário são sempre expressos em termos de porcentagem.

"Porcento," representado pelo símbolo %, significa divisão por cem. Assim sendo, 25% é o mesmo que 25/100, 0,25 ou $\frac{1}{4}$. A mecânica de como resolver problemas com porcentagem é explicada no Capítulo 3 deste manual; agora, estamos apenas interessados no conceito.

A porcentagem é uma comparação ou relação entre duas quantidades e, em geral, representa uma determinada variação. "Um rendimento durante o primeiro semestre 27% mais baixo que o do ano passado" pode ser causa de preocupação, enquanto que "um aumento de 30% efetivo a partir de hoje" pode ser motivo para uma comemoração.

Deste modo, ao recuperar o seu dinheiro depois de aplicá-lo, a diferença entre o recebido e o aplicado (lucro ou perda) é vista em relação à quantia original e expressa em percentagem. Se você, por exemplo, comprou uma ação a Cr\$ 100,00 e a vendeu por Cr\$ 125,00, você ganhou 25/100, ou seja, 25%.

Ao lucro ou à perda vistos ao longo de um certo período de tempo, em geral um ano, está associada uma taxa de retorno. Assim sendo, se você lucrrou aqueles Cr\$ 25,00 ao longo de um ano, a taxa anual de retorno terá sido de 25%.

Juros

A percentagem é, também, utilizada para o cálculo dos juros. Os juros são a quantia cobrada pelo uso do dinheiro. De certo modo, você “aluga” dinheiro ou alguém “aluga” dinheiro de você.

Os juros se baseiam em três fatores:

1. A quantia de dinheiro emprestada ou poupada.
2. A duração do tempo.
3. A taxa de juros (uma percentagem).

Isto faz sentido uma vez que, ao alugar uma casa, quanto maior for a casa ou maior o espaço de tempo, mais você terá que pagar de aluguel. Alugar um carro por uma semana, por exemplo, certamente sairá mais caro do que alugá-lo por um dia.

Pode-se cobrar juros por dia, por semana, por mês, etc., mas geralmente adota-se uma taxa anual. Esta taxa anual de juros é expressa em percentagem e representada por APR (“Annual Percentage Rate”). Se um certo investimento paga 9% de juros anualmente, isto significa que ele paga Cr\$ 9,00 por ano, para cada Cr\$ 100,00 investidos.

Existem, ainda, outros aspectos a serem considerados quanto ao pagamento ou recebimento de juros, como o *tipo* de juros e os prazos de pagamento.

Juros Simples

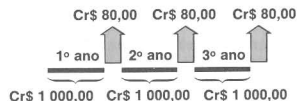
No caso de um empréstimo ou investimento a juros simples, os juros são calculados apenas sobre o principal, isto é, a quantia original. Por exemplo, se você colocar Cr\$ 1 000,00 em um

banco a 8% de juros simples por um período de 3 anos, os juros podem ser calculados pela seguinte fórmula:

$$\text{juros simples (I)} = \text{principal} \times \text{taxa de juros} \times \text{tempo}$$

Assim, você ganharia: $I = \text{Cr\$ } 1\,000,00 \times 8\% \times 3 = \text{Cr\$ } 240,00$ ao longo dos 3 anos.

Juros Simples



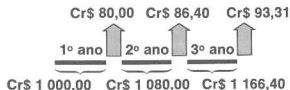
Você receberá Cr\$ 80,00 de juros ao final do primeiro ano. Como os juros são obtidos apenas sobre o principal (Cr\$ 1 000,00), você receberá Cr\$ 80,00 ao final do segundo ano e mais Cr\$ 80,00 ao final do terceiro.

Seria possível receber mais que Cr\$ 240,00 ao longo desses três anos, a partir do mesmo principal de Cr\$ 1 000,00? Claro que sim, basta adicionarem-se os juros recebidos ao principal ao fim de cada ano.

Juros Compostos

Se, ao final do primeiro ano, você retirar o seu montante de Cr\$ 1 080,00 para depositá-lo em um outro banco, você receberá, ao final do segundo ano, $I = \text{Cr\$ } 1\,080,00 \times 8\% \times 1 = \text{Cr\$ } 86,40$. Aplicando a mesma tática de novo, ao final do terceiro ano você receberá de juros $I = \text{Cr\$ } 1\,166,40 \times 8\% \times 1 = \text{Cr\$ } 93,31$.

Juros Compostos



Em vez de Cr\$ 240,00, você receberá Cr\$ 259,71. Adicionando os juros recebidos ao principal ao fim de cada ano, você terá aumentado o seu montante final em Cr\$ 19,71.

Não é, entretanto, necessário retirar e depositar o seu dinheiro ao final de cada ano. Os bancos adicionam, automaticamente, os juros recebidos ao seu depósito, isto é, o sistema bancário opera a juros compostos. Os juros compostos são geralmente especificados por uma taxa anual, embora possam ser recebidos (compostos) a cada dia, mês, trimestre ou semestre.

Se você quiser depositar Cr\$ 1 000,00 no banco, você certamente irá querer saber quanto receberá no futuro. O valor futuro está relacionado ao valor presente pela seguinte fórmula:

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

ou seja:

$$\text{Valor Futuro} = \text{Valor Presente} \times \left(1 + \begin{matrix} \text{taxa de juros} \\ \text{por período} \\ \text{de composição} \end{matrix} \right)^{\text{Nº de períodos de composição.}}$$

Talvez o seu problema seja o inverso. Você irá precisar, futuramente, de Cr\$ 1 000,00 para uma viagem e deseja saber quanto deverá investir agora para alcançar aquela meta. O valor presente pode ser calculado a partir do valor futuro, através da seguinte fórmula:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

ou seja:

$$\text{Valor Presente} = \frac{\text{Valor Futuro}}{\left(1 + \begin{matrix} \text{taxa de juros por} \\ \text{período de composição} \end{matrix} \right)^{\text{nº de períodos de composição}}}$$

Observe que ambas as fórmulas utilizam o período de composição como unidade de tempo. Se os juros são adicionados (compostos) ao principal anualmente, o período de composição é de um ano. O valor futuro depende, assim, da frequência com que os juros são incorporados ao principal.

Períodos de Composição

Voltemos ao caso acima, em que Cr\$ 1 000,00 são investidos a 8% de juros compostos anualmente, durante 3 anos. Utilizando a fórmula para o cálculo do valor futuro, você poderá calcular o que você irá receber ao final destes 3 anos:

$$VF = \text{Cr\$ } 1\,000,00 \times (1 + 0,08)^3 =$$

$$\text{Cr\$ } 1\,259,71$$

Seria possível obter mais juros com os mesmos Cr\$ 1 000,00 aplicados à mesma taxa de 8%? A resposta é sim. Basta fazer com que os juros sejam adicionados (compostos) ao principal mais de uma vez ao ano. Suponha que você coloque este seu dinheiro em uma conta a 8% de juros compostos a cada trimestre. Qual o valor futuro ao final de um ano? Para obter a resposta, você deverá utilizar a fórmula do valor futuro, mas repare que i é a taxa de juros por período de composição. Como 8% é a taxa anual, será preciso dividi-la pelo número de trimestres em um ano (4) para obter-se a taxa trimestral.

$$VF = \text{Cr\$ } 1\,000,00 \times (1 + 0,02)^4 =$$

$$\text{Cr\$ } 1\,082,43$$

Qual será o montante ao final dos 3 anos?

$$VF = \text{Cr\$ } 1\,000,00 \times (1 + 0,02)^{4 \times 3} =$$

$$\text{Cr\$ } 1\,268,24$$

Em vez de Cr\$ 240,00 ou de Cr\$ 259,71, você receberá, neste caso, Cr\$ 268,24 de juros. Torna-se claro, então, que, quanto maior a frequência de composição, maior será a quantia final.

Qual a quantia final de Cr\$ 1 000,00 a 8% de juros compostos mensalmente, durante 3 anos?

$$VF = \text{Cr\$ } 1\,000,00 \times \left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12 \times 3} =$$

Cr\\$ 1 270,24

E se os juros forem compostos diariamente?

$$VF = \text{Cr\$ } 1\,000,00 \times \left(1 + \frac{0,08}{365}\right)^{365 \times 3} =$$

Cr\\$ 1 271,22

A quantia final cresce, assim, devido exclusivamente a uma composição mais frequente. Repare que *a taxa de juros por período deve corresponder ao período de composição*. Não misture juros mensais com composição trimestral, nem juros diários com composição semestral.

Será que existe algum limite, a partir do qual torna-se impossível aumentar a quantia final, aumentando-se a frequência de composição? Sim, existe. Chega-se a um limite matemático quando os juros são adicionados ao principal continuamente. A este processo-limite denomina-se *composição contínua*.

O Capítulo 3 descreve como utilizar a HP-22 para calcularem-se juros compostos e composição contínua. Assim sendo, você encontrará este tópico novamente nos problemas de finanças.

Taxa Anual Efetiva

Você acabou de verificar que é possível receber mais que 8% de juros a uma taxa anual de 8%, desde que os juros sejam adicionados ao principal mais de uma vez durante o ano.

Cr\\$ 1 000,00 a 8%, durante 1 ano

Composição	Montante	Juros
Trimestral	Cr\\$ 1 082,43	8,243%
Mensal	Cr\\$ 1 083,00	8,300%
Diária	Cr\\$ 1 083,28	8,328%
Contínua	Cr\\$ 1 083,29	8,329%

Quando os juros são compostos mais de uma vez ao ano, a taxa anual especificada (8%, no exemplo acima) é denominada taxa nominal. A taxa relativa aos juros realmente recebidos em um ano (8,328%, no caso de composição diária) é denominada taxa efetiva.

Muitas instituições de poupança informam ao público ambas as taxas de juros: a nominal e a efetiva. Com a sua calculadora, pode-se converter rapidamente uma em outra. Como mostra o quadro acima, a taxa efetiva pode diferir consideravelmente da taxa nominal, de modo que é sempre interessante saber o seu valor.

Até agora, temos trabalhado com quatro elementos básicos: a quantia de dinheiro que você tem no momento presente para investir (valor presente); a taxa de juros (*i*); o número de períodos de composição (*n*); e a quantia de dinheiro que você receberá de volta (valor futuro). Repare que esses quatro elementos correspondem a quatro das cinco teclas superiores da sua calculadora.

A quinta tecla (PMT) diz respeito a pagamento. Nos exemplos anteriores, o seu dinheiro ficava no banco. Agora, vamos analisar algumas situações em que você precisa efetuar pagamentos.

Anuidades

Uma anuidade é uma série de pagamentos iguais a intervalos regulares. Na acepção antiga da palavra, os pagamentos deveriam ser anuais. Mas atualmente os pagamentos podem ser mensais, trimestrais, etc. O seu salário é um exemplo de anuidade. Outras anuidades são o aluguel mensal, as prestações da compra de um carro ou os depósitos regulares em uma caderneta de poupança.

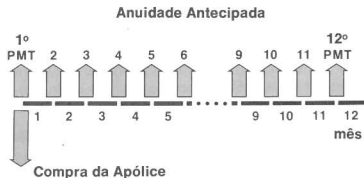
O intervalo de tempo entre dois pagamentos de uma anuidade é denominado intervalo ou período de pagamento. Se o pagamento é exigido ao final de cada período, a anuidade é designada anuidade ordinária. Um exemplo de anuidade ordinária pode ser uma hipoteca em que você começa a pagar um mês depois de obter o empréstimo.

A relação entre tempo e dinheiro para uma anuidade com pagamentos mensais durante um ano seria algo assim:



Há anuidades, entretanto, em que o pagamento é exigido ao início do período. É o caso do pagamento de aluguel ou de prêmio de seguro. Neste caso, a anuidade denomina-se anuidade antecipada. Outra expressão comumente usada é adiantamento ou pagamento antecipado.

Os pagamentos mensais de uma apólice de seguro ao longo de um ano constituem uma anuidade antecipada, que pode ser representada da seguinte maneira:



Observe que, com uma anuidade antecipada, você deve efetuar um pagamento logo no início do primeiro período. Ainda neste caso, não há pagamento ao final do ano. Com uma anuidade ordinária, o primeiro pagamento deve ser feito apenas ao final do primeiro período e há um pagamento ao final do ano.

Em ambos os casos, um total de 12 pagamentos são efetuados. Será que faz alguma diferença entre pagar no início do mês e pagar ao fim do mês? Sim, existe uma diferença bem sutil.

Suponha que você esteja indeciso entre comprar um terreno ou arrendá-lo por dois anos. Em ambos os casos, serão necessários 24 pagamentos mensais de Cr\$ 165,00, a 12% de juros. Sendo a compra em prestações um empréstimo e, portanto, uma anuidade ordinária, e o arrendamento uma anuidade antecipada, comparemos o valor presente dessas duas anuidades.

A fórmula para obter-se o valor presente de uma anuidade ordinária é:

$$VP = PMT \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Aplicando-se esta fórmula aos valores acima, obtém-se um valor presente igual a Cr\$ 3 505,16.

A fórmula para obter-se o valor presente de uma anuidade antecipada é:

$$VP = PMT \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)$$

Neste caso, obtém-se um valor presente igual a Cr\$ 3 540,21. A anuidade antecipada custar-lhe-á Cr\$ 35,05 a mais.

Até aqui temos analisado exemplos de pagamento de dívidas. Voltemos a nossa atenção, agora, para os depósitos em cadernetas de poupança ou em bancos. Quanto mais cedo você depositar, mais cedo passará a receber juros. Se você demorar um mês para depositar o seu dinheiro, você perderá os juros de um mês.

Qual será o valor futuro de um fundo de poupança no qual você deposita Cr\$ 100,00 por mês, a 8% juros compostos mensalmente? A fórmula para se obter o valor futuro de uma anuidade ordinária é:

$$VF = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Portanto, se você depositar o dinheiro ao final de cada mês, você terá, ao final do ano:

$$VF = Cr\$ 100,00 \times \frac{\left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{0,08}{12}} = Cr\$ 1 244,99$$

A fórmula para se obter o valor futuro de uma anuidade antecipada é:

$$VF = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] (1 + i)$$

Portanto, se você depositar o dinheiro ao início de cada mês, você terá, ao final do ano:

$$VF = Cr\$ 100,00 \times \frac{\left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{0,08}{12}} \left(1 + \frac{0,08}{12}\right) = Cr\$ 1 253,29$$

Assim sendo, apesar do número de pagamentos, da quantia e da taxa de juros serem os mesmos, o investimento realizado no início do mês produz um maior total no futuro.

Ao se pagar um *empréstimo* ou uma dívida deve-se optar, quando possível, por uma *anuidade ordinária*, uma vez que ela tem um valor presente menor. Em um *investimento* ou depósito, deve-se preferir a *anuidade antecipada*, pois que esta apresenta um valor futuro maior.

Empréstimos e Amortização

O tipo mais comum de anuidade é o pagamento de empréstimos. É interessante, assim, tecer alguns comentários a respeito de juros sobre empréstimos.

Taxa Anual

A taxa anual (APR = "Annual Percentage Rate") deve ser claramente especificada por quem concede o empréstimo. Sempre que se solicitar um empréstimo, deve-se procurar saber exatamente qual taxa anual.

Juros Acrescidos

Você poderá se ver, algumas vezes, diante de um empréstimo com juros acrescidos. Isto apenas significa que a dívida total é obtida somando-se ao principal uma quantia equivalente aos juros simples calculados sobre a duração do empréstimo.

Os juros acrescidos podem parecer mais interessantes do que o são na realidade, de modo que é sempre bom saber qual é a taxa anual. Em geral, os juros acrescidos parecem bastante atraentes à primeira vista, por serem expressos em taxas baixas. Observe, entretanto, que 5% de juros acrescidos sobre um empréstimo de Cr\$ 1 500,00 durante 18 meses equivalem a uma taxa de juros anual de 9,27%.

Com juros acrescidos, você paga juros sobre o total do empréstimo e ao longo de toda a duração da dívida. Você verá, a seguir, que, ao amortizar uma dívida, você só pagará juros sobre a dívida não liquidada, que irá decrescendo gradualmente.

O capítulo sobre Aplicações em Finanças descreve como converter uma taxa de juros acrescidos para taxa anual.

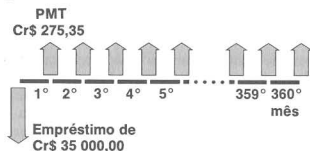
Amortização

Amortizar uma dívida significa, literalmente, levá-la "à morte." Diz-se que um empréstimo é amortizado quando ele é liquidado através de pagamentos geralmente iguais e periódicos.

A maioria das hipotecas e dos empréstimos são exemplos de dívidas amortizáveis. O débito é diminuído por pagamentos iguais e periódicos, embora porções variáveis de cada pagamento sejam aplicadas ao principal e aos juros.

Os juros são pagos em primeiro lugar. O restante do pagamento é usado, então, para se reduzir a dívida. O cronograma de pagamentos é denominado tabela de pagamentos. A tabela que mostra o mecanismo de pagamento de juros e a diminuição da dívida é denominada tabela de amortização.

Suponha que, para comprar uma casa, você tenha obtido uma hipoteca de Cr\$ 35 000,00 por 30 anos, a 8,75% de juros, com pagamentos mensais de Cr\$ 275,35. A sua tabela de pagamentos será a seguinte:



Ao final do primeiro mês, os juros são calculados sobre a dívida de Cr\$ 35 000,00:

$$\frac{8,75\%}{12} \times \text{Cr\$ } 35\,000,00 = \text{Cr\$ } 255,21$$

e são adicionados à dívida:

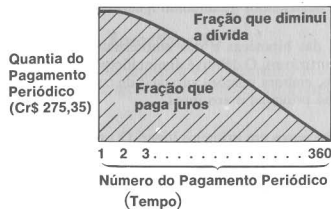
$$\text{Cr\$ } 35\,000,00 + \text{Cr\$ } 255,21 = \text{Cr\$ } 35\,255,21$$

Só agora o seu primeiro pagamento é deduzido, para se obter a nova dívida:

$$\text{Cr\$ } 35\,255,21 - \text{Cr\$ } 275,35 = \text{Cr\$ } 34\,979,86$$

Ao final de cada mês que se segue, o mesmo processo é repetido: calculam-se os juros, somam-se os juros à dívida inicial e só então deduz-se o pagamento para obter-se a nova dívida.

A amortização da sua hipoteca seria algo assim:



A medida em que você diminui a dívida inicial, os juros diminuem e uma maior porcentagem do pagamento é utilizada para liquidar a dívida. No último pagamento, a fração correspondente aos juros é bem pequena.

Com a sua calculadora HP-22, você poderá calcular os juros e a dívida restante em qualquer ponto da tabela de pagamentos. O capítulo sobre Aplicações em Finanças descreve esta operação.

Ajuste Final

Na vida real, a série de pagamentos ou recebimentos (fluxo de caixa) nem sempre é uniforme, como nos exemplos acima. Não é rara, por exemplo, a ocorrência de uma anuidade com um pagamento maior ao seu final, como na ilustração abaixo:



Este último pagamento, denominado *ajuste final*, pode ser consideravelmente maior ou mesmo menor que os anteriores. Suponha, por exemplo, que você receba uma herança que lhe permita liquidar a sua hipoteca antes do prazo de 30 anos. O ajuste final será, obviamente, maior que as prestações uniformes. Ou suponha que você se encontre em dificuldades financeiras e decida pagar apenas parte das prestações. Mais tarde, quando a situação melhorasse, você pagaria uma prestação maior para contrabalançar suas contas.

Uma outra situação bem comum se apresenta no ramo imobiliário com relação ao valor residual de uma casa alugada. O proprietário aluga-a por vários anos, e no final dos quais pode ainda vendê-la por um *valor residual*. O fluxo de caixa, neste caso, se enquadra exatamente no fluxo de caixa de um ajuste final.



Existem outras transações que se enquadram no mesmo modelo. Se você é, por exemplo, o proprietário de um computador, você poderá alugá-lo por 5 anos e, depois, vendê-lo por um valor residual.

Não se preocupe com os nomes — ajuste final ou valor residual. O importante, aqui, é mostrar que nem todos os fluxos de caixa são uniformes.

Fundo de Amortização

O fundo de amortização é criado para liquidar-se uma dívida futura e é geralmente usado paralelamente a uma emissão de títulos.

Coloque-se na posição de um emissor de títulos. A venda dos títulos coloca em suas mãos milhões de cruzeiros que deverão ser restituídos na data de resgate combinada. Para poder pagar o valor do resgate, o emissor dos títulos cria um fundo especial no qual realiza depósitos periódicos, de modo a ter a quantia total necessária para cobrir o resgate no prazo combinado. Geralmente, o fundo de amortização paga juros, mas não necessariamente à mesma taxa paga pelo emissor dos títulos.

Qual a diferença entre um fundo de amortização e um depósito regular em uma caderneta de poupança? O fundo de amortização é uma anuidade ordinária e não uma anuidade antecipada. Os pagamentos ao fundo são realizados ao *fim* de cada período.

Analisemos, agora, o seguinte exemplo: um título de 10 anos a Cr\$ 100 000,00 deve ser resgatado por um fundo de amortização.

Determine a quantia que deverá ser depositada a cada semestre, se 20 pagamentos semestrais forem depositados em um fundo que paga 5% de juros semestralmente.

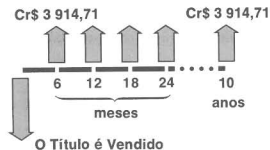
O valor futuro do fundo é o mesmo que o valor futuro de uma anuidade ordinária, assim:

$$VF = PMT \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$\text{Cr\$ } 100\,000,00 = PMT \times \left[\frac{(1 + .025)^{20} - 1}{.025} \right]$$

$PMT = \text{Cr\$ } 3\,914,71$ (O seu depósito semestral no fundo.)

Os depósitos do emissor do título obedeceriam ao seguinte fluxo de caixa:



Em resumo, um fundo de amortização leva “à morte” uma dívida pela acumulação de fundos.

Fluxo de Caixa Descontado

Agora que os conceitos básicos foram apresentados, voltemos a nossa atenção para questões mais genéricas, tais como: “Onde devo investir?”, “Será que o plano A de investimento é melhor que o plano B?”, “Onde o lucro será maior?”, etc.

Apesar da sua HP-22 realizar verdadeiras proezas de cálculo, ela não pode prever o futuro como uma bola de cristal. Entretanto, a sua calculadora poderá ajudá-lo a avaliar os diferentes fluxos de caixa para que você escolha o que mais se aproxima de seus objetivos.

Há dois modos de se analisar um fluxo de caixa: pela determinação do valor presente líquido e pela determinação da taxa de retorno.

Determinação do Valor Presente Líquido

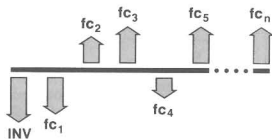
Suponha que você faça um investimento (INV) em um negócio que resulte em uma quantia (fc_1) ao final do primeiro ano, fc_2 ao final do segundo, e assim por diante, até fc_n ao final do ano n , quando o fluxo de caixa termina. Em uma primeira tentativa, você poderia escrever o total a ser recebido da seguinte forma:

$$-INV + \text{fluxo de caixa no } 1^\circ \text{ ano} + \text{fluxo de caixa no } 2^\circ \text{ ano} \\ + \dots + \text{fluxo de caixa no ano } n$$

ou então: $-INV + fc_1 + fc_2 + \dots + fc_n$

A primeira parcela (INV) é precedida por um sinal de menos,

porque temos certeza de que foi uma saída de dinheiro. As outras parcelas serão positivas se corresponderem a uma entrada de dinheiro e negativas em caso contrário. Suponha que o fluxo de caixa em questão tenha a seguinte representação:



Neste caso, o primeiro e o quarto fluxos de caixa são negativos. Talvez você tenha perdido dinheiro no primeiro ano por ser um principiante neste ramo de negócios. Talvez o quarto ano tenha sido um período de recessão econômica, o que ter-lhe-ia causado um certo prejuízo.

Entretanto, é importante que você também considere o *tempo* em sua análise e não apenas o dinheiro envolvido. É aquela velha história: entre receber Cr\$ 10 000,00 agora ou daqui a 5 anos, o que você preferiria? Os fluxos de caixa (fc_1 , fc_2 , etc.) são valores futuros que devem ser transladados (descontados) para o presente, para que se possa avaliar o investimento com precisão.

Na discussão sobre juros compostos, você aprendeu a fórmula que calcula o valor presente:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Agora translade os fluxos de caixa futuros para o presente. O valor presente líquido é, portanto:

$$VPL = -INV + \frac{fc_1}{(1 + i)^1} + \frac{fc_2}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{fc_n}{(1 + i)^n}$$

Nesta expressão, i deve representar a taxa de retorno que você deseja.

No início, valor presente líquido (VPL) é negativo, porque só

existe uma parcela e esta é negativa. À medida que outros fluxos forem considerados, VPL deverá ir crescendo. Espera-se que, a um dado momento, VPL torne-se positivo. Quando $VPL = 0$, você não estará ganhando nem perdendo.

Se você estiver com algum período de pagamento em mente e o VPL ainda for negativo ao final deste período, esqueça esse plano de investimento e passe a considerar um outro.

A análise não poderia ser mais simples. Se o VPL for negativo, o valor presente dos futuros fluxos será menor que o investimento, o que torna o investimento *não* lucrativo. Se o VPL for positivo, o investimento satisfará aos seus objetivos, implícitos na taxa de retorno utilizada.

Imaginemos, por exemplo, que você esteja pensando em comprar um apartamento por Cr\$ 100 000,00. Para obter-se o fluxo de caixa abaixo, será que o investimento terá uma taxa de retorno de pelo menos 10% ao ano?

Ano	Fluxo
1	Cr\$ 7 000,00
2	Cr\$ 8 500,00
3	Cr\$ 9 000,00
4 (venda)	Cr\$ 120 000,00

Substituindo-se esses valores na equação para se obter VPL:

$$\begin{aligned} NPV &= \text{Cr\$ } 100.000 + \frac{\text{Cr\$ } 7000}{(1 + .10)^1} + \frac{\text{Cr\$ } 8500}{(1 + .10)^2} + \frac{\text{Cr\$ } 9000}{(1 + .10)^3} \\ &\quad + \frac{\text{Cr\$ } 120.000}{(1 + .10)^4} = \text{Cr\$ } 2111.88 \end{aligned}$$

O valor presente líquido após o quarto ano será positivo, de forma que o investimento terá uma taxa de retorno de, no mínimo, 10% ao ano.

Suponhamos que você queira vender o apartamento, no segundo ano, por Cr\$ 110 000,00. Será esta uma medida mais lucrativa?

$$\text{VPL} = \text{Cr\$ } 100\,000,00 + \frac{\text{Cr\$ } 7000,00}{(1 + .10)^1} + \frac{\text{Cr\$ } 110\,000,00}{(1 + .10)^2} = \text{Cr\$ } -2,727,27$$

Resposta: Não. O valor presente líquido será negativo, de forma que você não obterá nem sequer a taxa de retorno desejada de 10%.

Determinação da Taxa de Retorno

Se você pode prever os fluxos de caixa posteriores a um investimento, você poderá determinar a taxa de retorno relativa a este investimento. Essa taxa também é conhecida por rendimento, taxa descontada de retorno ou taxa interna de retorno (TIR). Para calcular TIR, utilize a fórmula para VPL.

$$\text{VPL} = -\text{INV} + \frac{fc_1}{(1 + i)^1} + \frac{fc_2}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{fc_n}{(1 + i)^n}$$

A taxa interna de retorno é o valor de i para o qual $\text{VPL} = 0$. O método mais fácil de se calcular a taxa de retorno é por tentativas. Coloque um valor de i e calcule VPL. Se VPL for zero, a sua tentativa será maior que a taxa procurada. Se VPL for positivo, sua tentativa será menor que a taxa procurada.

Por exemplo, qual será a taxa de retorno para um restaurante comprado por Cr\$ 200 000,00 e que produz os seguintes fluxos de caixa?

Ano	Fluxo de Caixa
1	-Cr\$ 4 000,00
2	Cr\$ 20 000,00
3	Cr\$ 27 000,00
4	Cr\$ 42 000,00
5	Cr\$ 56 000,00
6 (0 restaurante é vendido.)	Cr\$ 230 000,00

Tentando-se uma taxa de 12%, o VPL ao longo dos seis anos é de Cr\$ 6 867,05. Portanto, a taxa de retorno é maior que 12%.

Tente, agora, 13%. Agora, o VPL é negativo (-Cr\$ 2 265,95), de modo que a taxa de retorno é menor que 13%.

Portanto, a taxa de retorno está compreendida entre 12 e 13%. Como o VPL para 13% é mais próximo de zero que o VPL para 12%, a taxa de retorno deve estar mais próxima de 13%. De fato, a taxa de retorno para esse investimento é igual a 12,75%.

A decisão de comprar a sua HP-22 foi apenas a primeira de uma série de decisões lucrativas. Agora, você pode usar a sua HP-22 para determinar as implicações em tempo e em dinheiro de um investimento *antes* de realizar este investimento e, assim, explorar uma série de diferentes alternativas. O próximo capítulo descreve as operações de teclado necessárias para resolver os problemas discutidos aqui e alguns outros problemas mais especializados. Uma vez entendidos os conceitos aqui expostos, será bem fácil acostumar-se à mecânica de solução, seja qual for a área do problema: ramo imobiliário, banco, arrendamento, aluguel, seguro ou investimento.

Amounts of interest, instalments or income payable under the terms of options set out on the preceding page shall be determined from the tables below and, where applicable, by the age (nearest birthday) at the date of first payment and the sex of the payee or payees. Amounts are based on a policy the proceeds of which

are \$1000 and will apply to determine amounts for other than \$1000 by multiplying the monthly payment by

Option 4: 11.892
Option 5, 6 or 7: 11.865

Capítulo 3

Cálculos financeiros

Problemas com Percentagem

Existem três teclas na sua HP-22 para a solução de problemas com percentagem: $\%$, $\Delta\%$ e $\square\%$. A tecla $\%$ é utilizada para se calcular a percentagem de um número; a tecla $\Delta\%$, para se determinar diferenças percentuais; e a tecla $\square\%$, para se determinar que percentagem um dado número é de um outro ou de um total.

Com a sua HP-22, não é necessário converter a taxa de percentagem a seu equivalente decimal, isto é, 4% é introduzido como 4 $\%$ e não como 0,04.

Determinação da Percentagem $\%$

Para determinar a percentagem de um número, introduza o número a pressione **ENTER**+. Pressione, então, a taxa de percentagem seguida da tecla $\%$.

Por exemplo, para determinar 14% de Cr\$ 300,00:

Pressione

Leia no Visor

300 **ENTER**+ 14 $\%$

42.00

Observe que método é semelhante ao aplicado às operações aritméticas. A execução ocorre imediatamente depois de se pressionar a tecla $\%$.

Exemplo: A cada ano, coloca-se 4% dos lucros de uma empresa em um fundo de aposentadoria. Se o lucro, no ano passado, foi de Cr\$ 1 576 432,00, qual terá sido a contribuição ao fundo?

Pressione

Leia no Visor

1576432 **ENTER**+ 4 $\%$

63057.28

Determinação da Quantia Líquida $\%$ $\square\%$ ou $\%$ $\square\%$

Ao se comprar uma máquina, é muitas vezes necessário incluir no preço a percentagem correspondente a impostos. A quantia total pode ser facilmente determinada, uma vez que o preço inicial fica armazenado ao se calcular a percentagem.

Por exemplo, se ao preço de Cr\$ 6 200,00 incluírem-se 5% de impostos, qual será o custo total?

Pressione **Leia no Visor**

6200 **ENTER** 5 % **310.00** Quantidade correspondente à
 percentagem (impostos).

+ **6510.00** Custo total.

Se o vendedor lhe oferecer um desconto de 10%, qual será o custo total?

Pressione **Leia no Visor**

6200 **ENTER** 10 % **620.00** Quantia do desconto.



- **5580.00** Preço com desconto.

5 % **+** **5859.00** Custo total, incluindo os
 impostos.

Observe que, neste último caso, você subtraiu uma percentagem e, depois, adicionou uma outra percentagem, tendo introduzido a quantia-base apenas uma vez. Isto só é possível graças ao mecanismo da pilha operacional.



Determinação da Diferença Percentual

A diferença percentual entre dois números, sendo o primeiro tomado como base, expressa a variação existente do primeiro para o segundo como uma percentagem do primeiro (base).

Para determinar a diferença percentual entre dois números, sendo o primeiro a base, introduza o primeiro número, pressione **ENTER**, introduza o segundo número e pressione  .

Por exemplo, se um aluguel sobe de Cr\$ 285,00 para Cr\$ 335,00, qual terá sido o aumento percentual?

Pressione **Leia no Visor**

285 **ENTER** 335   **17.54** Aumento percentual.

Uma resposta positiva representa um aumento, enquanto que uma resposta negativa representa uma diminuição.

Exemplo: Em um certo período, o índice da bolsa de valores caiu de 985 para 695. Qual foi a queda percentual?

Pressione

985 **ENTER** 695  

Leia no Visor

-29.44 Queda percentual.

Você se esqueceu de vender as suas ações e o preço unitário caiu de Cr\$ 57,50 para Cr\$ 13,25. Qual a diferença percentual?

Pressione

57.50 **ENTER** 13.25  

Leia no Visor

-76.96

Lucro Percentual

O lucro percentual é a diferença percentual entre o custo do produto por atacado e o preço de venda.

Exemplo: Você compra uma máquina por Cr\$ 159,95 por atacado e vende-a por Cr\$ 195,00. Qual o lucro percentual?

Pressione

159.95 **ENTER** 195.00  

Leia no Visor

21.91 Lucro percentual.

Pode ser que você tenha em mente uma taxa fixa de lucro e deseje determinar o preço de venda. O procedimento é o mesmo que o utilizado para a determinação da quantia líquida.

Exemplo: Várias válvulas são compradas a Cr\$ 2,26, diretamente da fábrica, e você deseja vendê-las com 25% de lucro. Qual deverá ser o preço de venda?

Pressione

2.26 **ENTER** 25 %

Leia no Visor

\$ **0.57** Lucro (em cruzeiros).

+

\$ **2.83** Preço de venda.

Margem

Margem é a diferença percentual entre o preço de venda e o custo do produto por atacado. Considerando o exemplo da máquina acima:

Pressione

195 **ENTER** 159.95



Leia no Visor

  **CHS**

17.97 % de Margem.













Assim sendo, o lucro é de 21,91% e a margem é de 17,97%.

Determinação da Percentagem no Total  



Para se determinar o total de uma série de parcelas, com o auxílio da tecla $\Sigma+$, basta pressionar esta tecla após a introdução de cada parcela. O total fica, então, armazenado no registrador 9. Desejando-se saber que percentagem uma dada parcela é do total, reintroduza a parcela e pressione  .

Exemplo 1: Você possui 150 ações da Companhia Colchões Sono Gostoso S/A e 200 ações da Discos Afinados S/A. Qual a percentagem do seu portfólio associada a cada companhia?

Pressione **Leia no Visor**









150 $\Sigma+$		1.00	Primeira parcela.
52 $\Sigma+$		2.00	Segunda parcela.
200 $\Sigma+$		3.00	Terceira parcela.
150  		37.31	% da Colchões Sono Gostoso S/A.
52  		12.94	% da Filmes Coloridos S/A.
200  		49.75	% da Discos Afinados S/A.

Observe que, quando se soma com a tecla $\Sigma+$, o visor apresenta o número de parcelas e não a parcela propriamente dita.

Ao se utilizar a tecla $\Sigma+$, é conveniente pressionar   antes de se iniciar um outro problema. Desta maneira, a resposta anterior permanece no visor, mas o registrador 9 fica limpo e pronto para receber novos dados. (Consulte o Apêndice D para uma explicação mais detalhada.)

Exemplo 2: O valor das ações que você possui da Colchões Sono Gostoso S/A é de Cr\$ 450,00; da Filmes Coloridos S/A, Cr\$ 1 404,00; e da Discos Afinados S/A, Cr\$ 1 500,00. Qual é a percentagem do valor total que cada um desses valores representa?



Pressione **Leia no Visor**

			
450 		1.00	
1404 		2.00	
1500 		3.00	Número de introduções.

Agora, continue a solução por si próprio. As respostas estão indicadas abaixo. Se você tiver alguma dúvida ou obtiver uma resposta incorreta, releia as duas páginas anteriores.

	13.42	% da Colchões Sono Gostos S/A
	41.86	% da Filmes Coloridos S/A
	44.72	% da Discos Afinados S/A

Determinação da Taxa de Percentagem  

Para determinar que percentagem um dado número é de outro (ou seja, que percentagem A é de B), introduza o número B (base), pressione $\Sigma+$, introduza o número A e, finalmente, pressione  .





Por exemplo, quanto por cento 64 é de 340?

Pressione **Leia no Visor**

		
340 		1.00
64  		18.82 %

Para se comprar um carro por Cr\$ 47 000,00 é necessário um sinal de Cr\$ 9 400,00. Qual a percentagem do preço total que este sinal representa?

Pressione **Leia no Visor**

		
47000 $\Sigma+$		1.00
9400  		20.00 %.





Teclas de Finanças





A sua HP-22 já vem com todos os cálculos financeiros mais comuns pré-programados, em rotinas prontas para execução. As teclas que permitem a interação com essas rotinas embutidas são apresentadas na figura 2.



Figura 2. Teclas de Finanças

Os símbolos n , i , PMT , PV e FV já foram explicados no Capítulo 2. Aqui, procura-se mostrar como introduzir ou obter o valor dessas variáveis com a sua HP-22.

O símbolo n representa o número total de períodos de composição ou pagamentos. A função alternativa,  , converte períodos anuais para períodos mensais, armazenando o resultado em n . Para introduzir 30 anos, pressione 30 n . Se você está interessado em períodos mensais, pressione 30  . A HP-22 converte 30 (anos) para 360 (meses) e armazena este último dado em n . Não é necessário pressionar n de novo.

O símbolo i representa a taxa dos juros por período. Sendo conhecida a taxa anual, a taxa mensal correspondente pode ser introduzida, pressionando-se  . Para introduzir 9% de juros anuais, pressione 9 i . Para introduzir a taxa mensal, basta pressionar 9  . Não é necessário pressionar i de novo.











Lembre-se de que n e i devem corresponder à mesma unidade de tempo. Se n é o número de meses, então i deve ser uma taxa mensal.

O símbolo PMT representa pagamento, prestação ou depósito. Presume-se que os pagamentos sejam iguais e que correspondam à unidade de tempo associada a n e a i . Não misture pagamentos mensais com períodos anuais ou juros diários.

O símbolo PV ("present value") representa o valor presente ou a quantia ao início da transação.

O símbolo FV ("future value") representa o valor futuro ou a quantia que será obtida ao final da transação.

Tanto n como i estão presentes em todos os cálculos. Sendo dados, assim, três valores, incluindo-se n e i , pode-se determinar um quarto valor. Os dados podem ser introduzidos em qualquer ordem.

As três outras funções alternativas são  ,   e   e   são utilizadas para se determinarem os juros acumulados e o balanço (saldo) correspondentes a um empréstimo. A função   é utilizada no cálculo de juros simples.


Apresentação de Variáveis Financeiras

Para ler no visor o valor de uma determinada variável, pressione  e a tecla correspondente: n , i , PMT , PV ou FV .







Modificação do Valor de uma Variável

Depois de obter a resposta de um problema, você poderá estar interessado em explorar a sensibilidade da resposta a um outro valor de uma das variáveis: uma taxa de juros diferente ou uma maior ou menor prestação.

Com a HP-22, você não precisa reintroduzir todos os números de novo. Introduza apenas o novo valor e pressione a tecla de finanças apropriada. O novo valor tomará, então, o lugar do antigo.

Considere o seguinte exemplo. Imaginemos que você tenha obtido um empréstimo de Cr\$ 9 000,00, a 9,5% de juros, para construir uma pequena piscina em seu quintal. Sendo o prazo de 2 anos, qual será o pagamento mensal? (Para este exemplo, coloque a chave do canto superior direito na posição BEGIN  END. Esta chave será explicada logo a seguir.)

Pressione

 
2  
9.5  
9000 PV
 PMT

Leia no Visor

24.00
0.79
9000.00
413.23

Número de meses.
Taxa mensal de juros.
Valor do empréstimo.
O pagamento mensal.

Que diferença faria se o prazo fosse de 3 anos?


Pressione

3  
 PMT

Leia no Visor

36.00
288.30

Número de meses.
O pagamento neste caso.

Nos dois casos acima, o pagamento foi obtido a partir de valores dados para o mesmo conjunto: n , i e PV . Mas suponha que o seu problema seja outro: você não pode assumir um pagamento mensal superior a Cr\$ 200,00. Neste caso, você tem um outro conjunto de dados. Para resolvê-lo, terá que pressionar  e começar da estaca zero.

Funções **RESET** e **CLEAR**

Do mesmo modo que é preciso recompor a casa para receber uma visita, é preciso pressionar **RESET** ("Reset" = recompor) antes de se iniciar a solução de um novo problema financeiro. A função **RESET** prepara os registradores financeiros (associados às teclas da fila superior) e apaga o conteúdo dos registradores de armazenagem de 5 a 9 (associados à tecla **EX**), colocando a calculadora em condições de aceitar um novo problema.

A função **CLEAR** é bem mais abrangente. Ela zera os registradores financeiros, todos os dez registradores de armazenagem e, ainda, a pilha operacional.

A Chave de Anuidade: **BEGIN** **END**

No Capítulo 2, explicou-se a diferença entre anuidades antecipadas e ordinárias. Na anuidade antecipada, o pagamento é realizado no início (**BEGIN**) do período, enquanto que, na anuidade ordinária, o pagamento é realizado ao final (**END**) do período. Como as fórmulas são diferentes nos dois casos, é preciso colocar a chave na posição adequada antes de se resolver um problema. Sendo os problemas com anuidade ordinária bem mais comuns, é conveniente deixar a chave normalmente na posição **END**.

Os dados armazenados permanecerão inalterados ao se passar a chave de uma posição para a outra.

Comentários sobre Terminologia

Os exemplos apresentados neste manual englobam um largo espectro de aplicações. Mesmo assim, é possível que você não encontre aqui alguns termos ou expressões de seu vocabulário profissional. Isto, entretanto, não significa que a HP-22 não possa resolver os seus problemas específicos. A terminologia financeira varia bastante de indústria para indústria, mas os conceitos básicos são sempre os mesmos: dinheiro que entra e dinheiro que sai ao longo do tempo.

Se a solução do seu problema não é de todo evidente, construa um diagrama de fluxo de caixa:

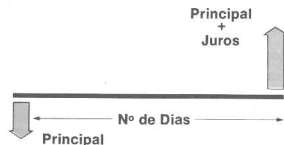


A partir deste diagrama, ficará bem mais fácil visualizar o problema e resolvê-lo com a sua HP-22.

Juros Simples

Juros Acumulados — Ano Comercial (360 Dias)

Este cálculo determina os juros acumulados com base num ano de 360 dias, quando são conhecidos o número de dias, a taxa de juros e o principal (valor presente). Ao fim do cálculo, o principal se encontra no registrador Y.



1. Pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de dias, pressione **n**.
 - Introduza a taxa anual de juros, pressione **i**.
 - Introduza o principal, pressione **PV**.
3. Pressione **INT** para determinar os juros acumulados.
4. Pressione **+** para obter o montante com base no ano comercial (360 dias).

Exemplo: Um amigo lhe pede um empréstimo de Cr\$ 450,00 por 60 dias, a 7% de juros simples, com um ano-base de 360 dias. Quais os juros acumulados após 60 dias? Qual o montante da dívida?

$$450 \times 0,07 \times \frac{60}{360} (\text{INT}) =$$

Cr\$ 450,00 (PV) ↑

60 Dias (n) ← 7% (i)

Cr\$ 450,00 (PV) ↓

Pressione

Leia no Visor

RESET

60 n 7 i 450

PV INT

+

5.25

Juros acumulados.

455.25

Montante.

Juros Acumulados — Ano Civil (365 Dias)

Este cálculo determina os juros acumulados com um ano-base de 365 dias, quando são conhecidos o número de dias, a taxa de juros e o principal (valor presente).

1. Pressione RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de dias, pressione n.
 - Introduza a taxa anual de juros, pressione i.
 - Introduza o principal, pressione PV.
3. Pressione INT R+ x/y para obter os juros acumulados.
4. Pressione + para obter o montante com base no ano civil (365 dias).

Exemplo: Quais os juros acumulados e o montante resultante de Cr\$ 450,00, a 7% de juros, durante 60 dias, com um ano-base de 365 dias?

Pressione

Leia no Visor

RESET

60 n 7 i 450 PV

INT R+ x/y

+

5.18

Juros acumulados.

455.18

Montante.

Juros Compostos

A posição da chave de anuidade não afeta os seguintes problemas de juros compostos, pois não se está lidando com séries de pagamentos. (Lembre-se da definição de anuidade.)

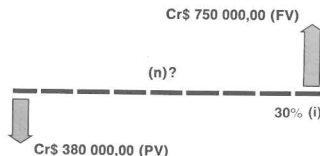
Número de Períodos de Composição

Este cálculo determina o número de períodos (n), quando são conhecidos o principal inicial (valor presente), o montante final (valor futuro) e a taxa de juros.



1. Pressione RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa de juros, pressione i.
 - Introduza o valor presente, pressione PV.
 - Introduza o valor futuro, pressione FV.
3. Pressione n para obter o número de períodos.

Exemplo: Um sítio, avaliado em Cr\$ 380 000,00, valoriza-se 30% ao ano. Se esta taxa permanecer constante, em quantos anos o sítio valerá Cr\$ 750 000,00?



Pressione

Leia no Visor

30 **i** 380000 **PV**750000 **FV** **n**

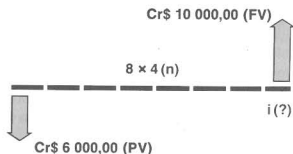
2.59 Anos.

Taxa de Juros Compostos

Este cálculo determina a taxa de juros, sendo conhecidos o valor presente, o valor futuro e o número de períodos:

1. Pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
 - Introduza o valor futuro, pressione **FV**.
3. Pressione **i** para obter a taxa de juros.
4. Pressione o número de períodos por ano, pressione **x** para obter a taxa anual de juros.

Exemplo: A que taxa anual deve-se depositar Cr\$ 6 000,00, com composição trimestral, para se obter Cr\$ 10 000,00 após 8 anos?



Pressione

Leia no Visor

8 **ENTER** 4 **x** **n**6000 **PV** 10000**FV** **i** 1.614 **x** 6.44

Trimestres.

% de Taxa Mensal. *+ 12 meses*

% de Taxa Anual.

E se a composição for mensal?

Pressione

Leia no Visor

8 **n**

96.00 Meses.

i

0.53 % de Taxa Mensal.

12 **x**

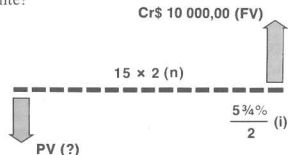
6.40 % de Taxa Anual.

Valor Presente

Este cálculo determina o valor presente, descontado a uma dada taxa e ao longo de um dado número de períodos, de uma quantia futura.

1. Pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa de juros, pressione **i**.
 - Introduza o valor futuro, pressione **FV**.
3. Para obter o valor presente, pressione **PV**.

Exemplo: Quanto você deverá investir agora, para daqui a 15 anos ter Cr\$ 10 000,00, se os juros forem de 5,75% compostos semestralmente?



Pressione

Leia no Visor

15 **ENTER** 2 **x** **n**

30.00 Semestres.

5.75 **ENTER** 2 **÷** **i**

2.88 % de Taxa Semestral de Juros.

10000 **FV** **PV**

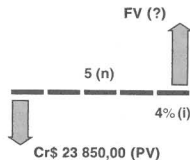
4272.72 Principal a ser investido.

Valor Futuro

Este cálculo determina o valor futuro de uma quantia depositada a uma dada taxa de juros e por um dado número de períodos.

1. Pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa de juros, pressione **i**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
3. Para obter o valor futuro, pressione **FV**.

Exemplo 1: Um terreno comprado há cinco anos atrás por Cr\$ 23 850,00 vem-se valorizando a 4% ao ano. Qual o preço atual do terreno?



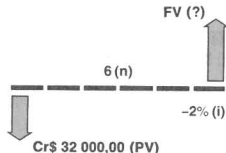
Pressione

RESET

Leia no Visor

5 **n** 4 **i** 23850 **PV** **FV** 29017.17 Valor atual.

Exemplo 2: A poluição do ar é responsável por uma desvalorização de 2% em uma área residencial. Supondo-se que a desvalorização permaneça constante, quanto valerá, daqui a 6 anos, um terreno avaliado atualmente em Cr\$ 32 000,00?



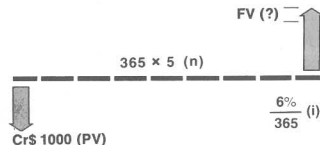
Pressione

RESET6 **n** 2 **CHS** **i**
32000 **PV** **FV**

Leia no Visor

-2.00
28346.96% de Taxa de Juros.
Valor futuro.

Exemplo 3: Quais os juros acumulados e o montante atual de um depósito realizado há 5 anos, a 6% de juros compostos diariamente?



Pressione

RESET5 **ENTER** 365 **x** **n**
6 **ENTER** 365 **÷** **i**

Leia no Visor

1825.00
0.02Dias.
% de Taxa Diária de Juros.
Montante atual.
Juros acumulados.1000 **PV** **FV**
RCL **PV** **=**1349.83
349.83

Conversão de Taxas de Juros

Taxa Nominal para Taxa Efetiva

Dada uma taxa nominal de juros e o número de períodos de composição, por ano, a taxa efetiva é obtida da seguinte forma:

1. Pressione **RESET**.
2. Introduza o número de períodos por ano, pressione **n**.
3. Introduza a taxa nominal, pressione **RCL** **n** **÷** **i**.
4. Introduza 100, pressione **PV**.
5. Pressione **FV**.
6. Pressione **RCL** **PV** **=** para obter a taxa anual efetiva.

Exemplo: Qual a taxa anual efetiva correspondente a uma taxa anual nominal de 12%, com composição trimestral?

Pressione

4 12

 % de Taxa Trimestral.

100

 % de Taxa Anual Efetiva.**Taxa Efetiva para Taxa Nominal**

A seguinte rotina determina a taxa nominal, sendo conhecidos a taxa efetiva e o número de períodos de composição por ano.

1. Pressione .
2. Introduza o número de períodos por ano, pressione .
3. Pressione 100, pressione .
4. Pressione a taxa anual efetiva, pressione .
5. Pressione para obter a taxa nominal.

Exemplo: Determine a taxa nominal correspondente a uma taxa anual efetiva de 12,55%, sendo a composição trimestral.

Pressione

4 100

12.55 % de Taxa nominal de juros.**Taxa Nominal para Taxa Efetiva Contínua**

A seguinte rotina determina a taxa efetiva contínua correspondente a uma taxa nominal especificada.

1. Introduza a taxa nominal, pressione .
2. Introduza 100, pressione .
3. Pressione 1 100 para obter a taxa efetiva contínua.

Exemplo: Calcule a taxa efetiva contínua correspondente a uma taxa anual especificada.

Pressione

8.75 100

1 100

Leia no Visor

 % de Taxa efetiva contínua.

Esclarecimento: A taxa efetiva deve ser entendida como a taxa que mede o “efeito” da composição durante um ano. Alguns dos fatos dignos de nota a respeito da taxa nominal e da taxa efetiva são:

1. Se o período de composição for de um ano ($n = 1$), a taxa nominal e a efetiva serão iguais.
2. No caso de um único depósito, a quantia total após um ano é igual à quantia determinada, utilizando-se a taxa anual efetiva. Por exemplo, o montante obtido a partir de um depósito de Cr\$ 1 000,00, a 5% de juros com composição trimestral (taxa efetiva igual a 5,0945%), após um ano, será de:

Pressione

4 5 4 1000

ou

1000 5.0945

Leia no Visor

3. Para uma dada taxa nominal, a taxa efetiva correspondente depende do período de composição. Quanto menor o período de composição, maior será a taxa efetiva.

Taxa de Juros Acrescidos para Taxa Nominal

A taxa de juros acrescidos é a fração do principal que se acumula ao principal, na definição do total da dívida. Esta quantia é, então, dividida pelo número de meses de duração do empréstimo, para se determinar o pagamento mensal. Por exemplo, o pagamento mensal de um empréstimo de Cr\$ 3 000,00, com uma taxa de 10% de juros acrescidos, por um período de 36 meses, corresponderá à adição de um décimo de Cr\$ 3 000,00 a essa quantia por 3 anos (300×3) — juros esses normalmente conhecidos como “taxa de financiamento” — atingindo um total de Cr\$ 3 900,00. O pagamento mensal será, então, de Cr\$ 3 900,00/36.

A rotina a seguir converte uma taxa de juros acrescidos para a taxa nominal correspondente, sendo dado o número de meses do empréstimo.

1. Pressione .
2. Introduza o número de meses, pressione 12 .

- Introduza a taxa de juros acrescidos, pressione **ENTER**
100 **□** **×** 1 **□** **+** **□** **PV** 1 **PMT**.
- Pressione **i** 12 **□** para obter a taxa anual.

Exemplo: Calcule a taxa nominal e o pagamento mensal de um empréstimo de Cr\$ 1 000,00, a 5% de juros acrescidos, com 18 meses de prazo.

Pressione

Leia no Visor

□ **RESET**

18 **n** **ENTER** **ENTER**

12 **□** 5 **ENTER** 100 **□**

□ 1 **□** **+** **□** **PV** 1 **PMT** **i**

12 **□**

9.27 % de Taxa nominal
(anual).

□ **RESET**

RCL **n** **n** **RCL** **i** **i**

1000 **PV** **PMT**

59.72 Pagamento mensal.

Esclarecimento: Na última sequência de teclas, depois de se pressionar **□** **RESET** a calculadora estará pronta para resolver um problema com um diferente conjunto de variáveis. Entretanto, como duas das variáveis têm seus valores inalterados (**n** e **i**), tais valores poderão ser usados novamente, pressionando-se **RCL** **n** **n** e **RCL** **i** **i**. Para uma explicação mais detalhada, consulte o Apêndice D.

Taxa Nominal para Taxa de Juros Acrescidos

A rotina a seguir determina a taxa de juros acrescidos, sendo conhecidos a taxa nominal e o número de meses do empréstimo.

- Pressione **□** **RESET**.
- Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de meses, pressione **n**.
 - Introduza a taxa nominal, pressione **□** **i**.
 - Introduza 100, pressione **PV** **PMT**.
- Pressione 100 **RCL** **n** **□** **+** 12 **□** para obter a taxa de juros acrescidos.

Exemplo: Qual taxa de juros acrescidos correspondente a um empréstimo a 14% de juros, com um prazo de 18 meses?

Pressione

Leia no Visor

□ **RESET**

18 **n** 14 **□** **i**

100 **PV** **PMT** 100

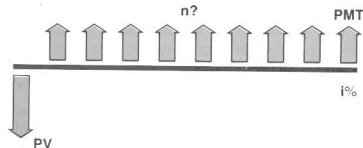
RCL **n** **□** **+** 12 **□**

7.63 % de Taxa de juros
acrescidos.

Anuidade Ordinária

Número de Períodos — Anuidade Ordinária

Esta rotina calcula o número de períodos de uma anuidade ordinária, sendo dados o valor presente, a taxa de juros e a prestação.



- Coloque a chave de anuidade em END e pressione **□** **RESET**.
- Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
- Pressione **n** para obter o número de períodos.

Exemplo: João Molhado precisa de Cr\$ 22 000,00 para realizar uma obra de vedação em sua casa. Um comerciante lhe oferece um empréstimo a 10,5% de juros. Se o pagamento mensal for de Cr\$ 200,00, quanto tempo João levará para saldar a sua dívida?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN **□** **END**

□ **RESET**

10.5 **□** **i**

0.88 % de Taxa mensal de
juros.

200 **PMT** 22000 **PV** **n**

376.89 Meses.

Exemplo 2: Se você acumulou Cr\$ 50 000,00 em um fundo de garantia, por quanto tempo você poderá retirar Cr\$ 3 000,00 a cada 6 meses (começando 6 meses a partir de agora), se o fundo gera 5% de juros ao ano, compostos semestralmente?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

RESET

5 ENTER \div 2 \div 3000 PMT

50000 PV n

21.83

Retiradas semestrais.

Tempo para se Alcançar um Saldo Especificado

Este cálculo determina o tempo (número de períodos) para se reduzir uma dívida inicial a um saldo devedor especificado, através de pagamentos uniformes, como no caso da amortização de um empréstimo, dado um ajuste final específico.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa de juros, pressione i.
 - Introduza o pagamento, pressione PMT.
 - Introduza o saldo devedor especificado, pressione PV.
3. Pressione n para obter o número de períodos necessários para se amortizar o saldo devedor especificado.
4. Introduza o número total de pagamentos.
5. Pressione x/y \square para obter o número de períodos necessários para se alcançar o saldo devedor especificado.

Exemplo 1: Quanto tempo levará para se reduzir a dívida de uma hipoteca de Cr\$ 40 000,00, a 9% de juros, com um prazo de 30 anos e pagamentos de Cr\$ 321,85, a uma dívida de Cr\$ 20 000,00?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

RESET

9 i 321.85

PMT 20000

PV n

360 x/y \square

83.98

Meses.

276.02

Meses para se reduzir de Cr\$ 40 000,00 para Cr\$ 20 000,00.

12 \div

23.00

Anos.

Exemplo 2: Se, daqui a um ano, você iniciar a retirada anual de Cr\$ 2 500,00 de um fundo de Cr\$ 40 000,00 que gera juros a uma taxa de 6%, quanto tempo levará para o fundo se reduzir a Cr\$ 25 000,00? (Levará 55,24 anos para o fundo se esgotar, com retiradas anuais de Cr\$ 2 500,00.)

Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

RESET

6 i 2500 PMT

25000 PV n

15.73

Anos para se esgotarem os Cr\$ 25 000,00.

55.24 x/y \square

39.51

Anos para o fundo se reduzir de Cr\$ 40 000,00 para Cr\$ 25 000,00.

Taxa de Juros

Este cálculo determina a taxa periódica de juros de uma anuidade ordinária, sendo dados o número de período, o pagamento e o principal inicial.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione n.
 - Introduza o pagamento, pressione PMT.
 - Introduza o valor presente, pressione PV.

3. Pressione **i** para obter a taxa periódica de juros.

A taxa a periódica de juros é multiplicada pelo número de períodos em um ano, para se obter a taxa nominal de juros.

Exemplo 1: Qual a taxa anual nominal de uma hipoteca de Cr\$ 32 500,00 por 25 anos, com pagamentos mensais de Cr\$ 230,00?

Pressione

BEGIN END

RESET

25 n

230 PMT 32500 PV i

12 x

Leia no Visor

300.00

Meses.

0.58

% de Taxa mensal de juros.

7.01

% de Taxa nominal de juros.

Exemplo 2: Qual será a taxa de rendimento de uma obrigação comprada por Cr\$ 32 000,00 que irá pagar Cr\$ 318,89 mensalmente pelos próximos 300 meses?

Pressione

BEGIN END

RESET

300 n 318.89 PMT

32000 PV i

12 x

Leia no Visor

0.94

% de Taxa mensal de rendimento.

11.23

% de Taxa anual de rendimento.

Ao se conceder um empréstimo, é comum cobrar-se uma comissão, cujo efeito é aumentar a taxa real de juros. No exemplo a seguir, a taxa real é calculada, sendo conhecida a taxa de comissão.

Exemplo 3: Tendo sido cobrada uma comissão de 2% sobre um empréstimo de Cr\$ 50 000,00, a 9% anuais, com pagamentos mensais durante 30 anos, qual a taxa real de juros?

Calcule, primeiro, o pagamento mensal, baseado em Cr\$ 50 000,00.

Pressione

BEGIN END

RESET

30 n

9 i

50000 PV PMT

RESET

RCL n n

RCL PMT PMT

RCL PV 2 % PV

i

12 x

Leia no Visor

360.00

Meses.

0.75

% de Taxa mensal de juros.

402.31

Pagamento mensal.

402.31

Prepara-se a calculadora para o cálculo da taxa.

360.00

Recupera-se o n° de períodos e usa-se-o novamente.

402.31

Recupera-se o pagamento mensal e usa-se-o novamente.

49000.00

Quanta paga efetivamente.

0.77

% de Taxa mensal de juros.

9.23

% de Taxa anual de juros.

Esclarecimento: Os pagamentos de um empréstimo são calculados com base na quantia emprestada nominalmente, sem se levar em conta a taxa de comissão. Mas, se realmente existir uma taxa de comissão, a pessoa que recebe o empréstimo irá para casa com menos dinheiro do que se estivesse contraindo um empréstimo nominal. Se por exemplo, você pedir Cr\$ 10 000,00 emprestados e lhe forem imediatamente cobrados Cr\$ 500,00 de comissão, você estará recebendo, na realidade, apenas Cr\$ 9 500,00. Entretanto, os seus pagamentos serão baseados em Cr\$ 10 000,00. Você estará, portanto, pagando o mesmo por menos dinheiro, o que implica numa maior taxa de juros.

Pagamento Periódico

Esta rotina calcula o pagamento de uma anuidade ordinária,

sendo conhecidos o número de períodos, o principal inicial e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa de juros, pressione **i**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
3. Pressione **PMT** para obter a quantia do pagamento.

Exemplo 1: Determine o pagamento mensal de uma hipoteca de Cr\$ 27 000,00, cujo prazo é de 20 anos e a taxa anual de 8,5%.

Pressione

Leia no Visor

BEGIN **RESET** END

20 **n** 8.5 **i**

27000 **PV** **PMT** 234.31 Pagamento mensal.

Exemplo 2: Uma firma está analisando um investimento de Cr\$ 700 000,00. Sendo a taxa mínima de retorno igual a 16% e supondo-se um fluxo de caixa uniforme, ao longo de 20 anos, qual será o menor retorno anual aceitável?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN **RESET** END

20 **n** 16 **i**

700000 **PV** **PMT** 118066.92 Retorno anual.

Exemplo 3: Uma caderneta de poupança oferece uma taxa anual de juros de 6,25% para o depositante. Se um depositante aplicar Cr\$ 20 000,00, quanto ele poderá retirar anualmente durante 15 anos?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN **RESET** END

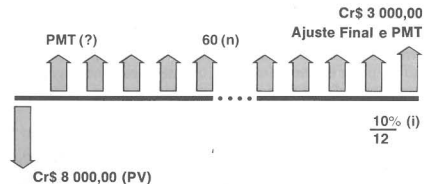
15 **n** 6.25 **i**

20000 **PV** **PMT** 2093.02 Retirada anual.

Pagamento Periódico — Anuidade Ordinária com Ajuste Final

Este problema pode ser reduzido ao caso já visto de pagamento uniforme de um empréstimo, bastando, para isto, subtrair-se o valor presente do ajuste final da quantia do empréstimo.

Exemplo: Um empréstimo de Cr\$ 8 000,00, a 10% de juros, deve ser pago em prestações mensais durante 60 meses e com um ajuste final de Cr\$ 3 000,00 no 60º mês. Qual o valor da prestação mensal?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN **RESET** END

60 **n** 10 **i**

3000 **FV** **PV**

1823.37 Valor presente do ajuste.

RCL **n** **n**

60.00 Meses.

RCL **i** **i**

0.83 % de Taxa mensal de juros.

RCL **PV** **PV**

6776.63 Valor presente líquido do empréstimo, menos ajuste.

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

RCL **PV** **PV**

PMT

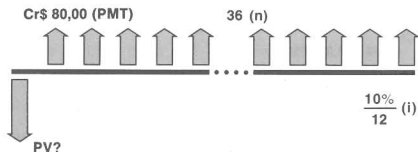
131.24 Prestação mensal.

Valor Presente — Anuidade Ordinária

Este cálculo determina a quantia principal de uma anuidade ordinária, quando são conhecidos a taxa de juros, o pagamento e o número de pagamentos.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento periódico, pressione **PMT**.
3. Pressione **PV** para obter o valor presente.

Exemplo 1: Tendo decidido comprar uma geladeira, Alfredo pensa em pedir um empréstimo a 10% de juros, com pagamentos mensais de Cr\$ 80,00, por 3 anos. Qual o custo da geladeira que pode ser adquirida com este empréstimo?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN **END**

RESET

36 **n** 10 **i**

0.83

Taxa mensal
de juros (%)

80 **PMT** **PV**

2479.30

Exemplo 2: Um investidor pensa em comprar uma obrigação que lhe renderá 13,5% ao ano. Qual o preço máximo que deverá pagar, se a obrigação prevê 48 pagamentos trimestrais de Cr\$ 275,00 e um ajuste final de Cr\$ 10 000,00, ao fim do 12º ano?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN **END**

RESET

48 **n** 13.5 **ENTER**

3.38

Taxa trimestral
de juros (%).

4 **±** **i**

2032.61

Valor presente
do ajuste.

10000 **FV** **PV** **STO** 1

RESET

3.38

Recuperam-se n e i .

RCL **n** **n** **RCL** **i** **i**

275 **PMT** **PV**

6491.94

Valor presente
dos pagamentos.

RCL 1 **+**

8524.56

Preço da obrigação.

O preço total inclui o valor presente do ajuste final e valor presente dos pagamentos trimestrais.

Juros Acumulados

Esta rotina determina os juros acumulados em um empréstimo entre dois instantes dados, quando são conhecidos a quantia total, o pagamento e a taxa de juros. O valor exato de n (ou seja, o número de períodos) é calculado e armazenado enquanto os juros acumulados são calculados. (A HP-22 presume sempre que o modo de anuidade ordinária seja o adotado, não sendo necessário preocupar-se com a posição de chave de anuidade.)

- 1 Pressione **RESET**.

2. Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
 - Introduza o número de ordem do primeiro pagamento, pressione **STO** 8.
 - Introduza o número de ordem do último pagamento, pressione **STO** 9.

3. Pressione **ACC** para obter os juros acumulados entre os dois pagamentos dados.

4. **RCL** **n** apresenta no visor a ordem do pagamento final.

Exemplo: A fim de calcular o seu imposto de renda, um proprietário deseja saber os juros acumulados pagos a uma hipoteca de Cr\$ 45.000,00 entre os pagamentos 22 e 33 inclusive (inclui os pagamentos 22 e 33). A taxa de juros é de 8,75% e o pagamento mensal de Cr\$ 354,00.

Pressione **Leia no Visor**

RESET
 8.75 **i**
 354 **PMT**
 45000 **PV**
 22 **STO** 8 **22.00**
 33 **STO** 9 **33.00**
AC
3871.46
RCL **n** **360.07**

Juros acumulados entre os pagamentos 22 e 33.

Término do pagamento (Nº de meses para se amortizar a hipoteca com pagamentos de Cr\$ 345,00).

Esclarecimento: Em geral, o número calculado para n não é um inteiro. Isto significa que o último pagamento é um tanto maior ou menor que o pagamento normal. Por exemplo, no caso de uma hipoteca de 30 anos, o valor de n poderá ser 359,58, o que significa uma prestação menor ao final do 360º mês.

Saldo Residual (Balanço)

Este cálculo determina o saldo residual de uma hipoteca, sendo conhecidos o valor da hipoteca, a prestação e a taxa de juros. O valor de número n de períodos é calculado e armazenado enquanto se calcula o saldo residual.

1. Pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa de juros, pressione **i**.
 - Introduza a quantia do pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
 - Introduza o número de ordem do pagamento associado ao saldo residual em questão e pressione **STO** 9.
3. Pressione **BAL** para obter o balanço (saldo) residual.

Exemplo: Com relação ao exemplo anterior, qual o saldo residual após o 33º pagamento? A HP-22 ainda contém a informação necessária: **BAL** pode seguir **RCL** imediatamente. De outra forma, resolva como se segue:

Pressione **Leia no Visor**

RESET
 8.75 **i**
 354 **PMT** 45000 **PV**
 33 **STO** 9 **33.00**
BAL **44038.57**

Balanço residual após o 33º pagamento.

A rotina acima pode ser utilizada para se determinar o último pagamento que, em geral, difere do pagamento normal, em virtude do arredondamento dos juros acumulados, ao longo da duração do empréstimo.

Exemplo: Tendo-se executado o exemplo anterior, a sequência de teclas **RCL** **n** dá 360,07 pagamentos. Isto significa que seriam necessários 360,07 pagamentos para se liquidar o empréstimo. Na prática, o 360º pagamento é aumentado, para levar-se em conta a parte decimal 0,07. Determine o valor do 360º pagamento.

Pressione **Leia no Visor**

360 **STO** 9 **360.00** Número do último pagamento.
BAL **26.38** Saldo residual correspondente a 0,07.
RCL **PMT** **+** **380.38** Quantia do último pagamento.

Tabela de Amortização

Esta rotina produz uma tabela de amortização de um empréstimo desde o primeiro pagamento até um dado pagamento, sendo conhecidos o valor do empréstimo, a taxa de juros e a prestação. (Esta rotina independe da posição de chave de anuidade.)

1. Pressione **RESET**

- Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa de juros, pressione **I**.
 - Introduza a quantia do pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o principal, pressione **PV**.
- Introduza o número do período desejado, pressione **STO** 8 **STO** 9.
- Pressione **RCL** **PMT** **ENTER** **ACC** para obter a porção do pagamento correspondente aos juros.
- Pressione **□** para obter a porção do pagamento correspondente à amortização do principal.
- Pressione **BAL** para obter o balanço (saldo) residual.
- Repita as etapas de 3 a 6 para todos os períodos desejados.

Exemplo: Se uma geladeira for comprada por Cr\$ 2 479,30, a 10% de juros e com prestações mensais de Cr\$ 80,00, qual será a tabela de amortização correspondente aos três primeiros meses?

Pressione **Leia no Visor**

RESET

10 **I** 80 **PMT**

2479.30 **PV**

1 **STO** 8 **STO** 9

RCL **PMT** **ENTER**

ACC

20.66

Porção relativa aos juros no 1º pagamento.

□

59.34

Porção relativa ao principal no 1º pagamento.

BAL

2419.96

Saldo residual após o 1º pagamento.

2 **STO** 8 **STO** 9

RCL **PMT** **ENTER**

ACC

20.17

Porção relativa aos juros no 2º pagamento.

□

59.83

Porção relativa ao principal no 2º pagamento.

BAL

2360.13

Saldo residual após o 2º pagamento.

3 **STO** 8 **STO** 9

RCL **PMT** **ENTER**

ACC

19.67

Porção relativa aos juros no 3º pagamento.

□

60.33

Porção relativa ao principal no 3º pagamento.

BAL

2299.79

Saldo residual após o 3º pagamento.

Os valores em balanço bancário poderão, ocasionalmente, diferir em alguns centavos, devido ao arredondamento. Por exemplo, os juros acumulados sobre um saldo de Cr\$ 12 345,00, em um mês, com uma taxa anual de juros de 8,5%, são de Cr\$ $12\,345,00 \times 8,5\% / 12 = \text{Cr\$ } 87,44375$. O banco arredonda este valor para Cr\$ 84,44, enquanto a HP-22 determina o resultado com uma precisão de até dez algarismos.

Fundo de Poupança — Anuidade Ordinária

Número de Períodos para um Fundo de Poupança

Este cálculo determina o número de períodos para se acumular uma soma especificada, sendo conhecidos o valor do pagamento e a taxa de juros.

- Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione

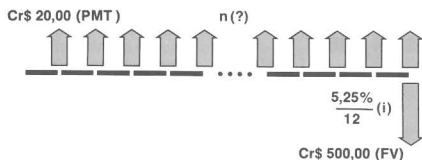
RESET.

- Em qualquer ordem:

- Introduza a taxa periódica de juros, pressione **I**.
- Introduza o pagamento, pressione **PMT**.
- Introduza o valor futuro, pressione **FV**.

- Pressione **n** para obter o número de períodos.

Exemplo: Ricardo pretende viajar para Ouro Preto com Cr\$ 500,00 obtidos através de depósitos mensais de Cr\$ 20,00 que ele realizou, a uma taxa de 5,5% de juros, com composição mensal. Quando Ricardo estará pronto para a viagem?



Pressione

BEGIN END

RESET

5.5 I

Leia no Visor

0.46 Taxa mensal de juros (%).

20 PMT 500 FV n

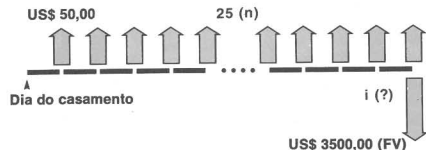
23.72 Meses.

Taxa de Juros para Fundo de Poupança

Esta rotina determina a taxa periódica de juros de um fundo de poupança sendo conhecidos o valor futuro, o número de períodos e a quantia do pagamento.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione n.
 - Introduza o pagamento, pressione PMT.
 - Introduza o valor futuro, pressione FV.
3. Pressione I para obter a taxa periódica de juros.

Exemplo: No dia do seu casamento, você prometeu à sua esposa presentear-lá com 50 dólares em cada aniversário de casamento. A promessa foi esquecida por você, mas não por ela. Nas bodas de prata, ela exige um casaco de pele de 3.500 dólares, por conta das anuidades esquecidas. Qual a taxa de juros que relaciona os 25 pagamentos esquecidos ao total de US\$ 3 500,00? Você deve ou não lhe dar o casaco?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

RESET

25 n 50 PMT 3500 FV I 7.70 Taxa anual de juros (%).

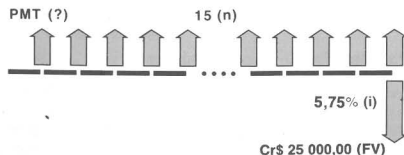
Se você deve ou não dar o casaco à sua esposa é um dos poucos problemas que a HP-22 não pode resolver para você.

Pagamento a um Fundo de Poupança

Esta cálculo determina o pagamento (depósito) a um fundo de poupança, sendo conhecidos o valor futuro, o número de períodos e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione n.
 - Introduza o valor futuro, pressione FV.
 - Introduza o valor futuro, pressione FV.
3. Pressione PMT para obter a quantia do pagamento.

Exemplo: Calcule o depósito anual em um fundo de poupança para que se possa acumular Cr\$ 25 000,00 em 15 anos, a 5,75 % de juros.



Pressione

Leia no Visor

BEGIN  END RESET15 **n** 5.75 **i** 25000 **FV** **PMT**

1094.69

Valor Futuro de um Fundo de Poupança

Este cálculo determina a quantia acumulada em um fundo de poupança ao final de um número especificado de períodos, sendo conhecidos o valor do depósito periódico e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição END e pressione

 RESET

2. Em qualquer ordem:

- Introduza o número de períodos, pressione **n**.
- Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
- Introduza o pagamento, pressione **PMT**.

3. Pressione **FV** para obter o valor futuro.

Exemplo: Se você tivesse secretamente depositado 50 dólares em em cada aniversário de casamento, durante 25 anos, em uma conta que lhe pagasse 8% de juros, quanto você teria antes e depois de presentear a sua esposa com o casaco de US\$ 3500,00?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN  END RESET25 **n** 8 **i** 50 **PMT** **FV**

3655.30

... antes de comprar o casaco.

3500 

155.30

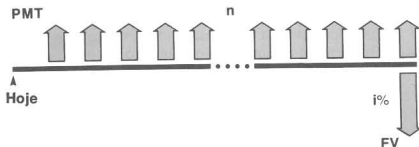
... o que sobra, se você comprar o casaco

CLX


0.00

... o que sobra, se ela comprar o casaco.

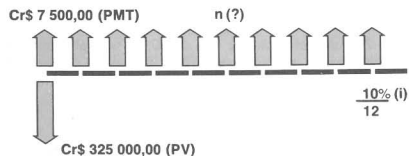
Esclarecimento: O aspecto fundamental deste conjunto de cálculos é fato do pagamento se iniciar ao final do primeiro período. Isto corresponde a uma anuidade ordinária e difere do caso de abertura de uma caderneta de poupança, em que o primeiro depósito é feito no início do primeiro período. O fluxo de caixa para a situação aqui tratada é o seguinte:

**Anuidade Antecipada****Número de Períodos — Anuidade Antecipada**

Este cálculo determina o número de períodos de pagamento, sendo conhecidos a quantia inicial, o pagamento pago ao início de cada período e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione  RESET.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
3. Pressione **n** para obter o número de períodos.

Exemplo: Uma casa comprada por Cr\$ 325 000,00 pode render, desde já, um aluguel mensal de Cr\$ 7 500,00. Após quanto tempo o investimento terá rendido 10% ao ano?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN  END RESET10 **i**

0.83

Taxa mensal de juros (%)

7500 **PMT** 325000 **PV** **n**

53.43

Meses.

Taxa de Juros — Anuidade Antecipada

Esta rotina calcula a taxa de juros, sendo conhecidos a quantia inicial, o número de períodos e o pagamento ao início de cada período.

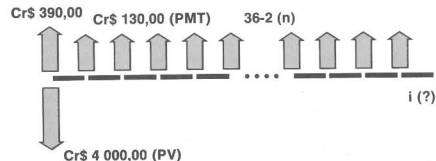
1. Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza o pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
3. Pressione **i** para obter a taxa periódica de juros.

A taxa periódica de juros é multiplicada pelo número de períodos em um ano para se obter a taxa anual.

Exemplo 1: Um equipamento de Cr\$ 12 000,00 é arrendado por 8 anos, com pagamentos mensais antecipados de Cr\$ 200,00. Desprezando-se o valor residual após os 8 anos, qual será a taxa de retorno para este investimento?

Pressione	Leia no Visor
BEGIN RESET	
8 n	96.00 Meses.
200 PMT 12000 PV i	1.09 Taxa mensal de retorno (%)
12 x	13.07 Taxa anual de retorno (%)

Exemplo 2: Uma televisão de Cr\$ 4 000,00 será alugada por Cr\$ 130,00 mensais, por 36 meses. É condição do aluguel um pagamento antecipado correspondente à 1ª, 35ª e 36ª prestações. Qual a taxa anual de retorno?

**Pressione****Leia no Visor**

BEGIN RESET END	
34 n	34.00 Pagamentos.
130 PMT	130.00
4000 RCL PMT 2 x	260.00 35º e 36º pagamentos.
PV	3740.00 Subtração da quantia inicial.
i	1.05 Taxa mensal de retorno (%)
12 x	12.60 Taxa anual de retorno (%)

O pagamento antecipado das 35ª e 36ª prestações reduz, efetivamente, o valor inicial de Cr\$ 260,00 e reduz o número de pagamentos para 34.

Pagamento Periódico — Anuidade Antecipada

Este cálculo determina o pagamento realizado ao início de cada período, sendo conhecidos a quantia inicial, o número de períodos e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa de juros, pressione **i**.
 - Introduza o valor presente, pressione **PV**.
3. Pressione **PMT** para obter a quantia do pagamento.

Exemplo 1: O proprietário de uma casa avaliada em Cr\$ 70 000,00 pretende alugá-la por 2 anos, ao fim dos quais o valor residual deve ser nulo. Quanto deverá ser o aluguel trimestral, pago por antecipação, para se obter uma taxa anual de retorno igual a 10%?

Pressione**Leia no Visor**

BEGIN RESET END	
20 ENTER 4 x n	80.00 Número de pagamentos trimestrais.

10 **ENTER** 4 **÷** **i** **2.50** Taxa trimestral de juros (%).

70000 **PV** **PMT** **1982.27** Pagamento trimestral.

Exemplo 2: Se a mesma casa do exemplo anterior for avaliada em Cr\$ 15 000,00, ao final do 80º trimestre, qual deverá ser o pagamento trimestral para que haja 10% de rendimento?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN **END**

RESET

80 **n** 10 **ENTER** 4 **÷** **i** **2.50** Taxa trimestral de juros (%).

15000 **FV** **PV** **2080.57** Valor presente do valor residual.

RESET

RCL **n** **n** **80.00** Número de trimestres.

RCL **i** **i** **2.50** Taxa trimestral de juros (%).

70000 **RCL** **PV** **=** **PV** **67919.43** Quantia inicial, menos o valor presente do valor residual.

PMT **1923.35** Pagamento trimestral.

O valor presente do valor residual é subtraído do valor presente da casa, transformando-se o problema em "Qual o aluguel trimestral de uma casa de Cr\$ 67 919,43, durante 20 anos, com um rendimento de 10%?".

Valor Presente — Anuidade Antecipada

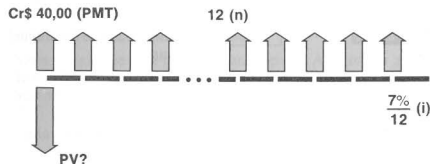
Este cálculo determina o valor presente de uma série de pagamentos realizados ao início de cada período, sendo conhecidos o número de pagamentos, a taxa de juros e a quantia do pagamento.

- Coloque a chave de anuidade na posição **BEGIN** e pressione **RESET**.

- Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento, pressione **PMT**.

- Pressione **PV** para obter o valor presente.

Exemplo 1: O proprietário de um edifício-garagem aluga vagas mediante um pagamento mensal antecipado de Cr\$ 40,00, obtendo um rendimento anual de 7% sobre o seu investimento inicial. Vários fregueses regulares pedem para efetuarem um pagamento anual, em vez de mensal. Qual deverá ser o seu aluguel anual, se o rendimento for mantido a 7%?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN **END**

RESET

12 **n** **12.00** Pagamentos mensais.

7 **i** **0.58** Taxa mensal de juros (%).

40 **PMT** **PV** **464.98** Pagamento anual equivalente.

Exemplo 2: Um edifício cujos apartamentos rendem, anualmente, Cr\$ 17 550,00 de aluguel (pagamento antecipado), tem uma vida útil de 14 anos, sendo seu valor residual após esses anos de Cr\$ 537 550,00. A que preço o edifício deverá ser vendido agora, considerando-se uma taxa de rendimento de 16%?

Cr\$ 17 550,00 (PMT) 14 (n) Cr\$ 537 550,00 (FV)

16% (i)

PV?

Pressione

BEGIN END

RESET

14 **n** 16 **i**

17550 **PMT** **PV**

STO 1

RESET

14 **n** 16 **i**

537550 **FV** **PV**

RCL 1 **+**

111307.96 Valor presente do aluguel anual.

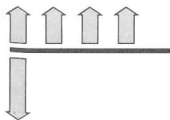
67298.75 Valor presente do valor residual.

178606.71 Preço de venda.

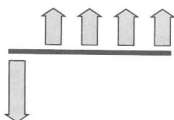
O cálculo acima determina o valor presente dos pagamentos do aluguel e do valor residual. A soma representa o preço relativo à taxa especificada.

Esclarecimento: Agora, você já deve estar bem familiarizado com os diagramas de fluxo de caixa. Para cálculos de aluguel ou arrendamento, o pagamento ocorre ao início do período. Compare os seguintes diagramas de anuidade antecipada e ordinária:

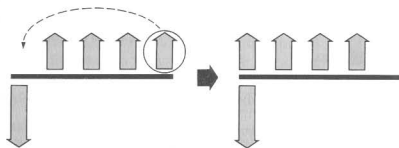
Anuidade Antecipada



Anuidade Ordinária



Pode ser que um aluguel seja especificado como sendo uma "anuidade ordinária com o último pagamento realizado no início." O que isto significa? Observe o diagrama:



Nada mais é que uma anuidade antecipada! A chave de anuidade da sua HP-22 se encarrega de posicionar os pagamentos no início ou no fim de cada período.

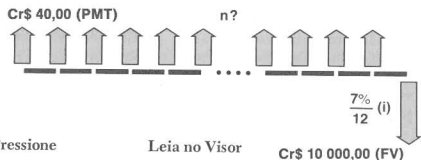
Poupança e Seguro — Anuidade Antecipada

Número de Períodos — Anuidade Antecipada

Este cálculo determina o número de períodos, sendo conhecidos a quantia a ser acumulada, a taxa de juros e o pagamento periódico antecipado.

- Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione RESET.
- Em qualquer ordem:
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento pressione **PMT**.
 - Introduza o valor futuro, pressione **FV**.
- Pressione **n** para obter o número de períodos.

Exemplo: Se você depositar Cr\$ 40,00 por mês em uma caderneta de poupança que paga 7% de juros compostos mensalmente, quanto tempo levará para acumular Cr\$ 10 000,00?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

RESET

7 **i** Taxa mensal de juros (%).40 **PMT** 10000 **FV** **n** Meses.12 \div Anos.**Taxa de Juros — Anuidade Antecipada**

Esta rotina determina a taxa de juros necessária para acumular uma dada quantia final, sendo conhecidos o número de períodos e a quantia do pagamento (antecipado).

1. Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a quantia do pagamento, pressione **PMT**.
 - Introduza o valor futuro, pressione **FV**.
3. Pressione **i** para obter a taxa periódica de juros.

Exemplo: A que taxa, com composição mensal, você deverá depositar Cr\$ 30,00 mensalmente, de modo a obter Cr\$ 10 000,00 ao fim de 15 anos?

Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

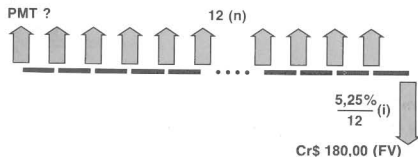
RESET

15 **n** Meses.30 **PMT** 10000 **FV** **i** Taxa mensal de juros (%).12 \times Taxa anual de juros (%).**Pagamento Periódico — Anuidade Antecipada**

Este cálculo determina o pagamento periódico necessário para se acumular uma dada quantia final, sendo conhecidos o número de períodos e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione **RESET**.
2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o valor futuro, pressione **FV**.
3. Pressione **PMT** para obter a quantia do pagamento.

Exemplo: Qual deverá ser o depósito mensal que resultará em Cr\$ 180,00 ao fim de um ano, a uma taxa de 5,25% de juros, com composição mensal?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN END

RESET

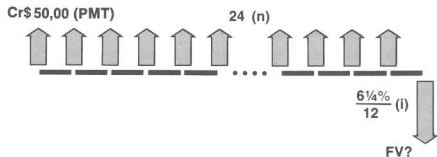
12 **n** 5.25 **i** Taxa mensal de juros (%).180 **FV** **PMT** Depósito mensal.**Valor Futuro — Anuidade Antecipada**

Este cálculo determina o valor futuro de uma série de pagamentos antecipados, sendo conhecidos o número de períodos e a taxa de juros.

1. Coloque a chave de anuidade na posição BEGIN e pressione **RESET**.

2. Em qualquer ordem:
 - Introduza o número de períodos, pressione **n**.
 - Introduza a taxa periódica de juros, pressione **i**.
 - Introduza o pagamento, pressione **PMT**.
3. Pressione **FV** para determinar o valor futuro.

Exemplo: Se, a partir de hoje, você depositar Cr\$ 30,00 a cada mês em uma caderneta de poupança que lhe paga 6,25% de juros compostos mensalmente, quanto você terá daqui a 2 anos?



Pressione

Leia no Visor

BEGIN **|||||** END

RESET

24 **n** 6.25 **i**

0.52

50 **PMT** **FV**

1281.34

Depreciação

Máquinas, prédios, caminhões, computadores e outros equipamentos têm seu valor diminuído à medida que o tempo passa. A fim de permitir-se a substituição futura de um equipamento obsoleto ou gasto, costuma-se colocar de lado, a cada ano, uma quantia correspondente à diminuição no valor do equipamento durante o ano em questão.

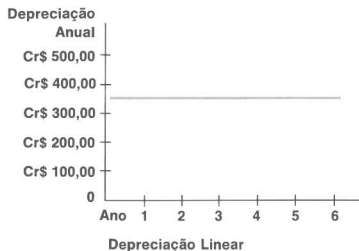
Há três métodos para o cálculo da depreciação: depreciação linear, soma dos dígitos e percentagem constante. Seja uma máquina de fazer pipocas que custa Cr\$ 2 500,00 quando nova e que tem um valor residual de Cr\$ 400,00 após 6 anos. Aplique-

mos, agora, cada um dos três métodos para reduzir o valor da máquina de Cr\$ 2 100,00, durante os 6 anos de vida útil.

Depreciação Linear

O método da depreciação linear (DL) consiste em dividir-se a quantia depreciável pelo número de anos e, então, subtrair o quociente, a cada ano, do valor do equipamento. No caso da pipoqueira, a depreciação por ano é de Cr\$ 2 100,00 divididos por 6 anos, ou seja, Cr\$ 350,00 por ano.

O gráfico da depreciação anual versus tempo é linear:



A grande vantagem da depreciação linear é a sua simplicidade. A depreciação anual é constante ao longo da vida útil.

Para calcular a tabela de depreciação linear com a sua HP-22:

1. Determine e introduza a quantia depreciável (custo menos valor residual), pressione **ENTER** **ENTER**.
2. Introduza o número de anos de vida útil, pressione **÷** para obter a depreciação anual.
3. Pressione **STO** 1 **□** para obter o saldo depreciável após o primeiro ano.
4. Continue pressionando **RCL** 1 **□** para obter o saldo depreciável ao final de cada ano subsequente. Se se desejar obter o valor contábil do equipamento, adicione o valor residual ao saldo depreciável.

Exemplo: Uma casa avaliada em Cr\$ 41 500,00 é depreciada ao longo de 25 anos pelo método DL. Quais são a depreciação anual e o saldo depreciável relativo aos anos 1 e 2, se o valor residual for nulo?

Pressione

Leia no Visor

41500 **ENTER** **ENTER**

41500.00

Quantia depreciável.

25 **÷**

1660.00

Depreciação anual.

STO 1 **□**

39840.00

Saldo depreciável relativo ao ano 1.

RCL 1 **□**

38180.00

Saldo depreciável relativo ao ano 2.

Na prática alguns equipamentos se depreciam mais durante os períodos iniciais de uso. Por exemplo, o valor do seu carro diminui mais nos dois primeiros anos. Mesmo que o seu equipamento não se desgaste tanto nos anos iniciais, muitas vezes é financeiramente interessante considerar-se uma depreciação inicial maior. Tem-se, assim, uma depreciação acelerada, que pode ser determinada por um dos dois métodos a seguir.

Método da Soma dos Dígitos

O Método da Soma dos Dígitos (SD) baseia-se na divisão da quantia depreciável em parcelas proporcionais ao tempo restante de vida útil. O nome do método é bastante impróprio e provém

do cálculo auxiliar em que se soma o tempo restante para cada ano da vida útil. No caso do exemplo da pipoqueira:

Cálculo auxiliar: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (soma dos dígitos)

No primeiro ano, consomem-se 6/21 da quantia depreciável, no segundo ano, 5/21, etc. No primeiro ano, a depreciação é, portanto, de:

$$\frac{6}{21} \times \text{Cr\$ } 2\,100,00 = \text{Cr\$ } 600,00$$

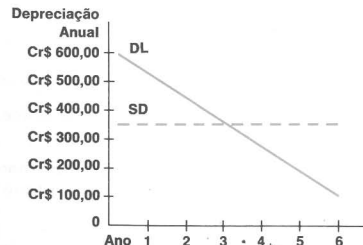
No segundo ano, a depreciação é de:

$$\frac{5}{21} \times \text{Cr\$ } 2\,100,00 = \text{Cr\$ } 500,00$$

No terceiro ano:

$$\frac{4}{21} \times \text{Cr\$ } 2\,100,00 = \text{Cr\$ } 400,00$$

Se você representar a depreciação anual em um gráfico, você verá claramente a diferença entre a depreciação linear e a depreciação pela soma dos dígitos:



Depreciação pela Soma dos Dígitos

A rotina a seguir determina a depreciação e o saldo depreciável pelo método SD para cada ano da vida útil de um bem, sendo

conhecidas a quantia depreciável (custo, menos valor residual) e a vida útil.

1. Introduza a quantia depreciável, pressione **ENTER**.
2. Introduza o tempo de vida, pressione **ENTER**.
3. Pressione **ENTER** 1 **+** **CHS** **STO** 1 **×** 2 **÷** **STO** 2 **CLX**.
4. Pressione 1 **RCL** 1 **+** **STO** 1 **RCL** 2 **×** para obter a depreciação anual.
5. Pressione **=** para obter o saldo depreciável ao fim do ano.
6. Repita as etapas 4 e 5 para os anos subsequentes.

Exemplo: Certas casas, avaliadas em Cr\$ 88 000,00, são depreciadas ao longo de 25 anos pelo método SD. Qual a depreciação anual e o saldo depreciável relativos aos 2 primeiros anos?

Pressione

Leia no Visor

88000 **ENTER**

88000.00

Valor depreciável.

25 **ENTER**

25.00

Vida útil.

ENTER 1 **+** **CHS**

STO 1 **×**

2 **÷** **÷**

STO 2 **CLX**

0.00

1 **RCL** 1 **+** **STO** 1

RCL 2 **×**

6769.23

Depreciação relativa ao ano 1.

=

81230.77

Saldo depreciável relativo ao ano 1.

1 **RCL** 1 **+** **STO** 1

RCL 2 **×**

6498.46

Depreciação relativa ao ano 2.

=

74732.31

Saldo depreciável relativo ao ano 2.

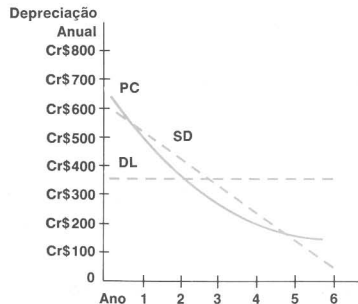
Método da Percentagem Constante

O método da percentagem constante (PC) consiste na aplicação de uma percentagem fixa ao valor contábil na determinação da depreciação anual. O valor residual não é subtraído de início, mas o bem não pode ser depreciado abaixo do seu valor residual.

Alguns fatores para o cálculo de depreciação são autorizados para fins de declaração de renda. Um fator igual a 1,25 significa uma percentagem de 125%. Divida esta percentagem pela vida útil do bem, para determinar a percentagem de depreciação anual. Se um fator de 1,50 (150%) for utilizado para a máquina de fazer pipocas, ela será depreciada em 150/6, ou seja, 25%, a cada ano.

		Depreciação	Saldo (Valor contábil)
1º ano	25% de Cr\$ 2 500,00 =	Cr\$ 625,00	Cr\$ 1 875,00
2º ano	25% de Cr\$ 1 875,00 =	Cr\$ 468,75	Cr\$ 1 406,25
3º ano	25% de Cr\$ 1 406,25 =	Cr\$ 351,56	Cr\$ 1 054,69
4º ano	25% de Cr\$ 1 054,69 =	Cr\$ 263,67	Cr\$ 791,02
5º ano	25% de Cr\$ 791,02 =	Cr\$ 197,75	Cr\$ 593,26
6º ano	Cr\$ 593,26 — Cr\$ 400,00 (valor residual) =	Cr\$ 193,26	Cr\$ 400,00

O método da percentagem constante pode ser comparado com os métodos anteriores, no gráfico abaixo:



Depreciação com Percentagem Constante

A rotina a seguir determina a depreciação e o valor contábil para cada ano da vida útil do bem, sendo conhecidos o fator de de-

preciação, o custo, o valor residual e a vida útil do bem:

1. Introduza o fator de depreciação (1,25, por exemplo), pressione **ENTER** 100 **x**.
2. Introduza a vida útil, pressione **÷** **STO** 1.
3. Introduza o custo (sem subtrair o valor residual).
4. Pressione **RCL** 1 **%** para obter a depreciação no primeiro ano.
5. Pressione **□** para obter o valor contábil após o primeiro ano.
6. Repita as etapas 4 e 5 para cada ano subsequente, até que o valor contábil seja igual ou menor que o valor residual. No período em que o valor contábil for menor que o valor residual, o valor contábil anterior deverá ser subtraído do valor residual para se obter a última depreciação.

Exemplo: O valor depreciável de um apartamento é de Cr\$ 86 000,00. O proprietário deseja utilizar um fator igual a 1,25 para calcular a depreciação ao longo de 20 anos. Qual a depreciação anual e o valor contábil nos dois primeiros anos?

Pressione Leia no Visor

1.25 **ENTER**

100 **x**

20 **÷** **STO** 1

86000

RCL 1 **%**

□

RCL 1 **%**

□

125.00

6.25

86000

5375.00

80625.00

5039.06

75585.94

Valor depreciável.

Depreciação relativa ao 1º ano.

Valor contábil relativo ao 1º ano.

Depreciação relativa ao 2º ano.

Valor contábil relativo ao 2º ano.

Análise de Fluxo de Caixa Descontado

A análise de fluxo de caixa com desconto é um método de se avaliarem alternativas de investimento em que diversos investimentos são reduzidos a um certo parâmetro e, então, comparados. Os dois parâmetros de redução mais utilizados são: valor presente líquido (VPL) e taxa interna de retorno (TIR).

Valor Presente Líquido (VPL)

Sendo dada uma taxa de retorno, este método calcula o valor presente líquido de um fluxo de caixa a ser gerado por um dado investimento. Se este valor presente for maior ou igual ao investimento, o investimento é considerado lucrativo. Se o valor presente líquido for menor que o investimento, o investimento não é lucrativo para a taxa de retorno especificada.

A rotina a seguir determina o valor presente de um investimento, sendo conhecidos a taxa de retorno (taxa de juros ou custo do capital), os fluxos periódicos de caixa e os instantes de ocorrência. A mesma rotina pode ser utilizada para se determinar o valor presente de uma série de fluxos de caixa sem o investimento inicial; basta introduzir um investimento inicial igual a zero.

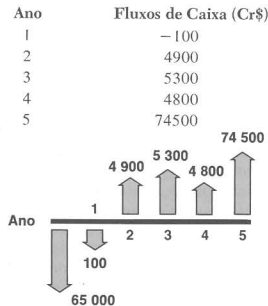
1. Pressione **RESET**.
2. Introduza a taxa de retorno e pressione **i**.
3. Introduza o investimento inicial a pressão **CHS** **Σ+**, o que fará com que 1.00. apareça no visor.
4. Calcule o valor presente do fluxo de caixa consecutivo:
 - Introduza o período do fluxo de caixa e pressione **n**. (A tecla **n** pode ser pressionada logo depois da tecla **Σ+**, se o número do período corresponder ao número apresentado no visor, depois de se pressionar a tecla **Σ+**.)
 - Introduza a quantia do fluxo de caixa pressione **FV**.
 - Pressione **PV** para obter o valor presente do fluxo de caixa.
5. Pressione **Σ+** para acumular o valor presente líquido dos fluxos de caixa e obter n para o fluxo do período seguinte.
6. Repita as etapas 4 e 5 para todos os fluxos de caixa.
7. Pressione **RCL** 9 para obter o valor presente líquido dos fluxos de caixa.

Se o número no visor após **RCL** 9 for positivo, o investimento é lucrativo. Em caso contrário, o investimento não é lucrativo, tendo-se em vista a taxa de retorno considerada **i**.

A posição da chave de anuidade não afeta os cálculos descritos acima.

Exemplo 1: Um investidor compra uma casa por Cr\$ 65 000,00, pretendendo conservá-la por 5 anos e depois vendê-la. Durante

o primeiro ano, ele sabe que deverá uma quantia considerável em reparos. Se ele almeja um rendimento de 9%, deduzidos os impostos, e sendo o fluxo de caixa (deduzidos os impostos) como se segue, terá sido lucrativo o investimento?



Pressione

RESET

9 **i**

65000 **CHS**

Σ+

n 100 **CHS**

FV **PV**

Σ+

n 4900 **FV** **PV**

Σ+

n 5300 **FV** **PV**

Σ+

n 4800 **FV** **PV**

Leia no Visor

-65000.00

1.00

-91.74

2.00

4124.23

3.00

4092.57

4.00

3400.44

Primeiro fluxo de caixa.

Valor presente do primeiro fluxo de caixa.

Segundo fluxo de caixa.
Valor presente do segundo fluxo de caixa.

Terceiro fluxo de caixa.
Valor presente do terceiro fluxo de caixa.

Quarto fluxo de caixa.
Valor presente do quarto fluxo de caixa.

Σ+

n 74500 **FV** **PV**

Σ+ **RCL** 9

5.00

48419.89

-5054.67

Quinto fluxo de caixa.

Valor presente do quinto fluxo de caixa.

Valor presente líquido.

Como o VPL final é negativo, o investimento em questão não produz o rendimento esperado.

Taxa Interna de Retorno (TIR)

A taxa de retorno em que o valor presente dos fluxos de caixa futuros se iguala ao investimento original é denominada taxa interna de retorno (TIR). O método para se determinar a TIR é por tentativas: várias taxas são tentadas, até se chegar a uma para a qual o VPL é zero ou bem próximo de zero.

1. Escolha um "bom" valor para a taxa de retorno e determine o valor presente líquido, de acordo com a rotina anterior.
2. Se o valor presente líquido for negativo, a taxa interna é menor que o valor tentado. Se o valor presente líquido for positivo, a taxa interna é maior que o valor tentado.
3. Repita as etapas 1 e 2 até que o valor presente líquido seja suficientemente próximo de zero.

Exemplo: Qual a taxa interna de retorno de um investimento imobiliário de Cr\$ 115 000,00 que apresenta os seguintes fluxos de caixa nos próximos 4 anos:

Ano	Fluxos de Caixa (Cr\$)
1	10 000
2	9 500
3	9 500
4	0
5	140 000 (0 imóvel é vendido no 5º ano)

Tente 10%:

Pressione

RESET

10 **i**

115000 **CHS**

Leia no Visor

10.00

-115000.00

Taxa de retorno (%).

Investimento inicial.

Scan Copyright ©
The Museum of HP Calculators
www.hpmuseum.org

Original content used with permission.

Thank you for supporting the Museum of HP
Calculators by purchasing this Scan!

Please to not make copies of this scan or
make it available on file sharing services.