HEWLETT hp PACKARD

Warum sich Hewlett-Packard für Computer-Logik entschieden hat

(Umgekehrte Polnische Notation UPN)

Einleitung

Hewlett-Packard UPN

Algebraische Systeme

Ein Vergleich algebraischer Systeme mit dem HP UPN-System

Zusammenfassung

Hochentwickelte Rechnerlogik HP UPN/Algebraische Systeme

Eine vergleichende Studie

Einleitung

Diese Broschüre befaßt sich eingehend mit den logischen Systemen, die heutzutage in modernen Taschenrechnern verwendet werden. Das logische System wirkt sich weitgehend auf die allgemeine Tauglichkeit eines Rechners aus und bestimmt, in welchem Maße der Anwender schnell und einfach zu genauen Ergebnissen kommt.

Erst wird das in HP-Rechnern implementierte und im folgenden mit HP UPN bezeichnete UPN-System erläutert. Dann werden verschiedene in Konkurrenzprodukten verwendete algebraische Systeme besprochen. Darauf werden HP UPN mit dem höchstentwickelten algebraischen System verglichen und die Vorteile der beiden Systeme anhand einiger durchgearbeiteter Probleme demonstriert.

Es wird kein Versuch unternommen, die Systeme hinsichtlich ihrer Wirksamkeit in der Programmierung zu bewerten. Vielmehr beschränkt sich die Diskussion auf die grundlegenden Eigenschaften des Systems wie sie bei der manuellen Bedienung anzutreffen sind. Es hat sich jedoch gezeigt, daß die Vorteile eines bestimmten Rechners (z. B. Leistungsfähigkeit, Handhabung), die bei der manuellen Verwendung zur Verfügung stehen, auch der Effektivität in der Programmierung zugute kommen.

Die Broschüre wird besonders jene interessieren, die sich im Unterricht mit der Anwendung von Taschenrechnern befassen oder Studenten dabei behilflich sind, den größtmöglichen Nutzen aus ihren Rechnern zu ziehen. Außerdem ist diese Broschüre für alle diejenigen gedacht, die sich vor der Beschaffung eines Rechners über die auf dem Markt befindlichen Modelle informieren wollen oder die ihre augenblicklichen Geräte durch ein tieferes Verständnis des logischen Systems besser ausnutzen wollen.

Hewlett-Packard UPN

Die grundlegenden Bestandteile

Die Grundelemente von HP UPN sind die folgenden:

- Eine konventionelle Zahleneingabe, die für alle Arten von Operationen konsequent eingehalten werden kann.
- Vier zu einem Stack (Rechenregister-Stapel) zusammengefaßte Spezialspeicherregister, die zum automatischen Speichern und Zurückrufen der in die Berechnung einbezogenen Daten verwendet werden.
- Einige Sondereinrichtungen zum Umordnen des Stackinhalts und ein zusätzliches Register, das dem Anwender die Möglichkeit bietet, die in seinen Berechnungen verwendeten Zahlen umzuspeichern und zurückzurufen und eventuelle Fehler zu behandeln.

Die Konvention der Dateneingabe

Der Kern des HP UPN-Systems bildet die den Regeln der «Umgekehrten Polnischen Notation» (UPN) folgenden Zahleneingabe, die von dem polnischen Mathematiker Jan Lukasiewicz im Jahre 1949 entwickelt wurde. Bei UPN folgt der Operator unmittelbar auf den oder die Operanden, wodurch alle Unklarheiten bezüglich der Reihenfolge bei der Berechnung von zusammengesetzten Ausdrucken beseitigt werden. Demnach werden bei einer folgerichtigen Berechnung weder die Hierarchie bestimmenden algebraischen Verknüpfungsregeln noch eine Klammertechnik benötigt.

Man betrachte folgenden von Hand zu berechnenden Ausdruck:

$$5+6$$

Es wird die erste und dann die zweite Zahl niedergeschrieben. Dann wird die Operation ausgeführt, um das Ergebnis zu erhalten:

5 ← ①
③ → +6 ← ②
④ → 11

Tatsächlich wurde untenstehende Folge, von links nach rechts lesend eingehalten:

5 6+

Dies ist im wesentlichen die Konvention von UPN. Das Argument (in diesem Fall zwei Argumente) geht dem Operator voraus. Dies wird mit «Postfixform» bezeichnet.

In einem Rechner mit HP UPN entspricht die Tastenfolge unmittelbar diesem Vorgang:

- Eingabe des ersten Arguments — 5
- Drücken der [ENTER↑]-Taste, um das erste und zweite Argument auseinander zu halten — [ENTER↑]
- Eingabe des zweiten Arguments — 6
- Drücken der [+]-Taste — [+]

Das Ergebnis, 11, erscheint in der Anzeige sobald die [+]-Taste gedrückt wird. Der einzige neue Bestandteil dieser Tastenfolge ist das zur Trennung der beiden Argumente verwendete ENTER. Die ENTER-Taste wird nur dann verwendet, wenn es gilt, zwei für eine Operation benötigte Zahlen bei der Eingabe voneinander zu trennen. Dies ist die einzige Funktion der ENTER-Taste.

Auch bei längeren Berechnungen wird die UPN-Konvention unverändert eingehalten:

16 + 30 − 11 + 17 − 14

Tastenfolge	Anzeigen	Bemerkungen
16 [ENTER↑]	16,00	
30 [+]	46,00	(16 + 30)
11 [−]	35,00	(16 + 30 − 11)
17 [+]	52,00	(16 + 30 − 11 + 17)
14 [−]	38,00	(16 + 30 − 11 + 17 − 14)

ENTER wird nur gedrückt, wenn zwei Zahlen hintereinander in den Rechner eingegeben werden. Es wurde also nur verwendet um 16 von 30 zu trennen. Danach wird einfach jede Zahl, gefolgt von ihrem Operator, eingetastet, wobei das jeweilige Zwischenresultat unmittelbar in der Anzeige erscheint. Dank dieser Zwischenergebnisse kann der Anwender den Berechnungsablauf verfolgen, da auf jede gedrückte Taste eine «Rückmeldung» erfolgt.

Typisch für die UPN-Konvention ist auch die durchweg gleichbleibende Reihenfolge der Eingabe bei allen Arten von Berechnungen. Die Operation folgt **immer** nach dem Argument (oder den Argumenten) mit dem gearbeitet werden soll. Es wurde schon gezeigt, wie UPN bei einfachen Operationen mit zwei Zahlen verwendet wird. Auch für Operationen mit einer Zahl bleibt die Reihenfolge unverändert. Funktionen wie $\sqrt{\ }$, Sin, Cos, Tan, ln und log werden alle mit einer Zahl, oder Argument, ausgeführt. Für diese Funktionen wird die gleiche Reihenfolge der zu drückenden Tasten eingehalten. Es soll beispielsweise die Quadratwurzel von 5 berechnet werden.

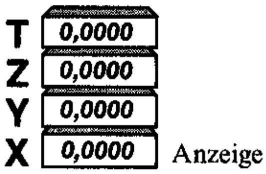
Tastenfolge	Anzeige
5	**5**
[√x]	2,2361

ENTER war jetzt nicht notwendig, weil es hier nur eine Zahl gibt. An dieser Stelle wäre zu bemerken, daß algebraische Systeme bei Operationen mit einer Zahl sich auch auf diese Weise verhalten, dagegen bei Operationen mit zwei Zahlen der Operator zwischen die beiden gesetzt wird und die Berechnung mit einer [=]-Taste abgeschlossen werden muß. Die Methoden der Zahleneingabe bei den meisten algebraischen Rechnern ist insoweit inkonsequent, als sie eine Kombination von algebraischen Regeln (für Funktionen mit zwei Variablen) und UPN (für Funktionen mit einer Variablen) verwenden.

Der automatische Rechenregister-Stapel

Das HP UPN-Logiksystem verwendet einen «automatischen Rechenregister-Stapel» in Verbindung mit der eben besprochenen UPN-Konvention der Dateneingabe. Der Stack bildet eine automatische Einrichtung für die zwischenzeitliche Speicherung von Argumenten und Zwischenergebnissen, so daß diese zum richtigen Moment während des Berechnungsablaufs zur Verfügung stehen. Der Stack ist also im wesentlichen für die Verwaltung der auf Abarbeitung wartenden Argumente verantwortlich.

Der für einen LIFO-Betrieb ausgelegte Stack besteht aus vier Speicherregistern, die zum Abspeichern und Wiedereinbringen von Argumenten in einer Berechnung verwendet werden. Am besten läßt sich dies veranschaulichen, wenn man sich die Register eines über dem anderen vorstellt:

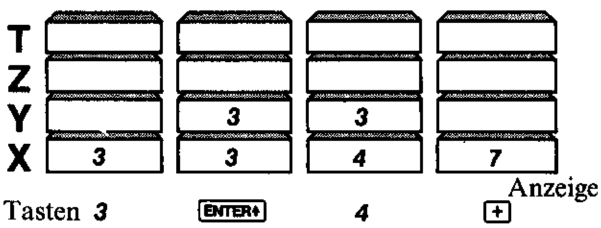


Das Diagramm enthält vier Register, wobei jedes mit einem Buchstaben gekennzeichnet ist. Es ist zu beachten, daß das X-Register gleichzeitig das Anzeigeregister ist. Das bedeutet, daß die Anzeige **immer** gleich dem Inhalt des X-Registers ist.

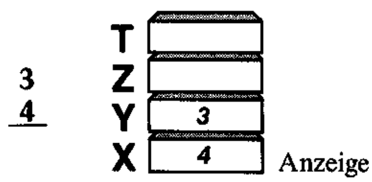
Als Beispiel soll eine einfache Berechnung durchgeführt werden:

$$3+4=7.$$

In dem folgenden Diagramm wird, von links nach rechts fortschreitend, der Ablauf der Berechnung anhand der Stackinhalte unmittelbar nach Drücken der entsprechenden Tasten gezeigt:



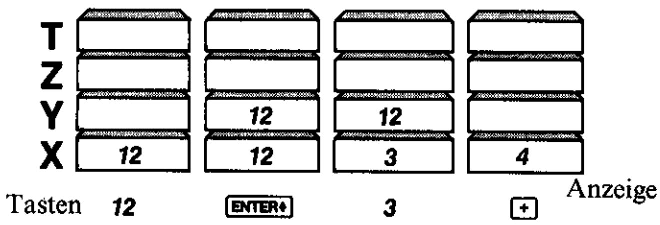
Es ist zu beachten, daß vor der Betätigung der +-Taste, die zwei Zahlen folgerichtig so im Stack enthalten waren, als wenn das Problem von Hand gelöst werden sollte:



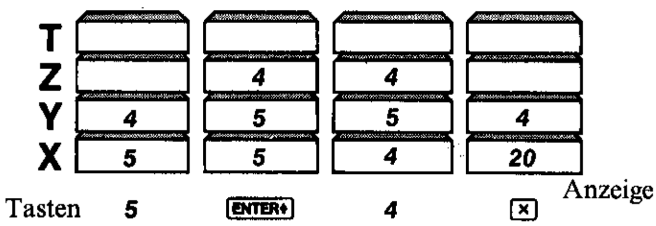
Die ENTER-Taste bewirkte, daß die im X-Register enthaltene Zahl 3 in das Y-Register kopiert wurde und das X-Register so für die Eingabe der zweiten Zahl frei wurde. Mit dem Drücken der +-Taste wurden die Zahlen in dem X- und Y-Register addiert und das Ergebnis im X-Register angezeigt. Bei einem längeren Problem sieht das folgendermaßen aus:

$$5 \times \frac{(12 \div 3) + (5 \times 4)}{(2 \times 3)}$$

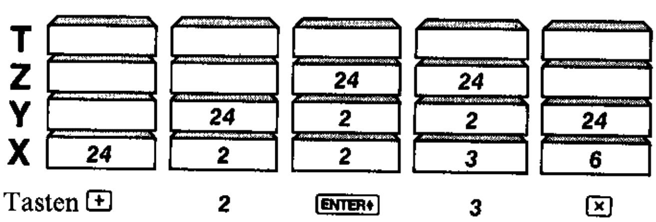
Das Problem wird wie von Hand angegangen, indem die in Klammern enthaltenen Ausdrücke erst berechnet werden:



Das erste Zwischenergebnis ist $(12 \div 3)=4$. Dieses Resultat wird automatisch im Stack gespeichert, während das nächste Zwischenergebnis (5×4) berechnet wird.



Das zweite Zwischenergebnis ist $(5 \times 4)=20$. Im Y-Register steht darüber das Ergebnis der vorherigen Berechnung $(12 \div 3)=4$. Beide Zwischenergebnisse sind so in den X- und Y-Registern des Stacks angeordnet, daß sie aufsummiert das Resultat $(12 \div 3)+(5 \times 4)$ ergeben. Das Problem wird mit dieser Addition und der Berechnung des Nenners $(2 \times 3)=6$ fortgesetzt.



Wieder stehen die beiden Zwischenergebnisse $(12 \div 3)+(5\times 4)=24$ und $(2\times 3)=6$ für den nächsten Schritt der Berechnung richtig in den X- und Y-Registern:

$$\frac{(12 \div 3)+(5\times 4)}{(2\times 3)} = \frac{24}{6}$$

Jetzt wird der Quotient mit der ÷-Taste berechnet und die letzte Multiplikation für das Endergebnis ausgeführt:

T				
Z				
Y	24		4	
X	6	4	5	20
Tasten		÷	5	×

Anzeige

Es ist zu beachten, daß während der ganzen Berechnung keine Klammern in den Rechner eingegeben wurden. Klammern sind häufig in der Niederschrift von Ausdrücken nötig, um Zweideutigkeiten zu beseitigen und dafür zu sorgen, daß die Argumente in der richtigen Reihenfolge behandelt werden. Weil HP UPN entsprechend der Folge, in der die Rechenschritte ausgeführt werden, Ergebnisse erzeugt und diese automatisch im Stack speichert, kann diese Reihenfolge richtig eingehalten werden. Der Stack ermöglicht dem Anwender das Problem so anzugeben, daß es der Ordnung des niedergeschriebenen Ausdrucks entspricht. Dadurch entfällt die Notwendigkeit, Klammern einzugeben und über diese bei der Durchführung der Rechnung Buch zu führen.

Es ist weiter zu beachten, daß in dem eben gezeigten Beispiel das T-Register kein einziges Mal verwendet wurde. Obwohl es nach einem nicht gerade leichten Problem aussah, wurden nur die X-, Y- und Z-Register benötigt. Die mit diesem Logiksystem verbundene Lösungsmethode ergibt, daß nur in den seltensten Fällen mehr als drei Zwischenergebnisse in dem 4-Ebenen Stack erzeugt werden. Das sehr komplizierte Problem, das später in diesem Abschnitt behandelt wird, unterstreicht diesen Punkt.

Alle bis jetzt behandelten Probleme enthielten Operationen mit zwei Argumenten.

Operationen mit nur einem Argument wie x^2, $1/x$, $\sqrt{}$ und logarithmische wie trigonometrische Funktionen beziehen sich nur auf den Inhalt des X-Registers. Die Ergebnisse erscheinen wiederum im X-Register, die anderen Stackregister werden nicht beeinflußt.

Als Beispiel soll mit 2 im X-Register die Operation $1/x$ wie folgt ausgeführt werden:

T		
Z		
Y		
X	2	,5
Tasten	2	1/x

Anzeige

Um die Wirkungsweise des Stacks im HP UPN-System eingehender zu demonstrieren, wird im folgenden die Machsche Zahl für ein mit einer Geschwindigkeit von V Knoten in einer Höhe von h Fuß fliegendes Projektil berechnet:

$$M = \sqrt{5\left[\left(\left\{\left[\left(1+0{,}2\left[\frac{V}{661{,}5}\right]^{2}\right)^{3{,}5}-1\right]\left[1-(6{,}875\times 10^{-6})\,h\right]^{-5{,}2656}\right\}+1\right)^{0{,}286}-1\right]}$$

Für das Problem wird eine Geschwindigkeit von 350 Knoten und eine Höhe von 25 000 Fuß angenommen. Es wird mit dem innersten Klammerpaar, also mit:

$$\left[\frac{350 \text{ Knoten}}{661{,}5}\right]^2$$

begonnen.

T					
Z					
Y		350	350		
X	350	350	661,5	,53	,28
Tasten	350	ENTER↑	661,5	÷	x^2

T					
Z					
Y	,28		,06		1,06
X	,2	,06	1	1,06	3,5
Tasten	,2	×	1	+	3,5

T					
Z					
Y		1,21		,21	,21
X	1,21	1	,21	6,875	6,875 00
Tasten	[y^x]	1	[−]	6,875	[EEX]

T					
Z			,21	,21	
Y	,21	,21	6,875-06	6,875-06	,21
X	6,875 06	6,875-06	6,875-06	25500	,18
Tasten	6	[CHS]	[ENTER↑]	25500	[×]

T					
Z	,21	,21		,21	,21
Y	,18	1	,21	,82	,82
X	1	,18	,82	5,2656	−5,2656
Tasten	1	[x⇄y]	[−]	5,2656	[CHS]

T					
Z					
Y	,21		,58		1,58
X	2,76	,58	1	1,58	,286
Tasten	[y^x]	[×]	1	[+]	,286

T			
Z			
Y		1,14	
X	1,14	1	,14
Tasten	[y^x]	1	[−]

T			
Z			
Y	,14		
X	5	,70	,84
Tasten	5	[×]	[$\sqrt{x}$]

HP UPN ließ eine Abarbeitung des Problems in derselben Reihenfolge zu, die auch von Hand mit Papier und Bleistift eingehalten worden wäre.

Sobald jede Funktionstaste gedrückt wurde, erschien das Ergebnis der Operation sofort im X-Register, so daß die Zwischenergebnisse eine Rückmeldung ergaben.

Weitere Eigenschaften der HP UPN

HP UPN verfügt über einige zusätzliche Eigenschaften, die zur Effektivität bei der Lösung von Problemen beisteuern. Bei diesen Eigenschaften handelt es sich um die Fähigkeit, Daten in den Stackregistern umzuordnen. Da Operationen in diesem System weder anstehen noch gespeichert werden, kann sich diese Eigenschaft zum Umordnen oder Duplizieren der Argumente vor der eigentlichen Ausführung der nächsten Operation als nützlich erweisen. Dies kann besonders wichtig in der Behandlung von Fehlern sein.

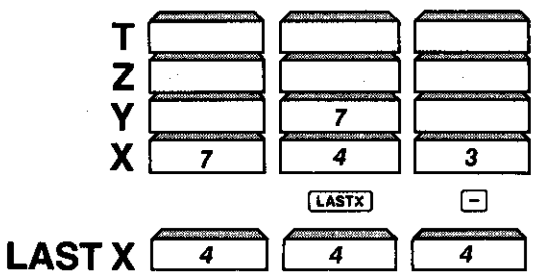
Das LAST X-Register

In den folgenden Diagrammen ist zusätzlich ein fünftes, mit LAST X bezeichnetes Register abgebildet. Was im Grunde passiert, ist, daß jedesmal, wenn das Drücken einer Funktionstaste eine neue Zahl im Y-Register erzeugt, der vorherige Inhalt des X-Registers im LAST X-Register gespeichert wird. Man betrachte beispielsweise das Problem $3+4=7$:

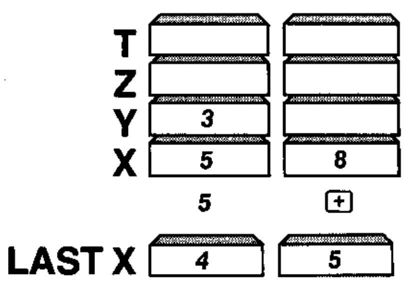
T				
Z				
Y		3	3	
X	3	3	4	7
	3	[ENTER↑]	4	[+]
LAST X				4

Wenn + gedrückt wird, um die Summe von 3 plus 4 gleich 7 zu erhalten, wird die 4 des X-Registers in das LAST X-Register geladen. Dieses Argument steht jetzt zur Verfügung, um eine fehlerhafte Eingabe rückgängig zu machen oder die zuletzt ausgeführte Rechenoperation zu überprüfen.

Es wird jetzt angenommen, daß das Problem $3+5=8$ und nicht $3+4=7$ hätte lauten sollen, um die Verwendung des LAST X-Registers in der Fehlerbehandlung zu demonstrieren. Das inkorrekte Argument 4 wird aus dem LAST X-Register zurückgerufen und die Operation wird durch das Subtrahieren von 4 rückgängig gemacht. Dann wird das richtige Argument 5 eingetastet und addiert:



Die Addition ist jetzt richtig ausgeführt.

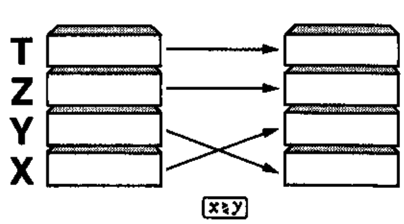


In ähnlicher Weise kann der Anwender bei einer falschen Funktionstaste verfahren, indem er LAST X zurückruft, die inverse Funktion ausführt und mit der richtigen Operation fortsetzt.

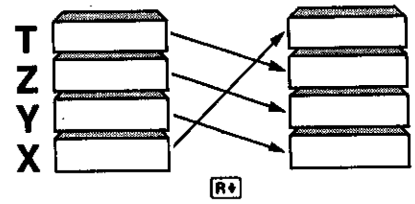
Tasten zum Umordnen der Stackregister

Außer der ENTER-Taste gibt es zwei weitere Tasten X ⇄ Y und R↓ mit denen der Inhalt der Stackregister umgeordnet werden kann.

Mit X ⇄ Y wird lediglich der Inhalt der X- und Y-Register vertauscht, ohne daß dadurch die anderen Stackregister beeinflußt werden:



Die Taste ist beim Dividieren und Subtrahieren nützlich, wo die Reihenfolge der X- und Y-Register eine Rolle spielt. Die R↓-Taste bewirkt die im folgenden dargestellte zyklische Verschiebung der vier Stackregister.



Mit dieser Taste kann der augenblickliche Stackinhalt angezeigt werden. In Verbindung mit X ⇄ Y können die Argumente im Stack auf beliebige Weise angeordnet werden.

Die Brauchbarkeit dieser Funktionen zeigt sich besonders bei langwierigen Berechnungen, wo es dem Anwender erspart bleibt, von vorne anzufangen, wenn er Argumente im Stack anzeigen und umordnen und Operationen rückgängig machen kann.

Algebraische Systeme

Grundlegende Methoden

Die heute verfügbaren algebraischen Systeme sind hinsichtlich ihrer technischen Feinheiten und Ausführungen sehr unterschiedlich. Eins haben sie jedoch alle gemeinsam, daß sie eine einfache Form der Dateneingabe enthalten sollen, in der die Reihenfolge der Argumente und Funktionen möglichst dem niedergeschriebenen Ausdruck entspricht. Dies ist in der Tat der Fall bei sehr leichten Problemen mit zwei Variablen und einer Funktion. Bei schwierigeren Problemen ist es notwendig, daß die Reihenfolge der Operationen irgendwie festgelegt wird. Die Systeme unterscheiden sich in der Art wie dies bewerkstelligt wird. Manche folgen direkt der Reihenfolge der Eingabe, andere befolgen die Regeln einer internen Funktionshierarchie, wieder andere verwenden eine Klammertechnik um Zweideutigkeiten zu vermeiden.

Einige Ausführungen werden beschrieben, wobei die Berechnung von $5\times6+2\times5$ als Beispiel dienen soll.

Einfache Algebra

Das Problem wird ohne Berücksichtigung etwaiger Hierarchien in der Reihenfolge der Eingabe abgearbeitet.

$$\mathbf{5\times6+2\times5=160}$$

Hierarchische Algebra

Das Logiksystem enthält jetzt eine Hierarchie. Typisch dafür ist, daß Multiplikation und Division vor Addition und Subtraktion ausgeführt werden müssen. Die Rangordnung aller anderen Funktionen (trigonometrische, logarithmische, y^x, %, $\sqrt{\ }$ usw.) wird auch durch die Hierarchie bestimmt, so daß sich weitere Ebenen in der Abarbeitung ergeben.

$$5\times6+2\times5=40$$

Algebra mit Klammertechnik

Klammern dürfen verwendet werden um die Reihenfolge der Ausführung anzugeben. Innerhalb der Klammern herrscht keine Hierarchie.

$$5\times6+2\times5=160$$
$$5\times(6+2)\times5=200$$
$$5\times(6+2\times5)=200$$

Hierarchische Algebra mit Klammertechnik

Klammern dürfen verwendet werden und eine Hierarchie wird festgelegt.

$$5\times6+2\times5=40$$
$$5\times(6+2)\times5=200$$
$$5\times(6+2\times5)=80$$

Die Konvention der Dateneingabe

In einem idealisierten algebraischen System würde ein Problem in seiner niedergeschriebenen Form eingegeben werden. Somit könnte das folgende nicht gerade einfache Problem direkt eingegeben werden:

$$\frac{(5+\sqrt{6})^2+\sin 40^\circ}{3+\cos 35^\circ}$$

In diesem Fall wurden zwei neue Klammernpaare verwendet, um den Sinn des ursprünglichen Ausdrucks beizubehalten. Der Computer gibt im allgemeinen den vollständigen Ausdruck auf einem Ausgabegerät wieder, so daß der Anwender durch diese visuelle Rückmeldung die richtige Placierung der Klammern usw. überprüfen kann. Der ganze Ausdruck wird dann vom Computer interpretiert, bevor irgendeine Funktion ausgeführt wird und die Reihenfolge der Operationen entspricht der des niedergeschriebenen Ausdrucks.

$$[(5+\sqrt{6})^2+\sin 40^\circ]/(3+\cos 35^\circ)$$

Dieser Komfort ist auf den heutigen Taschenrechnern nicht vorhanden. Die algebraischen Systeme sind auf mancherlei Art beschränkt. So kann der Rechner beispielsweise nichtnumerische Zeichen wie $\sqrt{\ }$ und () nicht anzeigen. Vielmehr erscheint nur eine Zahl gleichzeitig in der Anzeige, ohne daß dadurch Aufschluß über die Beziehung der Operationen der Berechnung gegeben wird. Weiter werden Operationen, wie $\sqrt{\ }$, Sinus und ln, die sich nur auf eine Variable beziehen, in umgekehrter Folge zu dem geschriebenen Ausdruck eingegeben.

Schließlich werden Funktionen ausgeführt, sobald jede Zweideutigkeit aufgehoben ist, d. h. zu dem Zeitpunkt, zu dem weitere Eingaben keine Wirkung auf schwebende Operationen haben. Diese Eigenschaft hat zur Folge, daß manche Operationen zu einem gegebenen Zeitpunkt ausgeführt sind, während andere in Erwartung weiterer Eingaben gespeichert bleiben.

Die folgende Gegenüberstellung der Arbeitsweise des höchstentwickelten algebraischen Systems mit HP UPN soll dem Anwender einen Einblick in die Wirkungsweise der unterschiedlichen Eigenschaften der beiden Systeme geben.

Ein Vergleich algebraischer Systeme mit dem HP UPN-System

HP UPN wird mit einem algebraischen System verglichen, das über eine interne Hierarchie und eine Klammertechnik verfügt.

Insbesondere soll in diesem Vergleich auf Unterschiede, auf Folgerichtigkeit der Operationen, Rückmeldungen über die Anzeige, die Anzahl der zu betätigenden Tasten und die Fehlerbehandlung geachtet werden.

Folgerichtigkeit der Operationen

Wie schon hervorgehoben wurde, ist die durchweg gleichbleibende Folge der Eingabe von Daten und Funktionen eine für den Anwender sehr hilfreiche Eigenschaft. Algebraische Systeme entbehren diese Konsequenz wie folgendes Beispiel zeigt:

$$\frac{2\times\mathrm{Cos}\ 72^\circ}{\ln 2}+17$$

Mit HP UPN ergibt sich untenstehende Tastenfolge:

Taste	Ausgeführte Operationen
72 COS	Berechnung von Kosinus 72°
2 ×	Berechnung von 2 × Kosinus 72°
2 ln	Berechnung von ln 2
÷	Berechnung von $\frac{2 \times \text{Kosinus } 72°}{\ln 2}$
17 +	Addition von 17 zu $\frac{2 \times \text{Kosinus } 72°}{\ln 2}$

Die Funktionstasten folgen immer direkt auf die Eingabe der Zahlen mit denen gearbeitet werden soll, egal ob es sich um eine Funktion mit einer Variablen (Kosinus, ln) oder mit zwei Variablen (×, ÷, +) handelt.

In dem algebraischen System sieht die Tastenfolge wie folgt aus:

Taste	Ausgeführte Funktion
2 ×	Das Multiplikationszeichen wird nach der 2 in Erwartung des zweiten Arguments eingegeben.
72 COS	72 wird vor den Kosinus eingegeben u. der Kosinus wird sofort berechnet.
÷	Das Divisionszeichen wird in Erwartung des zweiten Arguments eingegeben.
2 ln	2 wird vor ln eingegeben und der Logarithmus wird sofort berechnet.
+	Das Additionszeichen wird in Erwartung des zweiten Arguments eingegeben.
17	Das zweite Argument für das Additionszeichen wird eingegeben.
=	Das Gleichheitszeichen wird eingegeben, das das Ende der Berechnung signalisiert.

Zu beachten ist, daß bei Operationen mit zwei Argumenten (×, ÷, +) der Operator **zwischen** den Argumenten eingegeben wird, während bei Operationen mit einem Argument (Kosinus, ln) der Operator **nach** dem Argument eingegeben wird. Dies ist eine Abweichung von dem im letzten Abschnitt besprochenen idealisierten algebraischen System und bedeutet eine Inkonsequenz, die von dem Anwender verstanden und berücksichtigt werden muß.

Rückmeldungen über die Anzeige

Während des Betriebs ist der Rechner in der Lage, Rückmeldungen über die Anzeige abzugeben. Jetzt kommt es darauf an, ob die Anzeige während einer längeren Berechnung Information enthält, die sich auf den gerade ausgeführten Schritt bezieht oder ob die Information bedeutungslos ist, in keinem Zusammenhang zu den gedruckten Tasten steht bzw. ein beträchtliches Verständnis des Logiksystems voraussetzt.

Anhand eines Beispiels sollen die von HP UPN und dem algebraischen System ausgegebenen Rückmeldungen verglichen werden.

$$\frac{6 \times \sqrt{22}}{17} + \text{Sin } 37°$$

HP UPN			ALGEBRAISCHES SYSTEM		
Taste	Anzeige	Bemerkungen	Taste	Anzeige	Bemerkungen
22	22,		6	6	
√x	4,69	Ergebnis der Wurzelziehung	×	6,	Schwebende Multiplikation bis der Multiplikand eingegeben und berechnet wird
6	6,		22	22	
×	28,14	Ergebnis der Multiplikation	√x	4,69	Ergebnis der Wurzelziehung
17	17,		÷	28,14	Ergebnis der vorherigen Multiplikation
÷	1,66	Ergebnis der Division	17	17	
37	37,		+	1,66	Ergebnis der vorherigen Division, schwebende Addition
SIN	0,60	Ergebnis der Sinus-Funktion	37	37	
+	2,26	Ergebnis der Addition Endergebnis	SIN	0,60	Ergebnis der Sinus-Funktion
			=	2,26	Ergebnis der vorherigen Addition Endergebnis

Im HP UPN-System enthält die Anzeige immer das Ergebnis (oder Zwischenergebnis) der gerade ausgeführten Funktion. Damit kann der Anwender die Plausibilität während des Rechengangs überprüfen oder Schwachstellen in dem Berechnungsablauf ausfindig machen. Der Rechner führt eine Funktion **immer** sofort, aus, wenn die Taste gedrückt wird und speichert keine Operationen um sie an späterer Stelle auszuführen (Schwebende Operationen).

In dem hier gezeigten algebraischen System enthält die Anzeige manchmal die Ergebisse einer vorherigen Operation, wenn eine spätere Operation ausgeführt wird und manchmal das Ergebnis der zuletzt gedrückten Funktion.

Es ist kennzeichnend für algebraische Systeme, das eine Ungereimtheit zwischen dem Inhalt der Anzeige und der Reihenfolge der ausgeführten Funktionen besteht.

Wenn Klammern dazukommen, macht sich dies verstärkt bemerkbar. Mit HP UPN wird das Problem innerhalb dem innersten Klammerpaar begonnen, wie dies auch von Hand getan würde. In algebraischen Systemen arbeitet man dagegen von links nach rechts.

Man betrachte folgendes Problem:

$$\mathbf{5 \times (4 + (3 \times (2 - 6)))}$$

HP UPN Taste	Anzeige	Bemerkungen	**ALGEBRAISCHES SYSTEM** Taste	Anzeige	Bemerkungen
2	2,		5	5	
[ENTER↑]	2,00		[×]	5,	Schwebende Multiplikation
6	6,		[(]	5,	
[−]	−4,00	Ergebnis der Subtraktion	4	4	
3	3,		[+]	4,	Schwebende Addition
[×]	−12,00	Ergebnis der Multiplikation	[(]	4,	
4	4,		3	3	
[+]	−8,00	Ergebnis der Addition	[×]	3,	Schwebende Multiplikation
5	5,		[(]	3,	
[×]	−40,00	Ergebnis der letzten Multiplikation	2	2	
			[−]	2,	Schwebende Subtraktion
			6	6	
			[)]	−4,	Ergebnis der 2 Schritte zurückliegenden Subtraktion
			[)]	−12,	Ergebnis der 6 Schritte zurückliegenden Multiplikationen
			[)]	−8,	Ergebnis der 10 Schritte zurückliegenden Additionen
			[=]	−40,	Ergebnis der 14 Schritte zurückliegenden Multiplikationen

In diesem algebraischen System hat der Inhalt der Anzeige praktisch jede Bedeutung für den Anwender verloren. Tatsächlich ist der Dialog zwischen Mensch und Maschine auf einen Monolog von Mensch an Maschine bis zum Drükken der [=]-Taste reduziert worden. Der Rechner unterstützt den Anwender nicht während des Rechenvorganges, sondern erhöht vielmehr dessen Eigenverantwortung und steuert dadurch zu der Wahrscheinlichkeit einer Fehlbedienung mit bei.

Wirksamkeit der verwendeten Tasten

An dieser Stelle soll auf die unterschiedliche Anzahl von Tastenanschlägen hingewiesen werden, um das eben durchgenommene Problem $5 \times (4 + (3 \times (2 - 6)))$ mit den zwei Systemen zu lösen. Mit HP UPN wurden 10 Tasten betätigt, während das algebraische System 16 Tasten benötigte.

Da HP UPN keine Klammertechnik verwendet, sind weniger Tastenanschläge erforderlich. Es wird im allgemeinen anerkannt, daß in algebraischen Systemen bei schon mäßig schwierigen Problemen wegen der Verwendung von Klammern eine größere Anzahl von Tastenanschlägen benötigt wird. Auch wenn Klammern in einem niedergeschriebenen Ausdruck enthalten sein müssen, um Zweideutigkeiten zu vermeiden, sind sie im HP UPN-System nicht erforderlich.

Diese Tatsache ist auch in programmierbaren Rechnern von nicht geringer Wichtigkeit, weil dadurch Programmspeicher gespart werden kann.

Fehlerkorrektur

In einem früheren Abschnitt wurden schon einige der Eigenschaften behandelt, wie man im HP UPN-System Eingabefehler rückgängig machen kann. Die Tatsache, daß es keine schwebenden Operationen gibt und daß jederzeit auf die Stackregister und LAST X zurückgegriffen und die Werte umgeordnet werden können, gibt dem Anwender die Möglichkeit in der Berechnung zurückzugehen und eine ungewollte Operation sogar rückgängig zu machen.

In den folgenden Beispielen wird gezeigt, wie typische Fehler in einem algebraischen System im Gegensatz zum HP UPN-System behandelt werden.

Man betrachte folgenden Ausdruck:

$$(5+3)\times 6$$

Der Anwender drückt jetzt aus Versehen + anstatt × und merkt dann seinen Fehler:

$(5+3)+\ldots$ *hoppla!*

Um diesen Fehler in einem algebraischen System rückgängig zu machen könnte der Anwender erst 6 addieren; dann wieder abziehen und zurückgehen, um die gewünschte Multiplikation auszuführen.

Taste	Bemerkungen
(	
5	
+	
3	
)	
+	Irrtümlicherweise + gedrückt
6	Versuch, den Fehler zu korrigieren, indem erst 6 addiert und dann wieder subtrahiert wird
−	
6	
×	Die ursprünglich gewollte Multiplikation
6	
=	Ein falsches Endergebnis, −22, wird angezeigt

Auf diese Weise konnte der Fehler nicht korrigiert werden. Der Grund hierfür liegt in der internen Hierarchie, aus der sich folgender Ablauf ergibt:

$$(5+3)+6-6\times 6$$
entspricht
$$8+6-36=-22$$

Der Anwender hätte auch Null (anstelle von 6) eingeben können, sobald er merkt, daß er irrtümlicherweise die +-Taste gedrückt hat. Damit scheint der Fehler aufgehoben zu sein, und die Multiplikation kann folgen. Die Antwort ist jedoch wieder falsch, auch wenn sie dieses Mal anders lautet:

$$(5+3)+0\times 6$$
entspricht
$$8+0=8$$

Eine Methode, die auf jeden Fall klappt, besteht darin, die Gleichheitstaste zu drücken und damit die Berechnung vorzeitig abzubrechen. Alle schwebenden Operationen werden beendet und eine neue Berechnung kann beginnen:

$$(5+3)+0=8$$
$$8\times 6=48$$

Wenn dieser einfache Ausdruck allerdings Bestandteil eines längeren Ausdrucks ist, würden durch die Betätigung der Gleichheitstaste alle offenen Klammern geschlossen und alle schwebenden Operationen ausgeführt werden. Das Ergebnis hat dann u. U. keine Beziehung mehr zu der gewünschten Berechnung.

Im HP UPN-System würde der Fehler folgendermaßen behoben werden:

Taste	Bemerkungen
5	
ENTER↑	
3	
+	
6	
+	Irrtümlicherweise + gedrückt
LAST X	Die letzte Zahl (6) wird in das X-Register zurückgerufen. (Die Verwendung von LAST X ist nicht obligatorisch, sondern nur praktisch)
−	Der Wert wird subtrahiert, wodurch die unerwünschte Addition rückgängig gemacht wird.

Taste	Ausgeführte Operation
LAST X	Der Wert wird noch einmal benötigt
×	Die ursprünglich geplante Multiplikation wird ausgeführt und das richtige Endergebnis, 48, angezeigt.

Folgender logischer Ablauf hat stattgefunden:

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 3 \\ \hline 8 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 8 \\ +\ 6 \\ \hline 14 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 14 \\ -\ 6 \\ \hline 8 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 8 \\ \times\ 6 \\ \hline 48 \end{array}$$

Der Fehler ist vollständig behoben.

Weil bei jeder Operation Zwischenergebnisse erzeugt werden, können Operationen rückgängig gemacht werden. Außerdem gewährleistet LAST X, daß die falsch verarbeitete Zahl richtig zurückgerufen wird.

Eine weitere Fehlerquelle ist die inkorrekte Eingabe von Klammern.

Man betrachte beispielsweise folgendes Problem:

$$\frac{(17-5)^2}{16-4}$$

Man nehme an, daß der Zähler des Bruchs richtig berechnet wurde, daß der Anwender dann aber bei der Division die Klammer des Nenners wie folgt vergessen hat:

$$(17-5)^2 \div 16-4 = 4$$

Das Ergebnis ist natürlich falsch, denn als Nenner wurde für die Division 16 und nicht 12 (16−4) verwendet. Das richtige Ergebnis lautet 12.

Um den Fehler zu korrigieren, kann man versuchen, die Operation rückgängig zu machen, doch die interne Hierarchie läßt dies nicht zu:

$$(17-5)^2 \div \underbrace{16-4+4 \times 16}$$

Versuch, die Folge rückgängig zu machen

In diesem Fall wird die letzte Multiplikation vor der letzten Addition ausgeführt, wodurch sich folgendes ergibt:

$$(17-5)^2 \div 16-4+4 \times 16$$

entspricht

$$144 \div 16-4+64$$

entspricht

$$9+60=69$$

Weil der Anwender im HP UPN-System gar nicht erst Klammern um den Nenner setzen muß, ist die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Eingabe von vornherein geringer.

Im HP UPN-System berechnet der Anwender den Zähler, tastet dann den Wert 16 ein, und erst jetzt entscheidet er, welche Operation er ausführen will. Jede Operation wirkt sich sofort auf die schon vom Anwender eingegebenen oder berechneten Daten aus. Es ist nicht nötig, die Argumente für schon eingegebene Operationen im voraus zu kennen.

Man nehme jedoch an, daß der Anwender des HP UPN-Systems den gleichen logischen Fehler wie im algebraischen System gemacht hat, also

$$(17-5)^2 \div 16-4$$

Zu diesem Zeitpunkt würde der Wert 5 im X-Register (der Anzeige) stehen. Um den Fehler zu korrigieren, werden die inkorrekten Operationen in umgekehrter Reihenfolge ausgeführt und dann erneut richtig eingegeben.

Die logische Reihenfolge ist folgendermaßen:

Ursprüngliche Berechnung

$$\begin{array}{r} 17 \\ -\ 5 \\ \hline 12 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 144 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 144 \\ \div\ 16 \\ \hline 9 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 9 \\ -4 \\ \hline 5 \end{array}$$

Rückkehr zu der Stelle, wo der Fehler gemacht wurde

$$\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ \hline 9 \end{array} \nearrow \begin{array}{r} 9 \\ \times 16 \\ \hline 144 \end{array}$$

Richtige Eingabe $\begin{array}{r} 16 \\ -4 \\ \hline 12 \end{array}$

Letztes Ergebnis 144

$$\begin{array}{r} 144 \\ \div\ 12 \\ \hline 12 \end{array}$$

Richtige Antwort

Die Möglichkeiten der Fehlerbehandlung eines Rechners sind besonders bei längeren Berechnungen wichtig. Nur ungern fängt man ein Problem wieder von vorne an, wenn die Berechnung schon fortgeschritten ist. Eine wirksame Fehlerbehandlung steigert das Selbstvertrauen und läßt den Anwender seine Rechenzeit besser nutzen.

Zusammenfassung

In dieser Broschüre wurden die Eigenschaften der zwei Logiksysteme untersucht, die in den heutigen hochentwickelten Taschenrechnern angeboten werden. Im Grunde muß der Anwender die unterschiedlichen Eigenschaften hinsichtlich ihrer Tauglichkeit für seine Probleme gegeneinander abwägen. Für sehr einfache Aufgaben hängt die Wahl davon ab, ob er die Probleme so eingeben will, wie er sie niedergeschrieben sieht (algebraisches System) oder wie er sie selber mit Bleistift und Papier lösen würde (HP UPN).

Aber schon für Probleme mittleren Schwierigkeitsgrades zeigt sich die jeweilige Wirksamkeit der beiden Systeme. Die Kriterien für das Maß dieser «Wirksamkeit» muß der Anwender daraus ableiten, wie er das System verwenden will, wobei er folgende Punkte besonders beachten sollte:

1. Das Vertrauen, das er in die Genauigkeit der Ergebnisse setzen kann.
2. Einfachheit der Arbeitsweise.
3. Wirksamkeit der verwendeten Tasten.

Vertrauen in die Genauigkeit von Ergebnissen

Das HP UPN-System verfügt über eine ganze Reihe von Eigenschaften, die dem Anwender mehr Vertrauen in seine Resultate gibt als dies mit algebraischen Systemen der Fall ist. Die konsequente Methode der Eingabe von Daten und Funktionen schlägt sich in einer geringeren Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Bedienung nieder. Weil keine Klammertechnik verwendet wird, entsteht gar nicht erst die Gefahr, diese an falscher Stelle einzusetzen oder sie zu vergessen. Über die Anzeige kann der Anwender seine Berechnung ständig verfolgen, so daß er stets weiß, wie weit er in der Berechnung fortgeschritten ist und er in der Lage ist, Zwischenergebnisse auf Plausibilität zu überprüfen.

Einfachheit der Arbeitsweise

Wie schon erwähnt, sind die Systeme für einfache Berechnungen, wie z. B. Arithmetik mit zwei Argumenten durchaus zu vergleichen, was die Einfachheit der Bedienung anbetrifft. Sobald es sich aber um kompliziertere Ausdrücke handelt, verringert sich durch die konsequente Art der Dateneingabe der Zeitaufwand für den Anwender. Während beim HP UPN-System alle Operationen auf dieselbe Weise ausgeführt werden, müssen für ein algebraisches System eine Vielzahl von Regeln und Konventionen erlernt werden. So müssen in einem algebraischen System die Operatoren teilweise zwischen die Argumente gesetzt werden und teilweise auf die Operatoren folgen, interne Hierarchien müssen gelernt werden, und um Zweideutigkeiten zu vermeiden, müssen Klammern verwendet werden. Während der Anwender mit dem HP UPN-System immer schwierigere Probleme zu lösen in der Lage ist, ohne seine Arbeitsweise zu ändern, kann es sein, daß er bei einem algebraischen System zusätzliche Regeln erlernen und sich merken muß.

Wirksamkeit

Es wird allgemein anerkannt, daß im HP UPN-System bis auf die einfachsten Berechnungen weniger Tastenanschläge benötigt werden. Der Grund hierfür liegt im Aufbau von HP UPN, der die Eingabe von Klammern überflüssig macht. Wenn Fehler gemacht werden, wirkt sich dies aber auch auf die Bedienung des Rechners aus. Die Wahrscheinlichkeit, mit dem HP UPN-System einen Fehler zu machen ist geringer und die Fehlerbehandlung ist unkompliziert. Die niedrigere Fehlerquote ergibt sich aus der konsequenten Art der Dateneingabe, der Tatsache, daß keine Klammertechnik verwendet wird und den Rückmeldungen über die Tastatur, die dem Anwender bei der Durchführung seiner Berechnungen behilflich sind. In algebraischen Systemen ist eine Fehlerbehandlung häufig unmöglich, während die einfache Fehlerbehandlung im HP UPN-System dafür sorgt, daß längere Rechenabläufe nicht wieder von vorne begonnen werden müssen.

Im großen und ganzen eignet sich das HP UPN-System durch seine überlegenen Betriebseigenschaften für alle mäßigen wie schwierigen Probleme. Es zeichnet sich dadurch aus, daß der Rechner zugunsten des Anwenders die Schwierigkeiten bei der Aufgabenlösung übernimmt.

HEWLETT PACKARD

Hewlett-Packard GmbH:
6000 Frankfurt 56, Bernerstraße 117, Postfach 560 140, Tel. (0611) 50 04-1
7030 Böblingen, Herrenbergerstraße 110, Tel. (07031) 667-1
4000 Düsseldorf 11, Emanuel-Leutze-Straße 1 (Seestern), Tel. (0211) 5 97 11
2000 Hamburg 60, Kapstadtring 5, Tel. (040) 6 38 04-1
8021 Taufkirchen, Eschenstraße 5, Tel. (089) 6117-1
3000 Hannover 91, Am Großmarkt 6, Tel. (0511) 46 60 01
8500 Nürnberg, Neumeyerstraße 90, Tel. (0911) 52 20 83/85
1000 Berlin 30, Keithstraße 2–4, Tel. (030) 24 90 86

Hewlett-Packard (Schweiz) AG:
Zürcherstraße 20, Postfach 307, CH-8952 Schlieren-Zürich, Tel. (01) 730 52 40

Hewlett-Packard Ges.m.b.H., für Österreich/für sozialistische Staaten:
Wehlistraße 29, Postfach 7, A-1205 Wien, Tel. (0222) 35 16 21 bis 32

Hewlett-Packard S.A., Europa-Zentrale:
7, rue du Bois-du-Lan, Postfach, CH-1217 Meyrin 2-Genf, Schweiz,
Tel. (022) 82 70 00

5952-9714 German - 10K - 09.79 - W

Printed in Switzerland