

## Kapitel 5

### Matrizen und lineare Algebra

Der HP 49G enthält eine Vielzahl von Funktionen zum Eingeben und Bearbeiten von Feldern. Bei einem Feldobjekt kann es sich um einen Vektor oder eine Matrix handeln.

Zahlreiche der in diesem Kapitel beschriebenen Matrixoperationen sind ebenfalls auf Vektoren anwendbar. In diesem Fall wird der allgemeinere Ausdruck *Feld* anstelle von *Matrix* verwendet.

MatrixWriter interpretiert standardmäßig ein Feld mit einer Zeile als Vektor und nicht als Matrix. Wenn Sie ein einzeiliges Feld als Matrix interpretieren möchten, drücken Sie zuerst VEC.

Für Anweisungen zum Erstellen von Feldern – und zum Öffnen eines Feldes in MatrixWriter – siehe Kapitel 8 des *Benutzerhandbuchs*.

### MatrixWriter-Operationen

Der folgende Abschnitt enthält eine Übersicht über die in MatrixWriter verfügbaren Operationen.

#### Bewegungen in einem Feld

##### Methode 1: Pfeiltasten

Drücken Sie die Pfeiltasten, um den Cursor von einer Zelle nur nächsten zu bewegen.

Sie können vor dem Drücken einer Pfeiltaste die Taste  $\text{[R]}$  drücken, um den Cursor direkt in die erste oder letzte Zeile bzw. Spalte zu bewegen:

- $\text{[R]} \blacktriangleright$  verschiebt den Cursor in die letzte Spalte.
- $\text{[R]} \blacktriangleleft$  verschiebt den Cursor in die erste Zeile.
- $\text{[R]} \blacktriangledown$  verschiebt den Cursor in die erste Spalte.
- $\text{[R]} \blacktriangleright$  verschiebt den Cursor in die letzte Zeile.



## Methode 2: Befehl GOTO

1. Drücken Sie GOTO.

Die Eingabemaske "MatrixWriter" wird angezeigt.

Beachten Sie, dass sich der Befehl GOTO auf der zweiten Seite des Menüs "MatrixWriter" befindet. Sie müssen u.U. **NXT** drücken, um den Befehl anzuzeigen.

2. Geben Sie die Zeilennummer der gewünschten Zelle ein.

3. Drücken Sie **ENTER**.

4. Geben Sie die Spaltennummer der gewünschten Zelle ein.

5. Drücken Sie **ENTER**.

6. Drücken Sie OK oder **ENTER**.

Die Matrix wird erneut angezeigt. Der Cursor befindet sich nun in der Zelle mit den angegebenen Zeilen-Spalten-Koordinaten.

## Bearbeiten eines Feldes

1. Setzen Sie den Cursor in die zu bearbeitende Zelle.

Im vorherigen Abschnitt wird beschrieben, wie Sie den Cursor bewegen.

2. Drücken Sie EDIT.

Der Inhalt der Zelle wird in die Befehlszeile kopiert.



Wenn Sie den Inhalt der Zelle vollständig ändern möchten, brauchen Sie hierzu nicht zuerst EDIT drücken. Geben Sie einfach den neuen Inhalt ein. Der neue Inhalt wird in der Befehlszeile angezeigt.

3. Nehmen Sie die Änderungen vor.

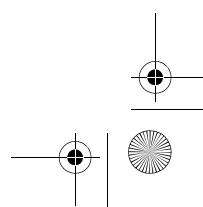
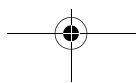
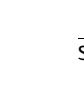
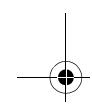
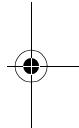
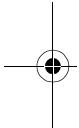
4. Drücken Sie **ENTER**, um die Änderungen von der Befehlszeile in die Zelle zu setzen.

5. Wenn Sie weitere Zellen ändern möchten, wiederholen Sie die Schritte ab Schritt 1.

6. Drücken Sie **ENTER**, um MatrixWriter zu schließen und das geänderte Feld in die Befehlszeile zu setzen (oder drücken Sie **CANCEL**, um MatrixWriter zu schließen und die Änderungen zu verwerfen).

Wenn Sie Ihre Änderungen verworfen haben, können Sie den nächsten Schritt ignorieren.

7. Drücken Sie **ENTER** erneut, um die Änderungen zu speichern.



## Ändern der Zellenbreite

- Drücken Sie  $\leftarrow$ -WID, um die Zellen schmäler zu machen.  
Es werden mehr Spalten angezeigt.
- Drücken Sie WID $\rightarrow$ , um die Zellen breiter zu machen.  
Es werden weniger Spalten angezeigt.

Beachten Sie, dass diese Befehle die Breite *aller* Spalten verändert, nicht nur die Breite der Spalte mit der markierten Zelle.

## Steuerung der Cursorbewegung nach einer Eingabe

Der Cursor wird standardmäßig zur benachbarten Zelle in der nächsten *Spalte* bewegt, nachdem Sie ein Objekt in eine Zelle gesetzt haben. Sie können diese Einstellung mit einer der beiden folgenden Methoden ändern:

- Um den Cursor nach der Eingabe in die benachbarte Zelle in der nächsten *Zeile* zu bewegen, drücken Sie GO $\downarrow$ .  
Ein kleines Kästchen () wird neben dem Befehl im Menü angezeigt.
- Um ganz zu verhindern, dass der Cursor nach einer Eingabe bewegt wird, drücken Sie GO $\rightarrow$  und GO $\downarrow$ , bis neben keinem der beiden Befehle ein Kästchen () im Menü angezeigt wird.

Die ausgewählte Einstellung bleibt als Modus der Cursorbewegung bis zur nächsten Änderung der Einstellung erhalten.

Um zur Standardeinstellung zurückzukehren, drücken Sie GO $\rightarrow$ , bis ein Kästchen () neben dem Befehl im Menü angezeigt wird.

Wenn Sie die Cursorbewegung in einem Feld ändern möchten, müssen Sie die Änderung *vor* der Eingabe von Objekten in das Feld vornehmen.  
Sobald Sie Objekte eingeben, kann die Cursorbewegung nicht geändert werden.



## Manipulieren von Spalten und Zeilen

### Einfügen einer Spalte

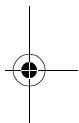
1. Bewegen Sie den Cursor zu der Spalte, in der die neue Spalte angezeigt werden soll.
2. Drücken Sie +COL. Eine Spalte mit Nullen wird eingefügt.  
Beachten Sie, dass sich der Befehl +COL auf der zweiten Seite des Menüs befindet. Sie müssen u.U. **NXT** drücken, um den Befehl anzuzeigen.



Sie können eine Spalte auch ohne MatrixWriter in ein Feld einfügen. Siehe "Einfügen von einer oder mehreren neuen Spalten in ein Feld" auf Seite 5-11.

### Hinzufügen einer Spalte rechts von der letzten Spalte mit Daten

1. Bewegen Sie den Cursor rechts von der letzten Spalte mit Daten.  
Wenn Sie **[P]** **[D]** drücken, wird der Cursor direkt zur letzten Spalte mit Daten bewegt. Drücken Sie nun **[D]**, um zur nächsten Spalte zu gehen.
2. Geben Sie ein Objekt ein.
3. Drücken Sie **[ENTER]**, um das Objekt in die markierte Zelle zu setzen.  
Der Rest der Spalte wird mit Nullen gefüllt und Ihr Feld enthält jetzt diese neue Spalte.

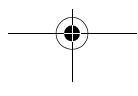
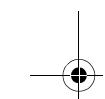


### Löschen einer Spalte

1. Bewegen Sie den Cursor zu der zu löschen Spalte.
2. Drücken Sie -COL.  
Beachten Sie, dass sich der Befehl -COL auf der zweiten Seite des Menüs befindet. Sie müssen u.U. **NXT** drücken, um den Befehl anzuzeigen.

### Einfügen einer Zeile

1. Bewegen Sie den Cursor zu der Zeile, in der die neue Zeile angezeigt werden soll.
2. Drücken Sie +ROW. Eine Zeile mit Nullen wird eingefügt.



Beachten Sie, dass sich der Befehl +ROW auf der zweiten Seite des Menüs befindet. Sie müssen u.U. **NXT** drücken, um den Befehl anzuzeigen.



Sie können eine Zeile auch ohne MatrixWriter in ein Feld einfügen.  
Siehe "Einfügen von einer oder mehreren neuen Zeilen in eine Matrix" auf Seite 5-11.

### Hinzufügen einer Zeile unterhalb der letzten Zeile mit Daten

1. Bewegen Sie den Cursor zur Zeile unterhalb der letzten Zeile mit Daten.  
Wenn Sie **P** **V** drücken, wird der Cursor direkt zur letzten Zeile mit Daten bewegt. Drücken Sie nun **V**, um zur nächsten Zeile zu gehen.
2. Geben Sie ein Objekt ein.
3. Drücken Sie **ENTER**, um das Objekt in die markierte Zelle zu setzen.  
Der Rest der Zeile wird mit Nullen gefüllt und Ihr Feld enthält jetzt diese neue Zeile.

### Löschen einer Zeile

1. Bewegen Sie den Cursor zu der zu löschenen Zeile.
2. Drücken Sie **-ROW**.

### Löschen des Inhalts einer Auswahl von Zellen

1. Bewegen Sie den Cursor zur ersten Zelle in der Gruppe der zu löschenen Zellen.
2. Drücken Sie **P** **BEGIN**, um BEGIN auszuwählen.
3. Bewegen Sie den Cursor zur letzten Zelle in der Gruppe der zu löschenen Zellen.
4. Drücken Sie **P** **END**, um END auszuwählen.  
Die Zellen zwischen der ersten und letzten Zelle sind nun markiert.
5. Drücken Sie **DEL**, um den Inhalt der markierten Zellen zu löschen.  
Der Befehl **DEL** hat *nicht* zur Folge, dass die ausgewählten Zellen leer sind. Stattdessen wird der Inhalt einer Zelle mit einer Null ersetzt.

## Übersicht über die MatrixWriter-Operationen

Taste	Beschreibung
EDIT	Setzt den Inhalt der aktuellen Zelle zur Bearbeitung in die Befehlszeile.
VEC	Schaltet bei einzeiligen Feldern zwischen Vektor- und Matrixeingabe um. Wenn Sie diesen Befehl auswählen, werden einzeilige Felder als Vektoren in die Befehlszeile eingegeben (Beispiel: [ 1 2 3 ]). Wenn Sie diesen Befehl nicht auswählen, werden einzeilige Felder als Matrizen eingegeben (Beispiel: [[ 1 2 3 ]]).
←WID	Verringert die Breite aller Zellen.
WID→	Erhöht die Breite aller Zellen.
GO→	Stellt den Eingabemodus von links nach rechts ein. Der Cursor wird nach der Dateneingabe zur nächsten <i>Spalte</i> bewegt.
GO↓	Stellt den Eingabemodus von oben nach unten ein. Der Cursor wird nach der Dateneingabe zur nächsten <i>Zeile</i> bewegt.
+ROW	Fügt eine Zeile mit Nullen an der aktuellen Cursorposition ein.
-ROW	Löscht die aktuelle Zeile.
+COL	Fügt eine Spalte mit Nullen an der aktuellen Cursorposition ein.
-COL	Löscht die aktuelle Spalte.
→STK	Kopiert die aktuelle Zelle in den History-Speicher (Ebene 1 auf dem Stack).
GOTO	Bewegt den Cursor zu einer angegebenen Zelle.
DEL	Ersetzt den Inhalt der ausgewählten Zellen mit Nullen.

## Erweiterte Matrixoperationen

Die Verfahren in diesem Abschnitt setzen voraus, dass Sie sich im algebraischen Modus befinden. Wenn Sie im RPN-Modus sind, ändern Sie die Verfahren insoweit, dass Sie die Argumente vor dem Befehl eingeben. (Die Befehlsreferenz des HP 49G hilft bei der schnellen Bestimmung der Eingabereihenfolge der Argumente.)

### Erstellen von speziellen Matrizen

#### Erstellen eines Feldes mit einer angegebenen Konstante

1. Wählen Sie den Befehl "Constant Array".

[MATRICES] CREATE CON

2. Geben Sie als erstes Argument des Befehls eines der beiden folgenden ein:
  - eine Liste mit den Dimensionen des gewünschten Konstantenfeldes: { Zeilen, Spalten }
  - ein vorhandenes Feld.
3. Geben Sie als zweites Argument die gewünschte Konstante für das Feld ein.
4. Drücken Sie **[ENTER]**.

Das Ergebnis ist ein Feld mit den eingegebenen Dimensionen (oder den Dimensionen des angegebenen Feldes) und der angegebenen Konstante.

#### Erstellen einer Einheitsmatrix

1. Wählen Sie den Befehl "Identity Matrix".

[MATRICES] CREATE IDN

2. Geben Sie Folgendes ein:
  - eine Zahl für die gewünschte Anzahl der Zeilen und Spalten in der Einheitsmatrix oder
  - ein vorhandenes Feld.
3. Drücken Sie **[ENTER]**.

Das Ergebnis ist eine Einheitsmatrix mit den angegebenen Dimensionen (d.h. eine quadratische Matrix, deren Elemente – mit Ausnahme der Diagonalen – aus Nullen besteht. Alle Diagonalelemente sind 1).

## Erstellen eines Feldes mit Zufallsganzzahlen

1. Wählen Sie den Befehl "Random Matrix".  
     CREATE RANM
2. Geben Sie Folgendes ein:
  - eine Liste mit den Dimensionen der gewünschten Zufallsmatrix:  
        { Zeilen, Spalten } oder
  - ein vorhandenes Feld.
3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist ein Zufallsfeld mit den eingegebenen Dimensionen (oder den Dimensionen des angegebenen Feldes). Die Elemente sind Ganzzahlen zwischen -9 und 9.

## Erstellen von Matrizen

### Erstellen einer Matrix aus Zeilen von Vektoren

1. Wählen Sie den Befehl "Rows-to-Matrix".  
     CREATE ROW ROW→
2. Geben Sie die Vektoren in der Reihenfolge ein, in der sie in der Matrix aufgeführt werden sollen. Geben Sie den Vektor in Zeile 1 zuerst ein, gefolgt von dem Vektor in Zeile 2 usw. Trennen Sie die Vektoren durch Kommas.
3. Geben Sie die Anzahl der Zeilen in der gewünschten Matrix ein.
4. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Matrix, die aus den eingegebenen Vektoren besteht.

### Erstellen einer Matrix aus Spalten von Vektoren

1. Wählen Sie den Befehl "Columns-to-Matrix".  
     CREATE COLUMN COL→
2. Geben Sie die Vektoren in der Reihenfolge ein, in der sie in der Matrix aufgeführt werden sollen. Geben Sie den Vektor in Spalte 1 zuerst ein, gefolgt von dem Vektor in Spalte 2 usw. Trennen Sie die Vektoren durch Kommas.
3. Geben Sie die Anzahl der Spalten in der gewünschten Matrix ein.
4. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Matrix, die aus den eingegebenen Vektoren besteht.

## Erstellen einer Matrix mit einer bestimmten Diagonalen aus einem Vektor

- Wählen Sie den Befehl "Vector-to-Matrix Diagonal".

CREATE DIAG→

- Geben Sie den Vektor mit den Diagonalelementen ein.

- Geben Sie Folgendes ein:

- eine Liste mit den Dimensionen der gewünschten Matrix: {Zeilen, Spalten} oder
- eine reelle Zahl für die Anzahl der Zeilen und Spalten in der gewünschten quadratischen Matrix.

- Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Matrix mit den gewünschten Dimensionen und den Elementen des Vektors als Diagonalelemente. Wenn der Vektor mehr Diagonalelemente enthält, als zum Erstellen der Matrix erforderlich ist, werden die überflüssigen Elemente verworfen. Wenn der Vektor weniger Diagonalelemente enthält, als zum Erstellen der Matrix erforderlich ist, werden die undefinierten Diagonalelemente durch Nullen ersetzt.

## Zusammensetzen einer Matrix aus Elementen

- Wählen Sie den Befehl "Stack-to-Array".

TYPE →ARRY

- Geben Sie die Elemente in *zeilenweiser Reihenfolge* ein.

Die zeilenweise Reihenfolge beginnt mit dem ersten Element (das Element in Zeile 1 und Spalte 1). Das nächste Element ist das nächste in der *Zeile*. Wenn keine weiteren Elemente in der Zeile vorhanden sind, ist das nächste Element das erste in der nächsten Zeile usw.

- Geben Sie eine Liste mit den Dimensionen der gewünschten Matrix ein: {Zeilen, Spalten}.

- Drücken Sie **ENTER**, um die Matrix zu erstellen.

Beispiel: →ARRY(1, 2, 3, 4, {2, 2}) ergibt 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

## Auflösen einer Matrix

### Auflösen einer Matrix in ihre Elemente

1. Wählen Sie den Befehl "Object-to-Stack".  
 **PRG** TYPE OBJ→
2. Geben Sie die aufzulösende Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Drücken Sie **ENTER**.

Die Matrix wird in zeilenweiser Reihenfolge aufgelöst. Eine Liste mit den Dimensionen der Matrix wird ebenfalls angezeigt.

### Auflösen einer Matrix in Zeilenvektoren

1. Wählen Sie den Befehl "Matrix-to-Rows".  
 **MATRICES** CREATE ROW →ROW
2. Geben Sie die aufzulösende Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Liste mit Zeilenvektoren (erste bis letzte Zeile) und die Anzahl der Zeilen in der Matrix.

### Auflösen einer Matrix in Spaltenvektoren

1. Wählen Sie den Befehl "Matrix-to-Columns".  
 **MATRICES** CREATE COLUMN →COL
2. Geben Sie die aufzulösende Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Liste mit Spaltenvektoren (erste bis letzte Spalte) und die Anzahl der Spalten in der Matrix.

### Extrahieren des Diagonalvektors einer Matrix

1. Wählen Sie den Befehl "Matrix-Diagonal-to-Array".  
 **MATRICES** CREATE →DIAG
  2. Geben Sie die Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
  3. Drücken Sie **ENTER**.
- Das Ergebnis ist ein Vektor, dessen Elemente die Diagonalelemente der Matrix sind.

## Einfügen von Zeilen und Spalten

### Einfügen von einer oder mehreren neuen Zeilen in eine Matrix

- Wählen Sie den Befehl "Insert Row".

 MATRICES CREATE ROW ROW+

- Geben Sie das zu ändernde Feld ein oder wählen Sie das Feld aus.
- Geben Sie den einzufügenden Vektor bzw. die einzufügende Matrix ein.  
Ein eingefügtes Feld muss dieselbe Anzahl von Spalten aufweisen wie das Feld, in das es eingefügt wird.
- Geben Sie die Zeilennummer für die erste (oder einzige) eingefügte Zeile ein.
- Drücken Sie **ENTER**.

Die Zeilen unterhalb (und einschließlich) der in Schritt 4 angegebenen Zeile werden nach unten verschoben, um Platz für die eingefügten Zeilen zu machen.



Sie können Zeilen auch mit MatrixWriter in ein Feld einfügen.  
Siehe "Einfügen einer Zeile" auf Seite 5-4.

### Einfügen von einer oder mehreren neuen Spalten in ein Feld

- Wählen Sie den Befehl "Insert Column".

 MATRICES CREATE COLUMN COL+

- Geben Sie das zu ändernde Feld ein oder wählen Sie das Feld aus.
- Geben Sie den einzufügenden Vektor bzw. die einzufügende Matrix ein.  
Ein eingefügtes Feld muss dieselbe Anzahl von Zeilen aufweisen wie das Feld, in das es eingefügt wird.
- Geben Sie die Spaltennummer für die erste (oder einzige) eingefügte Spalte ein.
- Drücken Sie **ENTER**.
- Die Spalten rechts von (und einschließlich) der in Schritt 4 angegebenen Spalte werden nach rechts verschoben, um Platz für die eingefügten Spalten zu machen.



Sie können Spalten auch mit MatrixWriter in ein Feld einfügen.  
Siehe "Einfügen einer Spalte" auf Seite 5-4.



## Extrahieren von Zeilen und Spalten

### Extrahieren einer bestimmten Zeile von einem Feld

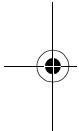
1. Wählen Sie den Befehl "Delete Row".  
 CREATE ROW ROW-
2. Geben Sie das Feld mit der zu extrahierenden Zeile ein oder wählen Sie das Feld aus.
3. Geben Sie die Nummer der zu extrahierenden Zeile ein.
4. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist ein Feld ohne die extrahierte Zeile und die extrahierte Zeile als Vektor.

### Extrahieren einer bestimmten Spalte von einem Feld

1. Wählen Sie den Befehl "Delete Column".  
 CREATE COLUMN COL-
2. Geben Sie das Feld mit der zu extrahierenden Spalte ein oder wählen Sie das Feld aus.
3. Geben Sie die Nummer der zu extrahierenden Spalte ein.
4. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Matrix ohne die extrahierte Spalte und die extrahierte Spalte als Vektor.

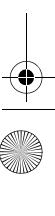
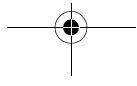
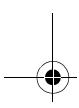


## Austauschen von Zeilen und Spalten

### Austauschen von zwei Zeilen in einem Feld

1. Wählen Sie den Befehl "Row Swap".  
 CREATE ROW RSWP
2. Geben Sie das Feld mit den auszutauschenden Zeilen ein oder wählen Sie das Feld aus.
3. Geben Sie die Nummer von einer der beiden auszutauschenden Zeilen ein.
4. Geben Sie die Nummer der anderen auszutauschenden Zeile ein.
5. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist ein Feld, bei dem die beiden angegebenen Zeilen ausgetauscht sind.



## Austauschen von zwei Spalten in einem Feld

1. Wählen Sie den Befehl "Column Swap".  
 CREATE COLUMN CSWP
2. Geben Sie die Matrix mit den auszutauschenden Spalten ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Geben Sie die Nummer von einer der beiden auszutauschenden Spalten ein.
4. Geben Sie die Nummer der anderen auszutauschenden Spalte ein.
5. Drücken Sie .

Das Ergebnis ist ein Feld, bei dem die beiden angegebenen Spalten ausgetauscht sind.

## Extrahieren und Ersetzen von Elementen in Matrizen

### Extrahieren des Elements in einer angegebenen Position

1. Wählen Sie den Befehl "Get Element".  
 CREATE GET
2. Geben Sie das Feld mit dem zu extrahierenden Element ein oder wählen Sie das Feld aus.
3. Geben Sie Folgendes ein:
  - eine Liste mit der Zeilen- und Spaltennummer des zu extrahierenden Elements oder
  - die Positionsnummer (Zeilenposition) des zu extrahierenden Elements.
4. Drücken Sie .

Das Ergebnis ist das extrahierte Element.

### Ersetzen des Elements in einer angegebenen Position

1. Wählen Sie den Befehl "Put Element".  
 CREATE PUT
2. Geben Sie das Feld mit dem zu ersetzenen Element ein oder wählen Sie das Feld aus.

3. Geben Sie Folgendes ein:

- eine Liste mit der Zeilen- und Spaltennummer des zu ersetzenen Elements oder
- die Positionsnummer (Zeilenposition) des zu ersetzenen Elements.

4. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist ein geändertes Feld.

## Matrixeigenschaften

Matrixberechnungen sind oft von den speziellen Eigenschaften der jeweiligen Matrizen abhängig. Der HP 49G verfügt über eine Anzahl von Befehlen, die Eigenschaften von Matrizen anzeigen. Beachten Sie, dass einige Befehle nur für *quadratische* Matrizen definiert sind, während andere wiederum auf beliebige Matrizen angewendet werden können.

### Befehle für Matrixeigenschaften

Tasten	Beschreibung
<b>MATRICES</b> OPERATIONS SIZE	Gibt die Dimensionen des Feldes an (d.h. die Anzahl der Zeilen und Spalten).
<b>MATRICES</b> OPERATIONS ABS	Gibt die Frobenius-Norm einer Matrix und die Euklidische Länge eines Vektors an: die Quadratwurzel der Summe der Quadrate der absoluten Werte der Elemente.
<b>MATRICES</b> OPERATIONS SNRM	Gibt die Spektralnorm einer Matrix an. Die Spektralnorm einer Matrix ist der größte Singulärwert der Matrix. Derselbe Befehl wie ABS eines Vektors.
<b>MATRICES</b> OPERATIONS RNRM	Gibt die Zeilennorm einer Matrix an. Die Zeilennorm einer Matrix ist der maximale Wert (über alle Zeilen) der Summen der absoluten Werte aller Elemente in einer Zeile. Die Zeilennorm eines Vektors ist der maximale absolute Wert seiner Elemente.

Tasten (Fortsetzung)	Beschreibung
MATRICES OPERATIONS CNRM	Gibt die Spaltennorm einer Matrix an. Die Spaltennorm einer Matrix ist der maximale Wert (über alle Spalten) der Summen der absoluten Werte aller Elemente in einer Spalte. Die Spaltennorm eines Vektors ist die Summe der absoluten Werte seiner Elemente.
MATRICES OPERATIONS SRAD	Gibt den Spektralradius einer quadratischen Matrix an. Der Spektralradius ist der absolute Wert des größten Eigenwerts der Matrix.
MATRICES OPERATIONS COND	Gibt die Spaltennorm-Konditionszahl einer quadratischen Matrix an. Die Konditionszahl ist das Produkt der Spaltennorm einer quadratischen Matrix und der Spaltennorm ihrer inversen Matrix.
MATRICES OPERATIONS RANK	Gibt einen Schätzwert für den Rang einer Matrix an. Der Rang einer Matrix ist die Anzahl der Singulärwerte einer Matrix ungleich Null. Wenn Flag -54 nicht gesetzt ist (Standardeinstellung), betrachtet RANK jeden berechneten Singulärwert kleiner als $10^{-14}$ mal die Größe des größten berechneten Singulärwerts als Null. Wenn Flag -54 gesetzt ist, zählt RANK alle Singulärwerte ungleich Null (unabhängig von ihrer Größe).
MATRICES OPERATIONS DET	Gibt die Determinante einer quadratischen Matrix an. DET überprüft Flag -54 und verbessert den berechneten Wert nur, wenn Flag -54 nicht gesetzt ist (Standardeinstellung).
MATRICES OPERATIONS TRACE	Gibt die Spur einer quadratischen Matrix an. Die Spur einer Matrix ist sowohl die Summe der Diagonalelemente als auch die Summe der Eigenwerte der Matrix.

## Transformieren von Matrizen

### Transponieren einer Matrix

1. Wählen Sie den entsprechenden Befehl zum Transponieren von Matrizen:
  - $\text{MTH}$  MATRIX MAKE TRN (für die konjugierte transponierte Matrix einer komplexen Matrix)
  - $\text{MATRICES}$  OPERATIONS TRAN (für die transponierte Matrix ohne Konjugation).
2. Geben Sie das zu transponierende Feld ein oder wählen Sie das Feld aus.
3. Drücken Sie  $\text{ENTER}$ , um die Matrix zu transponieren.  
Die erste Zeile der ursprünglichen Matrix ist nun die erste Spalte, die zweite Zeile der ursprünglichen Matrix ist nun die zweite Spalte usw.

### Invertieren einer quadratischen Matrix

1. Drücken Sie  $\text{MTH}$ .
2. Geben Sie die zu invertierende Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Drücken Sie  $\text{ENTER}$ , um die Matrix zu invertieren.

### Ändern der Dimensionen eines Feldes

1. Wählen Sie den Befehl "Redimension Array".  
 $\text{MATRICES}$  CREATE RDM
2. Geben Sie das Feld ein, dessen Dimensionen Sie ändern möchten, oder wählen Sie das Feld aus.
3. Geben Sie eine Liste mit den neuen Dimensionen des Feldes ein:  
{ Zeilen, Spalten }.
4. Drücken Sie  $\text{ENTER}$ .

Die Elemente des ursprünglichen Feldes werden in *zeilenweiser Reihenfolge* in das Feld mit den neuen Dimensionen eingefügt. Wenn das neue Feld weniger Elemente als das ursprüngliche Feld enthält, werden die überflüssigen Elemente verworfen. Wenn das neue Feld mehr Elemente als das ursprüngliche Feld enthält, werden die



fehlenden Elemente durch Nullen (oder bei einem komplexen Feld durch (0,0)) ersetzt.

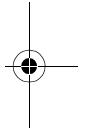
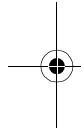
Beispiel:  $\text{RDM}\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \{3,4\}\right)$  ergibt  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

## Erweiterte Rechenoptionen mit Matrizen

Grundlegendes Rechnen mit Matrizen wird in Kapitel 8 des HP 49G *Benutzerhandbuchs* erläutert. Dieser Abschnitt behandelt weitere Rechenoptionen.

### Ändern der Vorzeichen aller Elemente in einer Matrix

1. Drücken Sie  $\text{±}(\text{)}.$
2. Setzen Sie den Cursor zwischen die Klammern. Geben Sie die Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Drücken Sie  $\text{ENTER}.$

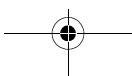
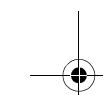


### Multiplizieren einer Matrix und eines Vektors

1. Geben Sie die Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
2. Drücken Sie  $\text{X}.$
3. Geben Sie den Vektor ein oder wählen Sie den Vektor aus.  
Die Anzahl der Elemente des Vektors muss mit der Anzahl der Matrixspalten übereinstimmen.
4. Drücken Sie  $\text{ENTER}.$

### Dividieren eines Feldes durch eine quadratische Matrix

1. Geben Sie das Feld ein oder wählen Sie das Feld aus.
2. Drücken Sie  $\text{:}.$
3. Geben Sie die quadratische Matrix ein.  
Die Anzahl der Matrixzeilen muss mit der Anzahl der Zeilen des Feldes übereinstimmen.
4. Drücken Sie  $\text{ENTER}.$



## Transformieren von komplexen Matrizen

### Erstellen einer komplexen Matrix aus zwei reellen Matrizen

1. Wählen Sie den Befehl "Real-to-Complex".  
  COMPLEX R→C
  2. Geben Sie die reelle Matrix ein, die der Realteil der komplexen Matrix werden soll, oder wählen Sie die Matrix aus.
  3. Geben Sie die reelle Matrix ein, die der Imaginärteil der komplexen Matrix werden soll, oder wählen Sie die Matrix aus.  
Diese Matrix muss dieselben Dimensionen wie die in Schritt 2 eingegebene Matrix besitzen.
  4. Drücken Sie .
- Die beiden reellen Matrizen werden zu einer komplexen Matrix kombiniert.

### Trennen einer komplexen Matrix in zwei reelle Matrizen

1. Wählen Sie den Befehl "Complex-to-Real".  
  COMPLEX C→R
  2. Geben Sie die zu trennende komplexe Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
  3. Drücken Sie .
- Das Ergebnis sind zwei reelle Matrizen, die aus der komplexen Matrix gebildet werden.

### Konjugieren aller Elemente einer komplexen Matrix

1. Wählen Sie die Funktion "Conjugate".  
  CONJ
2. Geben Sie die zu konjugierende komplexe Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.
3. Drücken Sie .

### Extrahieren der Matrix der Realteile aus einer komplexen Matrix

1. Wählen Sie die Funktion "Real Part".  
  RE
2. Geben Sie die komplexe Matrix ein, deren reelle Komponenten extrahiert werden sollen, oder wählen Sie die Matrix aus.

3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Matrix, die nur aus den reellen Komponenten der komplexen Matrix besteht.

#### **Extrahieren der Matrix der Imaginärteile aus einer komplexen Matrix**

1. Wählen Sie die Funktion “Imaginary Part”.

COMPLEX IM

2. Geben Sie die komplexe Matrix ein, deren imaginäre Komponenten extrahiert werden sollen, oder wählen Sie die Matrix aus.

3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine Matrix, die nur aus den imaginären Komponenten der komplexen Matrix besteht.

## **Weiterführende Informationen zur linearen Algebra**

Die Verwendung der Matrixfunktionen zum Lösen von linearen Gleichungssystemen wird in Kapitel 8 des HP 49G *Benutzerhandbuchs* erläutert. Dieser Abschnitt behandelt weitere wichtige Befehle der linearen Algebra.

### **Eigenwerte und Eigenvektoren**

Eine quadratische ( $n \times n$ ) Matrix **A** besitzt den *Eigenwert*  $\lambda$  und den zugehörigen *Eigenvektor* **x**, falls  $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ .

Eigenwerte sind die Nullstellen der *charakteristischen Gleichung*  $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$ . Da es sich hierbei um ein Polynom des Grades  $n$  handelt, besitzt **A**  $n$  (nicht notwendigerweise voneinander verschiedene) Eigenwerte. Jeder Eigenwert besitzt einen zugehörigen Satz von Eigenvektoren.

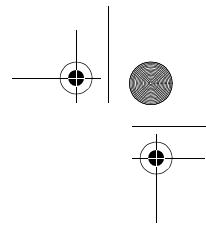
Der HP 49G ermöglicht nur die Berechnung der Eigenwerte (schnellere Berechnung) oder die Berechnung der Eigenwerte und ihrer zugehörigen Eigenvektoren.

### **Berechnen der Eigenwerte einer quadratischen Matrix**

1. Wählen Sie den Befehl “Eigenvalues”.

**MATRICES** EIGENVECTOR EGVL

2. Geben Sie die quadratische ( $n \times n$ ) Matrix ein, deren Eigenwerte berechnet werden sollen, oder wählen Sie die Matrix aus.



3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist ein Vektor mit den  $n$  Eigenwerten.

## Berechnen der Eigenwerte und Eigenvektoren einer quadratischen Matrix

1. Wählen Sie den Befehl "Eigenvalues and Eigenvectors".

**MATRICES EIGENVECTOR EGV**

2. Geben Sie die quadratische Matrix ( $n \times n$ ) ein, deren Eigenwerte und Eigenvektoren berechnet werden sollen, oder wählen Sie die Matrix aus.

3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist eine  $n \times n$ -Matrix mit Eigenvektoren und ein  $n$ -dimensionaler Vektor mit den Eigenwerten.

## Berechnen der Singulärwerte einer Matrix

1. Wählen Sie den Befehl "Singular Values".

**MATRICES FACTORIZATION SVL**

2. Geben Sie die Matrix ein oder wählen Sie die Matrix aus.

3. Drücken Sie **ENTER**.

Das Ergebnis ist ein Vektor (der Länge  $\text{MIN}(m,n)$ ) der Singulärwerte der Matrix. Die Werte werden in nichtaufsteigender Reihenfolge angegeben.

## Zerlegen oder Faktorisieren einer Matrix

Der HP 49G enthält mehrere Werkzeuge zum Zerlegen und Faktorisieren von Matrizen, die entweder allein oder in Programmen zum Lösen spezieller Probleme verwendet werden können. Diese Werkzeuge werden in der nachfolgenden Tabelle erläutert.

Tasten	Beschreibung
<b>[MATRICES] FACTORIZATION LU</b>	<b>Crout LU-Zerlegung.</b> Dieses Verfahren wird zum Lösen von exakt bestimmten linearen Gleichungssystemen, Invertieren einer Matrix und Berechnen der Determinante einer quadratischen Matrix verwendet. Die quadratische Matrix ( $A$ ) wird in eine untere Dreiecksmatrix $L$ , eine obere Dreiecksmatrix $U$ mit Einsen auf der Diagonalen und eine Permutationsmatrix $P$ zerlegt, wobei $PA = LU$ .
<b>[MATRICES] FACTORIZATION LQ</b>	<b>LQ-Zerlegung.</b> Dieser Befehl zerlegt eine $m \times n$ -Matrix $A$ in eine untere trapezförmige $m \times n$ -Matrix $L$ , eine orthogonale $n \times n$ -Matrix $Q$ und eine $m \times m$ -Permutationsmatrix $P$ , wobei $PA = LQ$ .
<b>[MATRICES] FACTORIZATION QR</b>	<b>QR-Zerlegung.</b> Dieser Befehl zerlegt eine $m \times n$ -Matrix $A$ in eine orthogonale $m \times m$ -Matrix $Q$ , eine obere trapezförmige $m \times n$ -Matrix $R$ und eine $n \times n$ -Permutationsmatrix $P$ , wobei $AP = QR$ .

Tasten (Fortsetzung)	Beschreibung
FACTORIZATION SCHUR	<b>Schur-Zerlegung.</b> Dieser Befehl zerlegt eine quadratische Matrix $\mathbf{A}$ in eine orthogonale Matrix $\mathbf{Q}$ und eine obere Dreiecksmatrix (oder, falls $\mathbf{A}$ eine reelle Matrix ist, eine obere Quasi-Dreiecksmatrix) $\mathbf{U}$ , wobei $\mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{U}\mathbf{Q}^T$ ( $\mathbf{Q}^T$ ist die transponierte Matrix der Matrix $\mathbf{Q}$ ).
FACTORIZATION SVD	<b>Singulärwert-Zerlegung.</b> Dieser Befehl zerlegt eine $m \times n$ -Matrix $\mathbf{A}$ in eine orthogonale $m \times m$ -Matrix $\mathbf{U}$ , eine orthogonale $n \times n$ -Matrix $\mathbf{V}$ und einen Vektor $\mathbf{S}$ der Singulärwerte von $\mathbf{A}$ , wobei $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$ ( $\mathbf{S}^T$ ist die $m \times n$ -Matrix mit den Elementen von $\mathbf{S}$ als Diagonalelemente).