

**Una discusión práctica,
problema por problema, de los sistemas
lógicos usados en las actuales
calculadoras científicas de bolsillo.**

Calculadoras científicas de bolsillo - la verdadera historia.

Incluso a los más reducidos precios que en la actualidad tienen estas calculadoras, la compra de una de ellas puede ser una inversión relativamente importante. Por lo tanto, antes de comprarla, debe Vd. considerar los puntos que se exponen en este folleto.

Si va Vd. a gastarse más de 7.000 pesetas en una calculadora científica de bolsillo, está Vd. obligado consigo mismo a elegir con cuidado. Además debe Vd. saber que la apariencia externa de una calculadora suele revelar muy poco sobre su auténtica potencia de cálculo.

Para ayudarle a resolver problemas científicos complejos, como los que encuentra Vd. en la práctica real, Hewlett-Packard cree que una calculadora debería ofrecerle algo más que las funciones logarítmicas, trigonométricas y exponenciales que se observan a simple vista en un teclado. Deberá ofrecer registros de memoria para almacenar constantes y resultados intermedios. Deberá ofrecerle un sistema lógico que sea simple, consecuente y práctico de utilizar.

Más importante aún: deberá proporcionarle confianza, la confianza que produce el saber que cualquier problema puede ser abordado de la misma forma, en una forma consecuente y que se puede Vd. fiar de todas las soluciones que obtiene.

Tres sistemas lógicos de calculadoras: comparación

En las páginas siguientes demostraremos que calculadoras

que parecen iguales no suelen hacer lo mismo, usando cinco ejemplos de problemas. ¿Por qué? Para que pueda Vd. comparar la sencillez, potencia y comodidad de los tres diferentes sistemas lógicos usados en las actuales calculadoras científicas de bolsillo:

1. La Notación Polaca Inversa (*RPN en nomenclatura inglesa, sistema desarrollado por el matemático polaco Lukasiewicz*) con una «escalera» operativa de 4 registros de memoria y por lo menos un registro direccional de almacenamiento de constantes.

Este es el sistema usado en todas las calculadoras de bolsillo Hewlett-Packard.

2. Notación algebraica modificada sin teclas de paréntesis pero con jerarquía de operaciones, tres registros internos de trabajo y un registro de almacenamiento de constantes. A este le llamaremos el «Sistema A».

3. Notación algebraica modificada sin teclas de paréntesis ni jerarquía de operaciones pero con dos registros internos de trabajo y un registro de almacenamiento de constantes. Le llamaremos «Sistema B».

Creemos que Vd. desea comprender las diferencias entre estos sistemas antes de decidir cual calculadora científica de bolsillo satisface sus necesidades. Además esperamos que Vd. estará de acuerdo con nosotros en que la notación polaca inversa (RPN) ofrece la forma más eficiente y más consecuente de evaluar problemas complejos en un aparato calculador de tamaño de bolsillo.



Las actuales calculadoras científicas de bolsillo utilizan uno de estos tres diferentes sistemas lógicos: Notación Polaca Inversa, notación algebraica modificada con jerarquía operativa y notación algebraica modificada sin jerarquía. Antes de comprar ninguna calculadora científica de bolsillo debe Vd. conocer las diferencias entre estos sistemas y determinar cual es el que más conviene a sus necesidades de cálculo.

RPN – Notación Inversa – el único lenguaje que le permite hablar con confianza y lógica consecuente a una calculadora de bolsillo.

En 1967 Hewlett-Packard se embarcó en un gran esfuerzo de innovación y desarrollo: diseñar una familia de calculadoras-computadoras de suficiente potencia como para resolver complicados problemas científicos o técnicos pero que, a la vez, fueran sencillas de manejo para que pudieran ser utilizadas por cualquier persona más o menos familiarizada con las matemáticas.

Como parte de este esfuerzo, Hewlett-Packard evaluó cuidadosamente las ventajas e inconvenientes de los diversos lenguajes que puede usar un operador para comunicarse con una máquina electrónica de calcular. Entre los que se estudiaron se encontraban:

- Lenguajes de computadoras como el BASIC y el FORTRAN
- Varias formas de notación algebraica
- La notación inversa RPN, – un lenguaje sin paréntesis, pero claro y exento de toda ambigüedad, derivado del que desarrollara el matemático polaco, Jan Lukasiewicz.

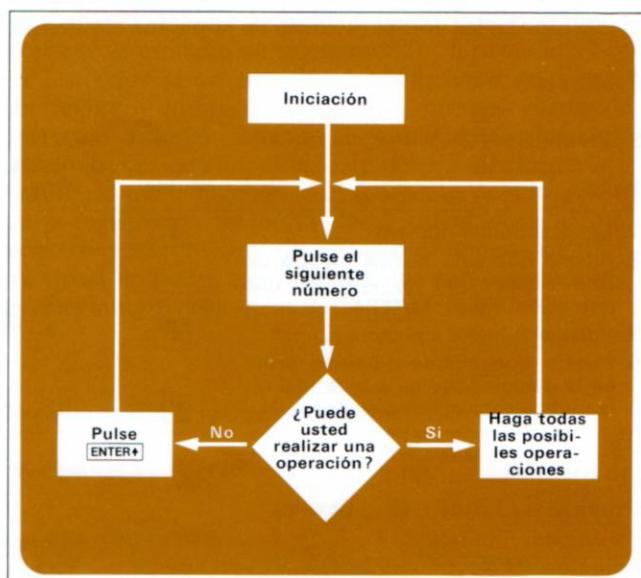
Como podría esperarse, cada uno de estos lenguajes resultó ser ideal para un tipo concreto de aplicación. Para sus calculadoras programables de mesa de mayor capacidad, Hewlett-Packard seleccionó el BASIC. Para sus otras potentes calculadoras de mesa, con menor capacidad de almacenamiento, Hewlett-Packard eligió la notación algebraica.

Pero, dados los límites de diseño de una calculadora científica de bolsillo, el RPN resultó el sistema más sencillo, más eficiente, más consecuente, de resolver complejos problemas matemáticos.

Solo el lenguaje RPN ofrece estas poderosas ventajas

Comparado con otros sistemas lógicos, cree Hewlett-Packard que únicamente la notación inversa o «lenguaje» RPN – en combinación con un bloque operativo de 4 memorias automáticas – puede ofrecer estas poderosas ventajas:

1. Puede usted ingresar sus datos siempre en la misma forma, por ejemplo, de izquierda a derecha, es decir en una ecuación. Sin embargo, no son necesarias unas teclas con paréntesis ni tampoco una complicada «jerarquía de operaciones».
2. Puede usted siempre continuar a lo largo de su ecuación o problema de la misma forma: cuando mete usted un número se pregunta «¿Se trata ahora de hacer una operación?» Si así es, la realiza. Si no, pulsa **ENTER↑** y mete Vd. el número siguiente, para, si procede, realizar una operación.
3. Usted puede ver todos los resultados intermedios – a medida que van siendo calculados – de modo que Vd. va pudiendo comprobar el progreso de su cálculo. Tan importante como esta característica es la de que usted puede revisar de nuevo todos los números almacenados en la calculadora, en cualquier momento, pulsando unas pocas teclas. No existen datos «ocultos».
4. No tiene usted que pensar en como va a hacer el cálculo de su problema antes de ponerse a hacerlo a menos que el problema sea tan complejo que puede requerir el almacenamiento simultáneo de tres o más resultados intermedios.



El método RPN consiste en cuatro pasos fáciles de recordar. Una vez aprendido puede aplicarse a casi todas las expresiones matemáticas conocidas.

5. Puede usted deshacer un error puesto que todas las operaciones son ejecutadas secuencialmente en cuanto se pulsa la tecla adecuada.
6. No tiene usted que anotar y reingresar resultados intermedios – un auténtico ahorro de tiempo cuando se trabaja con números de ocho o nueve dígitos cada uno –.
7. Puede usted comunicarse con su calculadora con confianza, porque sabe usted que todo se puede hacer siempre de la misma forma, con una lógica consecuente.

Si todo ello le parece demasiado bueno para ser cierto, denos un voto de confianza provisional y enseguida podrá tener la ocasión de convencerse por sí mismo.

Pero, primero, tenemos que describir como funcionan la notación RPN y el bloque operativo de 4 memorias.

El método RPN – Se requieren unos pocos minutos para aprendérselo pero puede ahorrar años de frustración

Sí, el método RPN requiere un mínimo de aprendizaje. Pero una vez lo ha aprendido usted podrá usarlo para resolver cualquier expresión matemática – con confianza, con lógica.

He aquí solo cuatro sencillos pasos a seguir:

1. Empezando por el lado izquierdo del problema, entre el primer número.
2. Decida si se puede hacer alguna operación. En caso afirmativo, hágala.
3. Si, de momento, no se trata de hacer ninguna operación con ese número, pulse **ENTER↑** para guardar ese número para su posterior uso.
4. Repita los pasos 1 a 3 hasta que esté terminado su cálculo.

En el grabado de arriba se muestra un diagrama lógico del método RPN.

Aritmética sencilla, por el sistema RPN.

Solo para demostrar como funciona, vamos a probar el método RPN en dos sencillos problemas (que volveremos a usar en las comparaciones de la página siguiente).

Problema $3 \times 4 = 12$

Solución RPN:

Paso	Pulse	En la pantalla vera
1. Pulse el primer número	3	3
2. Puesto que solo hemos metido un solo número no es posible una operación. Pulse ENTER↑	ENTER↑	3
3. Pulse el número siguiente	4	4
4. Puesto que ambos números están en la calculadora, se puede realizar la multiplicación entre ambos	X	12

Problema: $(3 \times 4) + (5 \times 6) = 42$

Solución RPN:

Paso	Pulse	Vea en la pantalla
1. Introduzca el primer número	3	3
2. No son posibles operaciones. Pulse ENTER↑ .	ENTER↑	3
3. Introduzca el segundo número	4	4
4. Puesto que ambos números están ya en la calculadora, la primera multiplicación es posible	X	12
5. Introduzca el siguiente número (<i>El primer resultado intermedio es automáticamente almacenado para posterior uso</i>)	5	5
6. No es posible una operación. Pulse ENTER↑ .	ENTER↑	5
7. Introduzca el siguiente número	6	6
8. La segunda multiplicación es posible puesto que ambos números están en la calculadora	X	30
9. La suma entre los dos resultados intermedios es posible pues ambos han sido calculados y almacenados en el bloque operativo de 4 registros	+	42

Si nos ha seguido Vd. hasta aquí, habrá usted observado dos cosas muy importantes:

1. Que los dos problemas han sido resueltos de la misma forma lógica, usando el mismo conjunto de reglas sencillas.

2. Todos los resultados intermedios han sido presentados en pantalla a medida que iban siendo calculados y han sido almacenados y recuperados en el momento necesario para completar el cálculo. Con la notación RPN y un bloque operativo de 4 registros de memoria, no existe casi nunca la necesidad de anotar resultados intermedios.

Como funciona el bloque operativo de memorias

Los cuatro registros del bloque operativo original de Hewlett-Packard pueden ser representados por el siguiente diagrama.



Cuando ingresamos un número, va al registro X para su presentación en pantalla. Pulsando la tecla **ENTER↑** se duplica el contenido del registro X en el registro Y y mueve todos los otros números que hubiera en el bloque una posición hacia arriba.

Cuando se pulsa una tecla de operación (**+**, **-**, **×**, **÷**, **yx**) esta se realiza entre los números que existen en los registros X e Y y el resultado aparece en el registro X, es decir, en la pantalla. Todos los demás números en los otros registros descenden un lugar, automáticamente.

Para demostrar esto, he aquí lo que ocurre con el bloque, al resolver el problema $(3 \times 4) + (5 \times 6) = 42$

T								
Z						12	12	
Y	3	3		12	5	5	12	
X	3	3	4	12	5	5	6	30 42

Como pueden ustedes ver, todos los números entran en el bloque de modo que el último ingresado es el primero que sale, en el debido orden para su posterior uso.

Una vez descrita la forma en que opera la lógica RPN, podemos hacer nuestra comparación, – problema a problema – entre este sistema y otros utilizados en los actuales calculadoras científicas de bolsillo.

Creemos que lo encontrará interesante.

RPN contra sistema algebraico. Una comparación práctica usando tres calculadoras distintas y problemas científicos reales.

Como decíamos antes, calculadoras que parecen iguales a simple vista, no son necesariamente iguales.

¿Como, pues, decide usted cual es la calculadora científica de bolsillo que conviene mejor a sus necesidades? Le proponemos estos criterios y le sugerimos que los tenga presentes cuando lea usted lo que exponemos en las páginas que siguen:

Criterios para valorar una calculadora científica de bolsillo:

1. Usted compra una calculadora científica de bolsillo porque usted trabaja con complejos problemas técnicos o científicos. Por lo tanto, la calculadora misma no debería añadir más complejidad.
2. Usted debe elegir la calculadora que le ofrece más confianza – la seguridad de que se puede confiar en los resultados que obtiene.
3. Debe usted elegir una calculadora que puede resolverle complejas ecuaciones de acuerdo con unas reglas que son fáciles de recordar y que son siempre las mismas, sea cual sea el cálculo de que se trate.
4. Además, debe usted elegir una calculadora que ofrezca las características y funciones que *realmente* necesita usted para la clase de problema con que usted suele trabajar.

Comparación 1: aritmética simple

Empecemos nuestras comparaciones con el mismo problema aritmético que utilizamos antes.

Problema: $3 \times 4 = 12$

Sistema Solución

Sistema	Solución	Número de pulsaciones
RPN:	3 [ENTER] 4 [X]	4
A:	3 [X] 4 [=]	4
B:	3 [X] 4 [=]	4

Como ya hemos visto, la solución RPN se basa en unas pocas reglas sencillas. Pero el hecho de que usted pueda resolver este problema en una máquina algebraica precisamente en la forma que está escrito ofrece una clara ventaja – lo cual explica por qué la mayoría de las calculadoras de bolsillo utilizan lógica algebraica.

Si usted necesita únicamente resolver este tipo de problema aritmético sencillo, lo más probable es que usted no esté buscando una calculadora *científica* de bolsillo. Entonces, veamos algo ligeramente más complicado.

Comparación 2: suma de productos

Este segundo problema es también uno de los que utilizamos antes para explicar el método RPN. Pero veamos como lo resolverían las calculadoras que utilizan los otros dos sistemas lógicos.

Problema: $(3 \times 4) + (5 \times 6) = 42$

Sistema Solución

Sistema	Solución	Número de pulsaciones
RPN:	3 [ENTER] 4 [X] 5 [ENTER] 6 [X] [+]	9
A:	3 [X] 4 [+] 5 [X] 6 [=]	8
B:	3 [X] 4 [=] [STO] 5 [X] 6 [+] [RCL] [=]	11

La secuencia de toques de tecla del Sistema A es fácil de recordar puesto que, como ocurre en el primer problema, sigue la ecuación algebraica. Los paréntesis no son necesarios porque la jerarquía de operaciones realiza la segunda multiplicación antes que la suma. Sin embargo, merece la pena destacar que el segundo resultado intermedio no es presentado en pantalla.

Puesto que la calculadora del Sistema B solo tiene dos registros internos de trabajo, no era capaz de almacenar automáticamente el primer resultado intermedio. En vez de ello, el usuario deberá almacenarlo y reclamarlo manualmente en el momento debido con el único registro de memoria de la calculadora al que nosotros podemos dirigirnos. Esto por supuesto significa que usted no podrá usar este registro como almacenaje de constantes o para otros datos.

Comparación 3: producto de sumas

Problema: $(3 + 4) \times (5 + 6) = 77$

Número de pulsaciones de teclas

Sistema	Solución	Número de pulsaciones de teclas
RPN:	3 [ENTER] 4 [+] 5 [ENTER] 6 [+] [X]	9
A:	3 [+] 4 [=] [STO] 5 [+] 6 [=] [X] [RCL] [=]	12
B:	3 [+] 4 [=] [STO] 5 [+] 6 [X] [RCL] [=]	11

Aunque este problema es muy similar al anterior, demuestra algunos puntos importantes de las ventajas del método RPN sobre los sistemas algebraicos modificados.

1. Con el RPN ambos problemas se resuelven exactamente de la misma forma. La única diferencia es que las operaciones **[+]** y **[X]** se invierten exactamente igual que en las ecuaciones algebraicas. En ambos problemas el bloque operativo de 4 registros de memoria almacena y recupera los resultados intermedios. Y ambos resultados intermedios son presentados en pantalla en el momento de ser calculados de manera que usted puede comprobar el progreso de su cálculo a medida que lo va haciendo.

2. Con el sistema «A» hay diferencias significativas entre las soluciones de estos dos problemas tan similares.

Esto es porque los efectos de la jerarquía operativa deben ser considerados cuidadosamente antes de que teclee su problema en la máquina. Si usted olvida que la multiplicación se efectúa antes que la suma podría usted teclear el problema del producto de sumas tal y como está escrito usted obtendría una respuesta incorrecta porque la jerarquía operativa interpretaría el problema como $3 + (4 \times 5) + 6 = 29$. Otra manera de abordar este problema podría ser: 3 [+] 4 [STO] 5 [+] 6 [X] [RCL] [=]. Esto le daría además un resultado incorrecto porque la jerarquía de operaciones interpretaría ahora el problema como: $5 + [6 \times (3 + 4)] = 47$.

3. Con el sistema B ambas problemas son abordados de la misma y consecuente forma. Pero como veremos en las siguientes comparaciones la limitada capacidad de almacenamiento de estas calculadoras restringe severamente su capacidad de resolver problemas complejos a menos que el usuario anote y reintroduzca en la máquina resultados intermedios.

Comparación 4: cálculo mixto

Problema: $\log [(4 \times 5) + (29 \div 3)] \times ([19 \div (2 + 4)] + [(13 + \pi) \div 4]) = 10.60337500$

Sistema	Solución	Número de pulsaciones*
RPN:	4 [ENTER] 5 [X] 29 [ENTER] 3 [÷] [+] [log] 19 [ENTER] 2 [ENTER] 4 [+] [÷] 13 [ENTER] [π] [+] 4 [÷] [+] [X]	28
A	2 [+] 4 [=] [1/x] [X] 19 [=] [STO] 13 [+] [π] [=] [÷] 4 [+] [RCL] [=] [STO] 4 [X] 5 [+] 29 [=] [÷] 3 [=] [log] [X] [RCL] [=]	34
B	4 [X] 5 [=] [STO] 29 [÷] 3 [+] [RCL] [=] [log] Escribir resultado intermedio 2 [+] 4 [=] [1/x] [X] 19 [STO] 13 [+] [π] [=] [÷] 4 [+] [RCL] [X] Reintroducir resultado intermedio. [=]	32**

* En algunas calculadoras incluyendo la HP-45 y la HP-65 es necesaria una tecla de prefijo para activar algunas funciones trascendentes. Estas teclas de prefijo no se han incluido en los ejemplos.

** No incluye pulsaciones de teclas requeridas para reintroducir el resultado intermedio.

Aunque este problema de cálculo mixto es más complejo que nuestros ejemplos anteriores es también más característico de los tipos de problemas que puede usted encontrar en situaciones reales.

Con el método RPN puede usted abordar estos problemas exactamente de la misma forma en que abordamos los problemas anteriores.

1. Empezando por el lado izquierdo de la ecuación introduzca el primer número que encuentre.
2. Determine si es posible hacer alguna operación. Si así es, realicela.
3. Si no, pulse [ENTER] para almacenar el número para uso posterior.
4. Repita los pasos 1 al 3 hasta que este completo su cálculo.

Por lo tanto, en una calculadora con lógica RPN usted puede introducir todos los datos en el mismo orden en que aparecen en el problema a resolver.

Y por lo tanto, igual que antes, el bloque operativo de memoria va registrando automáticamente los resultados intermedios.

En este problema son necesarios los 4 registros.

Con el sistema A tendríamos que proceder como sigue:

1. Sin olvidarnos de las reglas de jerarquía de operación (ni de la posibilidad de almacenamiento de la calculadora) hay que pensar el problema entero para determinar la mejor forma de abordarlo.
2. Reestructurar mentalmente el problema de modo que quede conforme con la lógica de la máquina.
3. Decidir cuáles son los resultados intermedios que deben ser almacenados manualmente y reclamados del registro de memoria para constantes.
4. Ponernos a resolver el problema.

A menos que realice los pasos 1 al 3 cuidadosamente,

es muy posible que se tropiece con un callejón sin salida a mitad de problema.

Para resolver esta ecuación, por ejemplo, tuvimos que comenzar por el lado derecho de la ecuación para evitar quedarnos sin registros de almacenamiento. Si hubiéramos comenzado en el lado izquierdo, el problema no podría haberse resuelto sin escribir un resultado intermedio.

La solución del sistema B sigue siendo relativamente sencilla. Pero, dado que nuestro problema de cálculo mixto incluye varios resultados intermedios, supera la capacidad de almacenamiento de las calculadoras que usan este tipo de lógica. Por lo tanto el usuario debe detenerse a mitad del problema para escribir un resultado parcial que deberá volver a introducir más adelante.

Esto puede parecer un inconveniente de poca importancia a menos que ocurra varias veces durante un cálculo largo que comprenda números de 8 a 9 dígitos cada uno. En tales casos la reintroducción manual de los datos puede aumentar considerablemente las posibilidades de error.

Comparación 5: otro cálculo mixto

Para concluir esta comparación de 3 calculadoras nos gustaría invitarle a imaginar como cada tipo de calculadoras resolvería el siguiente problema. Aunque usted encontrará las respuestas al pie de esta página, cúbralas por un momento y vea si puede escribir las secuencias correctas de pulsación de teclas.

Problema: $\frac{[(2 + 3) \times (7 - 4)]}{\log \sqrt{5 + 8} \times (9 - 2)} = 15.97952070$

Una pista: las 3 calculadoras tienen teclas de \sqrt{x} y \log . En todas las máquinas usted las pulsa después de que aparezca en la pantalla el número cuya función quiere usted obtener. Por ejemplo, para obtener la $\sqrt{9}$ usted pulsaría 9 y luego 9 \sqrt{x} en las 3 calculadoras.

Su solución RPN: _____

Su solución con el sistema A: _____

Su solución con el sistema B: _____

Nuestras Soluciones

1. En las calculadoras RPN, este problema puede ser resuelto de la misma forma que hemos empleado para todas las demás en este folleto. La secuencia correcta de pulsación de tecla es:

2 [ENTER] 3 [+] 7 [ENTER] 4 [-] [X] 5 [ENTER] 8 [+]
9 [ENTER] 2 [-] [X] \sqrt{x} [log] [+]

2. En una calculadora de sistema A y B debe usted escribir un resultado intermedio. La secuencia de pulsación de teclas para ambas máquinas sería:

2 [+] 3 [=] [STO] 7 [-] 4 [=] * [X] [RCL] [=]

escribir el resultado intermedio

5 [+] 8 [=] [STO] 9 [-] 2 [=] * [X] [RCL] [=] \sqrt{x} [log] [+]

reintroducir los resultados intermedios [=].

* Estas 2 pulsaciones de la tecla [=] no son necesarias en una calculadora de sistema B.

**Hewlett-Packard le invita confiadamente
a comparar la potencia de resolución
de problemas de sus calculadoras de bolsillo
con la de cualquier otra marca.**

***Pero cuando lo haga asegúrese de tener en
cuenta la verdadera historia.***

Esperamos sinceramente que las páginas anteriores le hayan convencido de que – puesto a elegir una calculadora científica de bolsillo – hay que considerar algo más que el tamaño, precio, o número de características o funciones que se observan a simple vista en el teclado.

Y puesto que solo las calculadoras de bolsillo Hewlett-Packard ofrecen el método RPN y el potente bloque operativo de 4 registros de memoria creemos que solo estas calculadoras ofrecen lo siguiente:

Una forma simple, eficiente y consecuente de resolver problemas científicos complejos de la vida real. Y la confianza que deriva de saber que todos los problemas pueden abordarse de la misma forma y que usted puede confiar en los resultados que obtiene.

Por eso le invitamos a comparar nuestras calculadoras científicas de bolsillo con las de cualquier otra marca.

Estamos seguros de que tras haber examinado la verdadera historia usted elegirá Hewlett-Packard.



Todas estas calculadoras Hewlett-Packard de bolsillo y de mesa ofrecen ventajas del método RPN y el bloque operativo de 4 registros de memoria. Tenemos un modelo para casi cada una de todas las necesidades de cálculo.

Unas palabras sobre Hewlett-Packard

Las calculadoras descritas en este folleto son solamente un ejemplo de la capacidad de Hewlett-Packard en análisis, cálculos y medidas electrónicas de precisión. Otros productos de Hewlett-Packard van desde los relojes atómicos usados por la mayoría de los observatorios de todo el mundo, hasta calculadoras programables de mesa, minicomputadores e instalación de sistemas completos.



Ventas, Servicio y asistencia técnica en 172 delegaciones en 65 países

Hewlett-Packard Española S.A., Jerez 3, Madrid 16, tel. (1) 458 26 00 (10 líneas)
Hewlett-Packard Española S.A., Milanesado 21-23, Barcelona 17, tel. (3) 203 62 00 (5 líneas)
Hewlett-Packard Española S.A., Edificio Albia II, 7º B, Bilbao, tel. 23 83 06/23 82 06
Hewlett-Packard Española S.A., Avenida Ramón y Cajal 1, Edificio Sevilla I, planta 9º, Sevilla, tel. 64 44 54/58
Hewlett-Packard Española S.A., Gran Vía Fernando el Católico 67, Valencia 8, tel. 326 67 28 y 326 85 55
European Headquarters:
Hewlett-Packard S.A., 7, rue du Bois-du-Lan, CH-1217 Meyrin 2 - Geneva, Switzerland, Phone (022) 41 54 00